

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中小学教学小百科(40)

数学科·借鉴篇



中小学教学小百科  
(40)

## 相似三角形应用举例（一）授课录

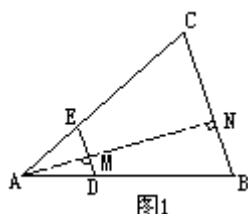
浙江省乐清市白石中学 安太余

### 一、教学目标

1. 能利用三角形相似的条件，从已知、未知出发，去发现或构造三角形。
2. 运用比例性质能熟练地将比例式、乘积式进行互换。
3. 培养学生将已知条件图形化的良好习惯，增强直观效果，开拓思路。
4. 培养学生分析图形特点，挖掘有用的隐含条件的意识，扫除思维定势障碍，提高解（证）题的能力。
5. 把实际问题转化归结为数学问题，培养学生综合运用知识解决问题及动手操作的能力。

### 二、重、难点

应用相似三角形的性质进行线段长度的计算或证明几何问题是重点。综合运用列方程解应用题以及构造几何图形是教学难点。



### 三、课前准备

刻度尺，幻灯片（小结、补充题），三角形纸片、小黑板。

### 四、教学过程

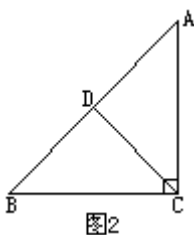
复习导入

出示小黑板：

(1) 图1  $DE \parallel BC \Rightarrow$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

(2) 图2  $\left. \begin{array}{l} \angle ACB = \text{Rt} \\ CD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AC^2 = \underline{\hspace{2cm}} \\ BC^2 = \underline{\hspace{2cm}} \\ CD^2 = \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$

（生上台完成，师生同纠正。同时师作出（1）图中  $AN \perp BC$  于  $N$ ， $AN \perp DE$  于  $M$ ，由学生补充（1）中第四个比，以其巩固相似三角形“对应边之比（相似比）等于对应高之比”这一性质。以（2）巩固射影定理，同时强调其逆定理不成立。）



师：相似三角形除以上性质外，还有没有性质？生：对应角相等；对应中线比、对应角平分线比、周长比都等于相似比；面积比等于相似比的平方。

师：很好！我们花了不少时间学习相似三角形的性质，在实际生活中有

没有用？如何用？这正是我们即将探讨的问题（板书课题）。

（这一问使学生心思“跳出”了半封闭的教室而进入纷繁复杂的现实生活，课堂活跃，议论纷纷。这样有意造成学生悬念，引发学生思考，无疑有益于激发学生探索问题的积极性。）

（二）引入实际，解决新知

师：我们先来做一个实验：求甲、乙两人的距离。（两名学生上台，生乙站着不动，生甲手握刻度尺正面平视对准生乙，刻度尺与生乙人体正面平行，手臂与刻度尺垂直。）

第一步：生甲用一只眼观察生乙左臂边缘，使其视线经过直尺的一端。

第二步：生甲用同一只眼观察生乙右臂边缘，同时记下视线经过刻度尺上的读数。（记下读数：10cm）

第三步：测量生乙人体正面宽度及生甲手臂的长度（记下读数：48cm，55cm）

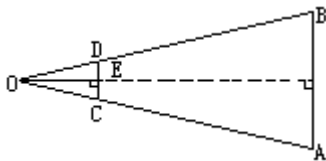
（测量中允许产生误差，尽量力求准确。）

师：通过上述实例，大家想一想：生甲的两条视线、手臂长、刻度尺、生乙的人体正面，能否构想出一个几何平面图形呢？在纸上画一画。

生：能。

（学生画，师巡视。培养学生的空间想象能力以及将已知条件图形化的良好习惯，同时培养学生亲自操作的能力。将实际问题转化归结为数学问题。）

师：出示小黑板：你们所构想的图是否与此图形相似呢？



生：相似（肯定）。

师：好极了，那么在上述实例中，两位同学测量的数据各对应于图形中的哪一条线段？

各等于多少？他们之间的距离呢？

生：刻度尺上的读数\_\_\_\_\_CD的长，即  $CD = 10\text{cm}$

生甲手臂长\_\_\_\_\_OE的长，即  $OE = 55\text{cm}$

生乙正面人体宽度\_\_\_\_\_AB的长，即  $AB = 48\text{cm}$

他们之间的距离\_\_\_\_\_OF的长，OF为所求。

师：回答完全正确，且还给我们找到了已知，所求，那如何求OF呢？

生：（迟疑）。

师：（进一步启发），现在让我们共同来分析一下：在此图中已知什么？求什么？

生：已知：CD AB，线段CD、OE、AB的长，求OF的长。

师：已知和未知分别落在哪些三角形中？

生：COD，AOB。

师：好！这两个三角形有何关系？为什么？

生：相似，因为  $CD \parallel AB$ 。

师：相似了会得到什么？

生：比例式，即： $\frac{CD}{AB} = \frac{OE}{OF}$

师：得到这个比例式是运用了什么性质？

生：相似三角形对应边之比等于对应高之比。

师：很好！现在能根据此式计算 OF 吗？

生：能（生马上动手求解。）

（一名学生上台完成解题全过程，其余学生独自完成，师巡视。在这样的比例中，只要知道三条线段长，就可求第四条，引发学生回顾比例性质，即比例式、乘积式互换。）

生：

$$\text{解 } \triangle COD \sim \triangle AOB \Rightarrow \frac{OF}{OE} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{即：} \frac{OF}{55} = \frac{48}{10}$$

$$OF = 264 \text{ (cm)}$$

答：甲、乙两生的距离为 264cm。

师生共同小结本题求解思路：

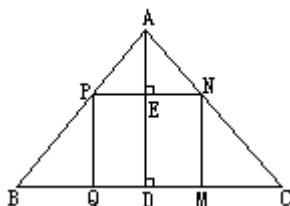
(1) 从已知 AB、CD、OE 和所求 OF 出发，寻找一对三角形，即  $\triangle COD$ ， $\triangle AOB$ 。

(2) 证  $\triangle COD \sim \triangle AOB$ 。

(3) 利用相似三角形的性质获得含 OF 的比例式： $\frac{OF}{OE} = \frac{AB}{CD}$  再运用比

例性质推出所求。

师：上述过程同学们完成得很不错！要是还有兴趣的话不妨再来探求一个问题。现有一张三角形纸片（出示教具）。让前一排的学生测量出此三角形纸片一边及一边上的高的长，并记下数据，我现在将三角形纸片对应黑板上的平面图形画出来，记为  $\triangle ABC$ ，且  $BC=120\text{mm}$ ， $DA=80\text{mm}$ 。）同学们在这样大的纸片上能剪下一个正方形吗？



生：能，（只是大小不一）。

师：我敢肯定地说你们完成这个任务是不成问题的。可是我要作一定的规定：所剪正方形的一边要落在 BC 上，其余两个顶点分别落在 AB、AC 上。这样一来，我们还能吗？

生：（先迟疑，后议论。）

师：（加以启发），要能剪下来的话，恐怕得先算出所剪正方形的边长？我们先假设按如图所示的线路剪下来（补作正方形 PQMN），现在大家想一想，是不是也可以运用相似三角形来解决呢？我们不妨试一试，先看已知什么？存在于何三角形中？求什么？

生：已知 BC、AD，存在于  $\triangle ABC$  中。求正方形的边长。

师：此图中有没有与  $\triangle ABC$  相似的三角形？为什么？

生：有， $\triangle APN \sim \triangle ABC$ ，因为由正方形 PQMN 可知  $PN \parallel BC$ 。

师：在  $\triangle APN$  中涉及正方形的边长吗？

生：涉及到了，即 PN。

师：好了，大家既然都说有三角形相似，那相似后会得到什么样的比例式？

$$\text{生：} PN \parallel BC \Rightarrow \triangle APN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{PN}{BC}$$

师：在此比例式中，AD、BC 为已知，可 AE、PN 怎么办？它是否隐含着与正方形的边长及已知线段有关系呢？

生：有， $AE=AD-x$ —正方形的边长，PN 为正方形的边长。

师：很好！为使计算方便，我们可以将正方形的边长设为  $x\text{mm}$ ，则有：  
 $AE=(80-x)\text{mm}$ ， $PN=x\text{mm}$ 。

$$\text{从而得到了 } \frac{80-x}{80} = \frac{x}{120} \text{ 的方程。}$$

（这与列方程解应用题紧密联系起来。具体解的过程由学生各自完成，师巡视，然后与上例比较，复述解题思路。）

师：请大家想一想，这些问题是不是实际生活中实实在在存在的，你们下去再亲自做做怎么样？

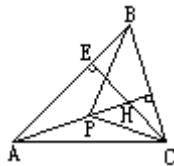
（理论联系实际。）

师：通过上面两例的学习，我们已知道相似三角形的性质完全可运用于实践，已初步掌握了求解办法。下面的问题，你们应用上述解题思路也会找到捷径的。（出示小黑板。）

例：如图， $\triangle ABC$ ，高 AD 与高 CE 相交于点 H，P 为 AD 上的一点，连结 BP、PC，且  $PC^2=CH \cdot CE$ 。

求证： $\angle BPC=90^\circ$ 。

（引导学生首先从题目中用线勾划出已知，求证。要求学生写出分析过程，师巡视，然后让一名学生讲出分析过程，师板书，同时加以补充。特别是要防止出现： $PC^2=CD \cdot CB \Rightarrow \angle BPC=90^\circ$  这一错误，进一步强调射影定理的逆定理不成立。）



分析：假设  $\angle BPC = 90^\circ$  (未知)  $PD \perp BC$  (已知)

$$\downarrow$$

$$\triangle CPD \sim \triangle CPB$$

$$\downarrow$$

$$PC^2 = CD \cdot CB \quad PC^2 = CH \cdot CE \text{ (已知)}$$

$$\downarrow$$

$$CD \cdot CB = CH \cdot CE$$

$$\downarrow$$

$$\frac{CD}{CH} = \frac{CE}{CB}$$

$$\downarrow$$

$$\triangle CDH \sim \triangle CEB$$

$$\downarrow$$

$$\angle HCD = \angle BCE \text{ (公共角)} \quad \angle HDC = \angle BEC = \text{Rt}\angle \text{ (已知)}$$

综合：

$$\text{证明：} \left. \begin{array}{l} \angle HCD = \angle BCE \\ \angle HDC = \angle BEC = \text{Rt} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CDH \sim \triangle CEB \Rightarrow \frac{CD}{CH} = \frac{CE}{CB}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} CD \cdot CB = CH \cdot CE \\ PC^2 = CH \cdot CE \end{array} \right\} \Rightarrow PC^2 = CD \cdot CB$$

$$PCD = BCP$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \triangle CPD \sim \triangle CBP \\ \angle PDC = \text{Rt} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle CPB = \angle PDC = \text{Rt}\angle$$

即：  $\angle BPC = 90^\circ$ 。

(有几个同学运用了证 B、D、H、E 四点共圆，然后角切割线定理的推论和三角形相似得证。)

(分析法、综合法是几何解证中常用的方法，在前面已训练过，分别法是从“未知”追索“已知”的逆向思维过程，是引导学生探索问题的思路和途径。综合法是从“已知”“可知”“未知”的顺向思维过程，是引导学生掌握解决问题的方法和技巧。充分挖掘几何图形的性质是运用综合法的关键。这一练习有利于培养学生的逻辑思维能力。同时加强“相似  $\Rightarrow$  比例式  $\Rightarrow$  乘积式”三位一体教学。)

(三) 小结 (使用幻灯片，生齐读)

利用相似三角形解 (证) 此类问题的思路：

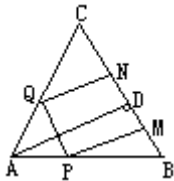
(1) 从已知、未知出发，发现或构造一对三角形。

(2) 证明三角形相似。

(3) 利用相似三角形的性质得出已知，未知的关系，再利用比例性质等知识解 (证)。

(四) 巩固

见书 P141—1 第 2、3 自行完成。



(五) 作业

见作业本。

(2) 补充作业：(引发学生进一步将数、形结合起来。)

在  $\triangle ABC$  中， $BD=120\text{mm}$ ，高  $AD$  为  $80\text{mm}$ ， $P$  为  $AB$  上一点，作矩形  $PMNQ$  内接于  $\triangle ABC$ ，又  $Q$  在  $AC$  上， $P$  在  $AB$  上， $M$ 、 $N$  在  $BC$  上，设  $PM=x$ ，矩形  $PMNQ$  的面积为  $y$ 。

求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式？试确定  $x$  的取值范围。

当  $PM$  为多少时，矩形的面积有最大值？并求之。

(3) 思考：怎样利用今天所学的办法测算河道的宽，路边电杆的高？



## 重视数学第二课堂 培养学生探究精神

山东省曹县一中 刘志强 焦成鸽

竞赛数学以其特有的魅力带动着中学数学教材的研究和数学思想方法论的探讨，对学生的数学素质教育起着重要作用。

我校十分重视竞赛数学的研究，积极开展数学第二课堂的活动。连续五年来，我校学生在全国高中数学竞赛中取得优异成绩：全国一等奖6名；二等奖、三等奖各10名，获奖同学免试录取到北大、清华、人大、中国科大等名牌大学；有的同学获得本、硕、博连读资格。为此，数学教研组多次评为全国数学竞赛先进单位，连续几年受到省数学会的通报表彰。我校在全省引起广泛关注，《大众日报》、《菏泽日报》、电视台做了报道。下面谈谈我校实行因材施教，开展数学课外活动的经验和体会。

### 一、领导重视，措施得力

学校专人负责，建立制度，把第二课堂纳入工作计划。校长过问，教研组长负责组织，研究制定具体的活动内容和活动方式，做到时间、地点、人员、内容确定。教师专人辅导，举办专题讲座。同时，我们为学生购置必备的竞赛读物，有力推动第二课堂活动的正常进行。另外，学校对辅导教师采取精神、物质奖励，提高教师的责任感和积极性。

### 二、认真观察学生，及早发现竞赛苗子，早期培养

青少年处于一个长知识，长身体的阶段，求知欲望强烈，容易接受新生事物，特别容易被新奇的和有兴趣的事物所吸引。每年新生入学，我们通过各种渠道从中观察了解思维敏捷、钻研精神强、智力好的学生。在自愿报名的基础上，进行摸底考试，将善于钻研、智力超常的学生列为课外小组的成员。对这些学生严格要求，课后留有能开发智力的数学问题让他们思考、分析，加强其智力品质和非智力品质的培养，锤炼其意志，让他们掌握各种数学思维方式。

为了做到及早发现苗子，早期培养，保证第二课堂的生源。还重视在初一选拔思维能力强，数学兴趣浓厚的学生；学校在初一、高一的学生中举办奥数实验班，为保障第二课堂学生的质量提供条件。实践证明，这是行之有效的方法。九六年全国数学竞赛，在贾炳麟同志所带实验班的基础上，开展竞赛辅导，取得优异成绩，受到省数学会表彰，再一次稳居全区第一。

### 三、精心组织，培养个性特长

针对学生特点，我们积极采取措施，认真组织第二课堂，努力做到“四定”，“两落实”。“四定”是：（1）定课外小组成员。人数不易过多，每级确定30名左右的学生进行活动。（2）定时间、地点。每周的星期六、星期天在数学组或数理实验室准时进行活动。（3）定活动内容。活动内容源于课堂讲授的知识并适当提高、延伸为宜；根据竞赛大纲，组织讨论会，举办专题讲座。（4）定辅导老师。确定责任心强，有开拓进取精神，有能力的教师组织训练和辅导。“两落实”是：（1）辅导老师负责考核，写出每次活动总结，落实到人，按时向教务主任、校长介绍辅导情况。（2）由教务处核查督促，落实辅导内容。这样坚持不懈，收到了良好效果。

我们精心组织课外活动的同时，还着重做好以下几项工作：

1. 定时训练，定期竞赛考试。学好数学必须善于动手动脑，勇于探索。鉴于竞赛要求，我们不但注重基础训练，还注意增加内容的深度和广度。重视试卷的评析，探讨产生错误的根源；分析解题的实质，重点研究解题规律，挖掘题目间的内在联系，努力培养学生思维的深刻性、灵活性、严密性和批判性。

2. 举办专题讲座。注意数学思维方法，开展有益于培养和发展学生数学能力为内容的讲座。如初等数论、抽屉原理、覆盖、染色、拓扑初步等。另外结合数学进度和学生实际情况，对数学期刊中的竞赛讲座灵活选用。这样不仅开拓了学生视野，而且培养了学生的思维能力。

3. 确定重点培养对象。根据学生的基础和思维品质，分层次指导，为重点培养对象提供最佳条件。加强智力品质和非智力品质的培养，完善其思维结构。积极发扬学生的好学精神，创造良好的学习气氛，最大限度地挖掘他们的潜力。

4. 超前学习，培养学生的自学能力。争强好胜，孜孜以求是青少年的特点。为了取得优异的竞赛成绩，积极鼓励学生超前学习，指导学生自学一些竞赛书籍。不少学生超前学习高中数学教材，自学《高中数学奥林匹克讲座》、《高中数学竞赛基础教程》等。拓宽了知识面，开发了智力，培养了学生自学钻研能力，使之成为勇于探索、富有创造性的人才。

5. 开展丰富多彩的活动。重视发挥学生的积极性、主动性，开展形式多样的活动。不仅举办专题讲座，还开展自制数学模型比赛，开辟“数学问题征解园地”，给学生提供素材，让他们写心得体会，并开展数学小论文比赛。

#### 四、课堂内外联成整体，共同提高

1. 课堂教学为课外钻研提供素材，有利于尖子学生的培养。为此，我们认真备课、上课，充分发挥45分钟的效益，注重各种数学思想、数学方法的教学。注意目标式、启发式教学，放手让学生阅读教材。通过分析讨论，提出新的研究角度，促使学生在课外活动中敢于和善于阅读探索。

2. 有意识地沟通课内外联系，课外活动成为课堂教学的深化和补充。在课外活动中，我们积极配合课堂教学，注意培养学生的“类比”、化归“代换”等基本教学方法的渗透。通过代数恒等变形、三角变换等方面的专题训练，培养学生的逻辑思维和运算能力；通过立体几何中的截面翻折、复原等问题的教学，培养学生的空间思维能力和创造力。这些内容既源于课堂，又有延伸，把课堂上的问题转化成课外钻研的素材，内外有机结合，卓有成效。第二课堂活动促进课堂教学，达到整体优化，大面积提高数学教学质量，同时又使尖子学生脱颖而出。

#### 五、组织团结协作辅导教师队伍

课外辅导教师是搞好第二课堂的决定因素。选拔责任心强、学有专长的指导教师，充分发挥教师的主导作用。同时，要集思广益，充分调动每个老师的积极性，发挥集体智慧。另外，我们还重视结合学校政教处、教务处、校团委及班主任和任课教师做好深入细致的学生思想工作，协调课外活动的正常进行。

实践证明：我们在搞好课堂教学的前提下，积极开展数学第二课堂，有利于因材施教、开发智力、培养学生能力。课堂内外有机地统一起来，有助于提高整体教学质量，又为培养尖子学生创造了良好的学习环境。我们将不断总结经验，不断探索、创新，培养更多的创造性的数学人才，为祖国的教

育事业做出贡献。

## 谈谈职业高中数学教育的改革

山东省烟台市芝罘区职工中等专业学校 任立琴

改革职业高中的数学教育，实现职业高中数学教育现代化是一项艰巨的任务，其关键在于突破传统教育思想的束缚，在“素质教育”和“三个面向”的思想指导下，从教学目的、教学内容以及教学方法和手段等进行一系列的变改。

### 一、职业高中数学教学目的

职业高中的培养目标与普通高中的培养目标有所不同，职业高中培养的是直接参加生产劳动的劳动者，这一培养目标就决定了它的教学目的的一些特性。对于数学教学目的不同类型的学校在不同的时期有不同的提法，强调不同的重点，但是基本上离不开以下两个方面。第一，功利方面，其中包括社会一般需要、个人就业需要等方面，强调知识的实用性，重视数学在实际问题中的应用和对其它学科发展的影响。第二，素质方面，其中涉及数学思想品质的养成、科学方法的训练、公民心智素质的提高以及数学对其在形成世界观、伦理道德方面的作用。

人们在认识世界和改造世界的过程中，积累了大量的数学知识和能力，但这些知识和能力不具有遗传性。帮助人们掌握前人认识的成果，并学习改造世界的数学能力是数学教育的基本目的之一。中国古代的数学教育，就其内容来说，传授的是与农业、手工业、建筑、生产、生活直接相联系的数学知识。如作为教科书的《九章算术》，所收入的246个问题都是生产、生活中提出的各种实际问题。当今世界数学教育界最流行的口号是“问题解决”，也就是要通过数学教育使学生获得解决他们在日常生活和工作中遇到的数学问题的能力。这表明数学教育的功利性目的已成为人们的共识。

现在人们已清楚地认识到，现代生产直接依赖于科学技术和劳动者的素质。数学教育肩负着为科技服务和提高人的素质的重要使命。通过数学教育使学生会用数学思想去观察、分析、处理现实中的数学问题，培养学生浓厚的学习兴趣、顽强的学习毅力、实事求是的科学态度、独立思考勇于创新的精神，对职业高中的学生来说这些个性品质比数学知识更为重要。日本学者米山国藏认为：人们所学的数学知识很快就会忘记，唯有深深地铭刻于头脑中的数学思想精神、数学的思想方法、研究方法、推理方法和着眼点等，却随时随地发生作用，使他们受益终生。

综上所述，职业高中的数学教学目的应该是：按照学生的生活和工作需要，结合学生的生活实际和年龄特征，使学生掌握代数、几何、概率统计、微积分的基础知识，并形成基本技能，学会用数学的观点、方法去观察和处理问题，训练学生的思维方法、运算能力和图形识别能力，培养良好的思想品质。

### 二、职业高中的数学教学内容

根据上述职业高中的数学教学目的，在职业高中的数学教学内容的选择上应注重实用性，增加灵活性，提倡“问题解决”。

现行职业高中的数学教材，基本上是采用了普通高中数学教材的乙种本或由普通高中数学教材改编而成。这样造成了大多数学生学不好，学了也没多少用的局面，而现实生产和生活所要求的许多有用的数学知识教材中又没

有，应当通过数学学习和应用培养起来的数学意识和相关素质也没得到培养，学生的许多宝贵时间被用在大量人为编造的数学问题和繁杂的数学运算与证明技巧上。以至于职业高中数学教育效益低下。

改革职业高中的数学教学内容，应打破传统的初等数学体系，要大幅度地删减那些人为编造的数学问题和繁、难而用处不大的数学内容，增加概率、统计、向量、矩阵等用处广泛的数学内容以及与计算机科学相关的一些基础知识。总之要注重内容的实用性。

增加灵活性就是要根据学生的专业不同灵活安排所学内容，还要在教学中留出机动时间由教师根据学生的水平和毕业后的去向灵活选择教学内容。职业高中的学生毕业后面临的是社会生活的工作实践，他们需要的是为解决生活及生产中的问题而必备的数学知识，因而没有必要让学生学习那些只有数学家才需要的数学内容和偏题、难题。在生产及生活中，成本、利润、投入、产出、效益、储蓄、货款等名词已成为人们频繁使用的词汇；住房体制的改革，使买房不再是陌生的事情，其中所涉及的买还是不买，分期付款还是一次付款等都需要权衡利弊，作出决策。以上所说的各种活动，无一不与数学知识密切相关。各行各业中用到的数学知识就更多了，只要熟悉我们的工作过程和内容，就一定会挖掘出与数学活动有关的内容，充实课堂教学。

“问题解决”的口号是美国 1980 年提出来的，从 80 年代到 90 年代始终是数学教育的中心问题。有的问题具有启发性，甚至是无唯一解答的开放题，它反对“单纯模仿”，更多的是从问题情景出发，构造数学模型，提供数学想象，伴以实际操作，鼓励发散思维，诱发创造能力。我们在教学中应补充和编制一些能引起讨论和有实际背景的题目。例如在讲一元二次不等式时可补充已知  $m < n$ ，试写出一个二元不等式  $ax^2 + bx + d > 0$ ，使它的解集为 (1)  $(-\infty, m) \cup (n, +\infty)$ ；(2)  $(m, n)$ 。这样的不等式是否唯一？要使不等式唯一可以添加什么条件？又如在讲平均数时加进下面的例子，就是一个很好的问题，大奖赛时评委亮分后裁判总要去掉一个最高分和一个最低分，用余下的平均值作为最后得分，这是为什么？理论联系实际，不应只停留在口头上，中国古代数学教育是很讲究实际应用的，我们应发扬中国古代数学教育的长处，适应时代的要求，使数学教育更贴近生活更贴近实际。

### 三、关于教学方法和教学手段的改革

改革教学方法和手段，就是要把数学教学从“教师以板书、讲解为主，学生以听讲、做题为主”的传统模式中解脱出来，按照以学生为主体，教师为主导的模式来组织课内外教学活动，教师要尽可能引导学生自己提出问题，分析问题，总结规律并用以解决某些简单的实际问题，从而提高学生的学习兴趣，帮助学生掌握学习数学的方法。要充分利用电教手段和计算机辅助教学。

改革教学方法和手段就要求数学教师具有现代教育思想，掌握现代教学方法和手段。要求数学教师充分了解数学教育与发展，学生的学习心理，树立起数学教育服务于素质教育的思想。数学教师还应学习、研究数学的精神、思想和方法，了解国内外教改实验已证明为有效的各种现代教学方法。掌握电化教学、计算机编程与操作的技能。

## “CAI”断想

黑龙江省富锦市向阳川中学 赵君

1985年全国24所重点中学开设了BASIC语言课程以来，便掀起了我国计算机辅助教学——即CAI的高潮。到了1992年济南第四次计算机工作会议圆满结束后，CAI便在全国各地呈现普及发展的势头，随后便逐步走入低谷、陷入误区。经有关人士的抽样调查显示：近几年中国的CAI工程，在取得了硕大成就的同时，也出现了不少急待解决的问题。

### 一、目的不明确，重点不突出，模式有分歧

计算机是先进的科学技术，是信息交换和信息处理的一种工具。把这种高度现代化的工具合理应用在教育教学中，确实是具有其它任何一种教学手段所不能比拟的优势和特点。但是，就我国十几年来约定俗成的CAI教育目的、目标和任务来看，却存在着一个极为严肃的问题：即教学目的缺乏必要的统一，从而导致了各地CAI“各自为政”且越演越烈。从1983年开始大规模普及发展CAI以来，我国大中城市、各级各类学校的计算机教程真可谓是五花八门、参差不齐。我们知道，计算机这东西不是某个人的产物，它是全世界的共同科研成果，尤其是西方的发达国家，他们比我们早了那么几步，这一点是不容否认的。但是我认为，别人的理论和实践不应该左右我们自己的观点。在我们教师队伍中，有相当多的一部分同志曾经一度主张吸收国外一切有用的经验。当然，这是一种进步的思想，我们也应予以肯定和提倡。同时，我们也一定要保持这样的态度：我们站在别人的肩膀上是为了看得高望得远，进而有所作为；我们走在他人的背后是想要超越向前，不被别人落得太远。可见，计算机作为一种多媒体协同技术和人工智能技术，只有使多种信息表达形式同时呈现在学生面前，使学生的思维活动和联想活动更加活跃，从而轻松地学习和掌握各科文化知识及计算机功能应用，这才是当前我国CAI的主要目的。

目的明确了，CAI的重点及其模式就容易确立和设置。根据我国教育特点，教学重点和教学模式都取决于教育目的，教学模式又是实现教育目的、教学重点等教学环节和目标的有效途径之一。那么，我国的计算机辅助教学怎样呢？关于重点和模式这两个问题也一直是大家所关注的话题，有一位CAI研究人员说得很精练：“突出重点、激活模式。”简单的八个字却道出了真谛，和其它教学科目的课程设置要求一样，CAI也需要抓住重点，搞活模式，只有如此，才能使学生众多的信息贮存更为合理，使他们的思维更具有条理性，从这点来看，CAI的重点和模式比其它科目和课程要求的更严格一些，并且，教师在这方面的领导作用也较为突出，不像一篇课文或一道例题，学生在老师稍加指导和点拨后即可抓住重点、形成自己的思维模式。计算机的知识伸缩性比较大，如果教师不能认真引导，学生就很容易无所适从，抓不到实处，如此的CAI非但没能起到辅助的功能，且很可能把学生引入歧途，正所谓是“用得早不如用得好，用得好不如用得巧。”

### 二、没能充分体现出其基础性教学特点

计算机是20世纪科学技术的产物，自从计算机诞生和发展以来，全人类便开展了一场伟大的社会性革命，随之，社会生产力也相应地得到大跨度的提高，尤其是近几年来CAI工程的兴起，更是给全世界的大中小学教育注入

了新鲜的血液。从这一点上来讲，我们的学生确实应该学习计算机这一先进的技术，也应该引起各级教育部门的高度重视。但是，我们不要忘记，并非所有先进和重要的科学技术都要求学生在校期间掌握，我们应该看到，计算机技术除了先进性和重要性之外，还有一个值得注意的因素，那就是基础性。

计算机是一种工具，是一种现代化工具，这种工具容纳有丰富繁杂的学科知识内容。我们所说的基础性因素，是指计算机的基本操作和运用能力等主要知识和技能，它也包括对计算机各部件功能使用方法的学习和掌握，这就决定了在 CAI 的实践过程当中，一定要根据学生年龄水平的基础不同而相应地开设合理的科学的辅导过程，而不是说不论各级各类学校、不分学生实际情况去生硬地讲解各种复杂难懂的计算机知识和功用。举个简单的例子来说，在小学阶段进行计算机辅助教学中，如果不顾及小学生认知水平的基础和特点去开设什么递归算法，磁性存储、程序设计等中等、高等计算机应用知识，那结果是可想而知的，这样的 CAI 不但不能够起到辅助的功能和作用，反而很容易扼杀他们乃至一辈子学习计算机的积极性和趣味性。

诚然，我们大家也应该乐观地看到，不少学校及教育部门或多或少地认识到了这一点，只是暂时还没能形成一个统一的科学的观念，他们在实践中已经逐渐摸索出一套很有价值的计算机教学体系和方式方法。相信在不久的将来，我国的 CAI 一定能在基础性原则和特点的探讨方面有所建树的。

### 三、忽视了其对学生能力的培养

计算机作为一门高科技学科，它汇集了人类高精度思维方法和程序，是人类智慧的结晶，所以它才有了一个外号——“电脑”。在许多权威人士的文章中都提到：开展计算机教育能够提高学生分析问题、解决问题的能力，我认为这个结论是有一定科学性的。

CAI 发展到如今，却极少有人提到其对学生能力培养这一点，而“纯技术说”却屡见不鲜。问题出在哪儿呢？我看主要还是观念和态度上的分歧，如果只把计算机当作一门技术开设 CAI，任谁都得承认这样一个事实：计算机与能力培养风马牛不相及。可是，在我们树立了正确的教学目的后就会发现，这门特殊的学科比语文、数学要重要得多，因为它是综合性的。

我们人类的思维是没有固定的模式的，但是有一个共性，那就是我们的思维必须以形象的感知为基础，如果脱离了客观事物和现实，思维也就不会存在，没有任何意义，最少对于我们学生是毫无益处，因此，CAI 作为形象教学（图像教学），无疑给学生的思维活动开辟了新的意境，使大脑的思维得到飞跃性发展，无形中提高了学生分析问题、解决问题的能力。

总之，CAI 是亘古未有的大事，当前，世界各国（包括众多的发展中国家在内）都在根据其本国的具体条件和民族特点积极的研究和试验，虽然取得了一定的成就，但理论水平和实际效果却相差甚远，而在此之前，我国的 CAI 工程也增一度搁浅。可见，认真细致地探求、思考、总结经验、去伪存真，已经成为当今国内 CAI 势在必行之举。相信，只有如此才能避免我们的计算机教学无的放矢、盲目攀求；才能发挥现有的设置功能和优势，使学生获取一种掌握知识、交换信息的手段，以促进学生当前的文化知识学习和今后一生技能的提高和进步，最终，培养出具有适应社会变化和科技进步的应变能力。

## 实施单元达标 提高数学成绩

山东省威海市经济技术开发区第三中学  
邢序冰 姜淑蕴 苗延亮 陈琳 段淑红

以单元为单位组织教学，能及时反馈信息，有计划地调节教学过程，弥补知识的缺陷，是布鲁姆掌握学习“策略”的基础，是实现教学工作规范化的重要途径，也是大面积、大幅度提高教学质量的有效措施。

所谓“单元达标”，是在教学目标明确的前提下，通过每堂课的目标数学、单元复习和达标验收，使学生人人达到目标要求，获得理想成绩的一种教学机制。在教学工作中，我的宗旨就是面向全体学生，使每个学生都得到全面发展，大面积提高教学质量。在具体实施过程中，我除了强调备课、授课、复习等环节外，还非常重视单元检测，狠抓了反馈与矫正，从而使教学工作走上了一条备课 授课 复习 检测 回授 补偿 备课这样一条良性循环的轨道。

实施单元达标制度，主要应做好以下两方面的工作：

### 一、坚持抓好“四环节”，做到“四及时”

所谓“四环节”，就是：

(1) 以钻研教材为主的单元备课。我经常与同级部的教师探讨备课，做到了“五统一”即，统一进行教材分析，确立本单元教材的地位与作用；统一教材的重点、难点、关键及突破难点的方法；统一单元教学制度；统一作业和单元练习题的设计意见；统一单元检测的质量标准。在“五统一”的基础上，写出简明实用的课时教案。单元备课是“四环节”的前提，认真抓好这一环节，可以从整体上帮助我驾驭教材，进而提高我的业务水平。总之，通过单元备课，可以扬长避短，形成一种互补机制。(2) 是以教改为目的的单元观摩。具体做法是：我经常去听高水平的示范课，通过观摩，能达到探讨知识，磋商教法，互相学习，相互促进的目的，从而保证每堂课的教学质量。(3) 以知识归类和习题归类为重点的单元复习。知识归类应该搞好知识间的联系。例如：复习初一《等式与方程》这一单元时，应给学生指出等式与方程的联系就是都是表示相等关系的式子，但方程在等式的基础上，必须有未知数，从而使知识系统化。习题归类主要是分清习题类型，找出规律，做到由此及彼，举一反三。例如：我在复习二元二次方程组的方程组时，把习题主要归为五类：第一是原方程组里有一个方程可以分解成两个一次方程。第二类是方程组的两个方程都能分解成两个一次方程。第三类是方程组里不含有一次项，解时应先消去常数项。第四类是已知两个未知数的平方和及这两个未知数的乘积。解时可想法把两个方程配成完全平方式。第五类是二次项或含某未知数的项的系数对应成比例，从而可以把二元二次方程组转化成二元一次方程组。为了避免“题海战术”，我与同级部的教师之间互相配合，反复斟酌单元复习习题的设计，尽量做到重点突出、知识覆盖面广，帮助学生搞好归类、综合、疏理单元知识，为进一步落实高层次的教学目标打下坚实的基础。(4) 以单元目标为尺度的单元验收。对单元质量进行检测评价。全面检查学生的单元学习效果，对教学质量进行有效控制。

单元质量检测之后，立即落实“四及时”，即及时分析，及时讲评，及时补缺，及时复查。具体做法是：



(1) 对学生自我矫正和相互矫正。通过这一措施,使学生明确自己的知识缺陷,得到自我提高。(2) 在质量分析的基础上,上好试卷讲评课,对于面上出现的问题,在课堂上做分析指正,并用同类题进行复查,强化学生的改正意识。(3) 对少数学生进行单独矫正。对少数差生,我则面对面地帮助其分析原因,寻找解题途径,使之改正。

## 二、调控教学全程,实行全面管理

为了确保“单元达标”的顺利进行,实行大面积丰收的目的,必须调控教学全程,实施全面管理。

(1) 强调计划管理,建立一个完整的计划管理体系。每学年我校的教研组长要根据学年教学目标的任务,制定总体教学工作计划,然后各教师再订出自己的教学计划。

在具体实施过程中,我重点抓了两方面的工作:

(1) 随时掌握工作日程,控制安排好各项计划的实施。

(2) 扶植典型,推广经验,定期总结评比。因为有比较才有鉴别,所以,根据数学学科的特点,平行班中每周小结一次,找出成功的经验和失败的教训,互相取长补短;每月组织一次总结交统。每学年结合学期考试全面分析评选优劣,树点带面,同时结合年度考核成绩,对成绩显著的教师予以表彰及奖励,这样就充分调动起教师的积极性。

(3) 建立健全四项工作手册。即 平日提问手册; 作业批改手册; 考试成绩手册; 差生转变手册。使工作一步一个脚印,有效地控制了教改情况。

## 三、成效及体会

1. 几年来,通过实施单元达标制度,我的业务素质有了大幅度的提高,表现在:提高了我驾驭教材的能力,能准确地确定单元教学的重点和难点,解题的能力也大为增强。从根本上解决了从前抄参考书的弊端;教学基本功大有提高,不管是引入、启发、衔接、提问,还是语言,板书等能力也都有了很大的长进。

2. 教学质量发生了巨大变化,具体表现在:学生的自学能力和解题能力有了明显提高。多数学生能在我的引导下自学、预习教材,并能做出大部分的习题;学习成绩大幅度提高,每年终统考,我所教的班,数学成绩在全镇一直是遥遥领先,一般比同类班平均分高出8~30分。

3. 这几年的教学实践使我认识到实行单元达标制,在目前是一项大面积提高教学质量的有效途径,也是制约着教师的备课、上课、批改、辅导的有效措施,保证了教学成绩的稳步提高。

## 浅析标准分在教学管理中的运用

内蒙古赤峰市克旗宇宙地中学 张秀峰

教学工作是一项极其复杂的劳动，是教师运用多种能力综合作用于受教育者的一种消耗心智的工作，其劳动对象又是活生生的人，每个学生的智力水平、知识水平及应变能力又各不相同，工作过程中常常有意想不到的事情发生，所以要评价学生的学习水平、老师的教学水平是一件非常困难的事情。目前，考试是评价教学工作的一个重要方法，也就是说，考试分数是评价教学工作的重要依据。虽然现在针对“应试教育”的种种弊端提出了“素质教育”，但素质教育并不排斥考试，而是要求在考试的内容和方法上加以改革。教学管理工作的一个重要内容仍是要对考试成绩进行科学的分析，从中找出规律性的东西。

统计学在教学管理中的运用解决了这个难题，并由此诞生了一门新的边缘科学——教育统计学。近年来在高考录取中采用了标准分（亦称七分数）就是这一成就的应用。标准分就把学生考得的原始分数转化成具有可加合性和可比性的分值，据资料统计，利用标准分录取可减少 5%左右的偏差，有利于选拔人材。这些无须多费笔墨，我这里主要谈一谈“标准分”在日常教学管理中的运用，本人这方面作了一些粗浅的尝试，仅供大家参考。

### 一、正确评价学生的考试成绩

无论是学生家长还是任课教师或者是学生本人对考试分数都十分敏感，得分高都高兴，考得不如意大家都不高兴。某生期中语文成绩 95 分而期末只考了 85 分，老师会说：“你的语文成绩退步了”，家长会说：“你的语文这次为什么没考好？”一个学生数学考了 98 分而物理只考了 68 分，家长会说：“你的物理为什么没考好？”等等，诸如此类的事情很多，而学生本人也不知如何来回答师长们的诘问，殊不知对学生的这些评价和指责未免有失偏颇。其中考试语文成绩 95 分可能是一般成绩，而期末考试语文成绩 85 分也可能是较高成绩，数学的 98 分是良好成绩，而物理的 68 分可能是最高成绩。怎样才能让 98 分和 68 分具有可比性呢？就必须把这些分数转化成标准分。

我们学校所在的克什克腾旗每学期都进行期末统一考试，并上报各校成绩，经旗教研室统计评比后分布结果，为我们使用标准分提供了便利的条件。我们以全旗的平均分为标准，把学生的各科成绩转化成标准分（即 Z 分数）

为新学期的教学工作提供了可靠的依据，计算公式如下  $Z = \frac{x - \bar{X}}{s}$ （期中 X

表示学生的原始分， $\bar{X}$ 表示全旗平均分， $s$ 表示本校学生考试的标准差。

）例如下表是某学生数学、物理考试成绩及其评价情况：

| 学科 | X  | $\bar{X}$ |      | Z   | 评价等级 |
|----|----|-----------|------|-----|------|
| 数学 | 98 | 90        | 12.8 | 0.6 | 良好   |
| 物理 | 68 | 54        | 10.8 | 1.3 | 优秀   |

由上表可以看出，该学生数学考 98 分，只是良好成绩，而物理考 68 分却是优秀成绩，该生新学期需要进一步努力学习的是数学而不是物理。运用

这种评价方法指导各科教学以及班主任全面了解本班学生学习情况都十分方便，使教师的教学能够有的放矢、因材施教。几年来，由于指导得法，我校各科教学成绩稳步提高，在各年度评比中，在全旗名列前茅。

## 二、标准分在评价教师教学质量方面的运用

按常规要求，评价教师的教学质量主要依据三项指标，即平均分、及格率和优秀率，这几项指标的计算依据也是学生考试的原始分，60%为及格，85%以上为优秀。但由于试题偏难等问题造成考试分数不够均衡，学习成绩较好的教师反而得不到应有的评价，其原因有两个方面，一是立足一个学校看问题，对比性不强，二是不同年级不同学科的考分不具备可比性。为了客观公正地评价每位教师的教学质量，引入标准分来进行评价，不仅可以消除评价不公正的原因，还可以使教学工作进行量化管理。计算公式是

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{s}$$
（其中X是某任课教师的原始平均分， $\bar{X}$ 是全旗这个学科的平均分，s是本校该科统计的标准方差。）

例如下表是某两位教师的教学评价情况：

| 学科   | X    | $\bar{X}$ |      | Z   | 评价等级 |
|------|------|-----------|------|-----|------|
| 初二物理 | 76.9 | 64.3      | 13.2 | 1.0 | 优    |
| 初一语文 | 94   | 90.5      | 10.4 | 0.3 | 良    |

由表中可以看出，初二物理平均分虽然低于初一语文，但远远高出全旗平均分，标准分为1.0分，是优秀教学成绩，而初一语文则稍高于全旗平均分，仅为良好成绩。

及格分数和优秀分数可根据标准分来确定，如及格可定为-0.1分，优秀定在1.0分，那么初二物理及格为63分，优秀则为77.5分，而初一语文及格分数为89分，优秀分数为101分（语文题120分）。用这种方法计算出来的及格率和优秀率客观公正，可比性好，评价也能恰如其分。为教学工作的量化评估提供了有利条件。

通过两年多的试验，效果较好，教学工作评价客观公正，还能引导教师全面深入地了解学生，因材施教，既重视抓出一批优秀生，提高优秀率，又注重差生的转化，来提高平均成绩。大大地推动了我校教学工作的开展，使我校教学成绩呈现逐年上升的趋势。

## 三、标准分在分析优秀生学习成绩上的运用

影响学生升学考试的主要因素不是哪一学科学的最好，而是哪一学科或几科学的较差。因此，找出优秀生各学科中影响考试的科目，有目的地进行指导，是提高升学率的有效措施，如果用原始分来分析，常常会误导，把原始分转化成标准分就会一目了然。下表是我校某次摸底考试前50名成绩分析表的一部分：

| 考生  | 语文        |      | 数学        |      | 英语        |      | 物理        |      | 化学        |      |
|-----|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|
|     | $\bar{X}$ |      | $\bar{X}$ |      | $\bar{X}$ |      | $\bar{X}$ |      | $\bar{X}$ |      |
|     | 12.2      |      | 14.6      |      | 15.1      |      | 10.8      |      | 10.5      |      |
| X   | Z         | X    | Z         | X    | Z         | X    | Z         | X    | Z         | X    |
| 019 | 98        | 0.2  | 105       | 0.9  | 82        | -0.3 | 93        | 0.4  | 97        | 0.2  |
| 020 | 110       | 1.5  | 97        | 0.4  | 84        | -0.2 | 89        | 0    | 98        | 0.3  |
| 021 | 80        | -1.4 | 90        | -0.1 | 95        | 0.7  | 82        | -0.7 | 93        | -0.2 |
| 022 | 92        | -0.3 | 98        | 0.4  | 81        | 0.4  | 85        | -0.4 | 98        | 0.3  |
| 023 | 101       | 0.5  | 98        | 0.4  | 84        | -0.2 | 93        | 0.4  | 93        | -0.2 |
| 024 | 89        | -0.6 | 92        | 0    | 90        | 0.3  | 88        | -0.1 | 96        | 0.1  |

表中X表示学生考得原始分， $\bar{X}$ 表示这50名学生的平均分， $\sigma$ 表示标准差，Z表示标准分，计算公式仍为 $Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$ 。表中带#号的表示该生某科稍差的考试成绩，如表中019、020号考生的英语成绩稍差，在学习过程中，任课教师和学生本人，应从英语这一学科上多下些功夫就有可能在升学考试中榜上有名。而023、024两位考生有两个以上的学科成绩稍差，除学生努力外，任课教师应该认真分析这类学生的学习情况，找出成绩差的根本原因，对症下药。像021、022号考生多科成绩不良，是这50名优秀生中的边缘生，如果学生努力学习，教师指导有方，考试就很可能如愿，否则，稍加懈怠升学无望。

这些分析结果，不仅督促师生共同寻找差因，调动双方面的积极性。而且克服了指导上的失误，使学生清楚自己努力的方向，教师清楚自己指导的对象及采取相应的措施，对提高升学率有现实的指导作用。我校运用这种分析方法指导初三复习，取得了明显的效果，升学率明显提高，在1996年中考中，130名考生，升入重点中学的48名，考入中师、中专的12名，升入职业高中的18名，总升学率60%，高出全旗平均升学率30多个百分点。

当然，随着管理现代化的发展，统计理论在教学管理中的应用也逐步发展与完善，标准分在日常教学管理中运用也会日益广，不仅限于笔者以上提到的三个方面。

提高学生考试成绩只是教育教学工作的一个侧面，对学生进行思想品德教育，发展学生智力能力，五育并举，全面发展是当今教育工作的主旋律，“素质教育”又为教育工作者带来了新的挑战，但学习科学文化知识，发展学生智力能力，为社会主义现代化建设培养人材，必须提高学生的学习成绩——这依然是这一主旋律中最悦耳的音符。因此，我们研究如何提高学生学习成绩，正确评价学生的学习成绩和老师的教学成绩，不仅是发展学生素质

的客观要求，同时也是探索教学管理规律、减轻学生课业负担的客观要求。以上是笔者的一孔之见，由于水平有限，难免有错误和疏漏，希望同行批评指正。

## 小学数学分层教学实验探微

山东省邹城市杏花村小学  
庄建华 王启峰 巩长英 韩建华

小学数学教学中，如何能解决“差生吃不了，优生吃不饱”的问题？我们在教学中学习他地的先进经验，进行了分层教学的尝试，收到了较好的效果。具体做法是：

### 一、摸底细、定目标

为使自己的教学能使每一位学生所接受，我们接到学生的第一件事，就是全面了解学生。通过测试、调查、研究，对每一位学生的基本情况做到心中有数，在基本了解学生后，便开始制订分层教学的目标。教学目标的制定应从以下三方面考虑。

1.纵向考虑：以保证一学年教学大目标的最终实现，来规划自己的中、近期目标和与此相适应的教学活动，提前公布不同阶段的教学目标，便于学生自学，自我对照与检测。

2.横向考虑：在实现当前目标的过程中，必须充分考虑目标本身的层次性，对差生制定基本目标，对中等生制定中等目标，对优生制定较高目标。这样才能做到面向全体，因材施教。

3.深度考虑：分层教学强调目标质量的层次性，即把讲解再现作为第一层次，问题答疑作为第二层次（面向差生），再现探索作为第三层次（面向部分差生和中等生），创造发现作为最高层次（面向优生）。通过多层次思考，逐步深入，发挥学生的个性和创造力，把发展智力，提高能力的工作真正落实到实处。

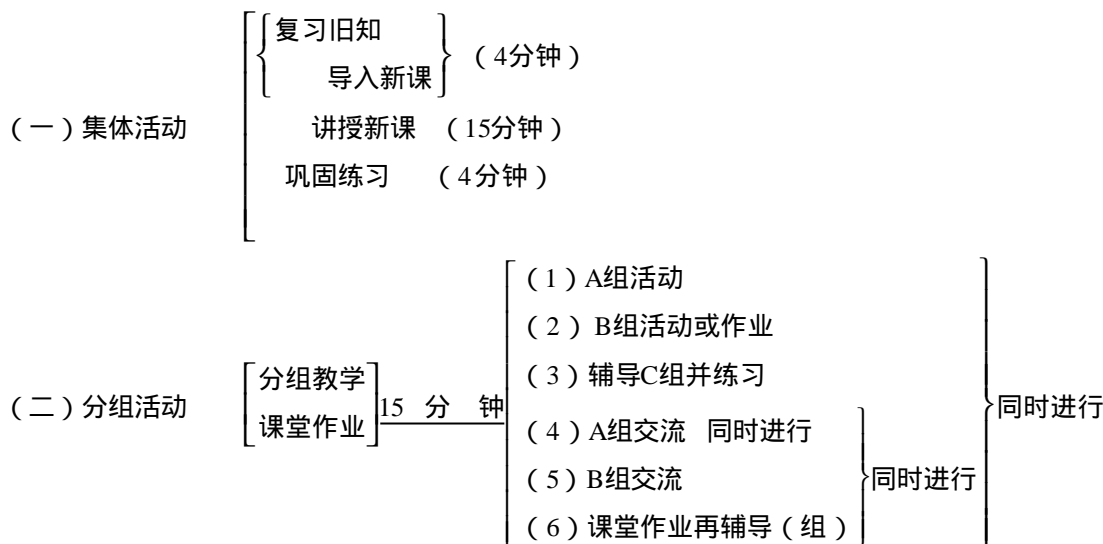
### 二、分层教学的实施

#### （一）确定层次

分层教学采取以班集体教学为主，小群体教学为次的组织形式。在各层成员名单上，采取詹振权老师主张的“模糊学”的方法，不指名道姓地点出哪些差生，哪些学生是优生，避免挫伤学生学习积极性和师生感情。主要是以每次考核成绩为分层的依据，按综合性模糊的标准以座次分为三个小组[A组（优生）、B组（中等生）、C组（差生）]，只是教师心中有个大致标准及尺度就行了。

#### （二）分层教学的课堂结构

分层教学的课堂组织大致可按下列结构安排：



(三) 集体活动——课堂小结(2分钟)

(三) 课堂教学程序

学生的活动程序：集体活动——分层活动——集体活动。

在“分层活动”中，大致分为以下几步：

第一，布置A组学生探索新知识的任务。由于A组学生在集体活动中，较好地完成新课的学习任务，在他们学有余力的同时，结合新课的学习任务，为他们设计若干组探索题，组织讨论，开辟更为宽阔的数学领域。

第二，组织B组学生的课堂作业，让他们独立地解决课本中的一些实际问题，有效地促使他们对新知识的理解，使他们当堂巩固消化学习内容。

第三，对C组学生进行第一次课堂辅导，帮助他们理解概念，明白算理，掌握算法，能正确解答一般问题，初步达到大纲的基本要求。然后布置基本练习。

第四，了解A组的活动情况，指名汇报思考方法与过程，组织学生相互交流与启发。

第五，检查B组活动情况，帮助学生纠正错误，让新知识在学生的脑海中不断丰富、完善。

第六，布置课堂作业。教师有选择地指导C组学生。

上述几个程序，学生在同步活动中进行，有利于充分利用教学时间，发挥班集体的整体作用和局部功能，从而提高课堂效率，减轻学生负担。

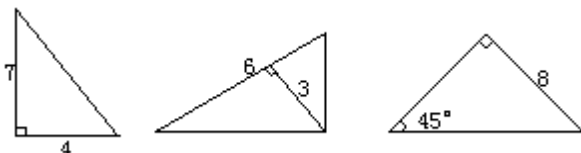
(四) 习题设计

由于分层教学以课堂集体教学为主，小群体教学为次。所以，教学手段一样，教材统一，进度统一，分层体现在于每课时的习题设计及章节考试上。

习题的具体选择原则是忠于大纲，忠于教材、紧靠例题、练习、复习题。如教学三角形面积计算，可设计如下练习：

1. 基础题

(1) 求下列三角形的面积长度(单位：厘米)

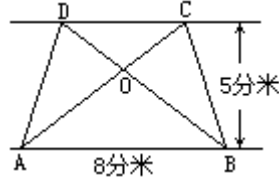


(2) 两个( )的三角形可拼成一个平行四边形。平行四边形面积公式是( )，所以三角形面积公式是( )。

(3) 一个平行四边形和一个三角形等底等高，已知平行四边形的面积是30平方厘米，三角形的面积是多少平方厘米？

## 2. 提高题

(1) 右图中三角形 ABD 和三角形 ABC 的面积相等吗？为什么？



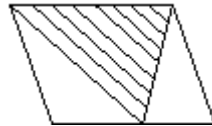
(2) 从图中还可发现哪两个三角形的面积相等？

(3) 通过练习，你可发现什么规律？

(4) 若以 AB 为底边，在两条平行线间可画出多少个面积相等的三角形？

## 3. 延伸题

如右图，已知平行四边形的面积是 48 平方分米，求阴影部分面积。



## (五) 成绩考核

分层教学“以目标的达成为准

则”(布鲁姆语)，因此对学生的每一个知识点要以过关为标准。通常进行多次考核：第一次考核，试题是县教研室编撰的考题规定良好以上为达标成绩。未达标的学生参加第二考核，三天后，以课本上的例题、练习题为主，一般是 1 小时的时间，仍以良好为达标成绩。第二次未达标者，就是下单元的 C 组学生，但必须继续考核，直到达标为止。这种考核方法，既考核了学生掌握知识的实际情况，又激发了学生学习的进取心。

## 三、实验的效果和认识

班内开展“分层教学”是优化课堂教学的一个重要组成部分。这样教学能充分挖掘学生学习的最大潜能，为学生的知识、能力、智力获得最优化发展创造良好的学习氛围。尽其能，达到最优发展。分层教学给优生提供了开拓思维，发展智能的可能性；同时给中学生创造了较为宽松的学习氛围；又给学生提供了再辅导的机会。

2. 较好地落实了“因材施教”的教学原则。

3. 加大了教学密度，使知识向广度和深度发展，培养了学生良好的学习习惯。

4. 减轻了学生的压力，提高了学习自主性。



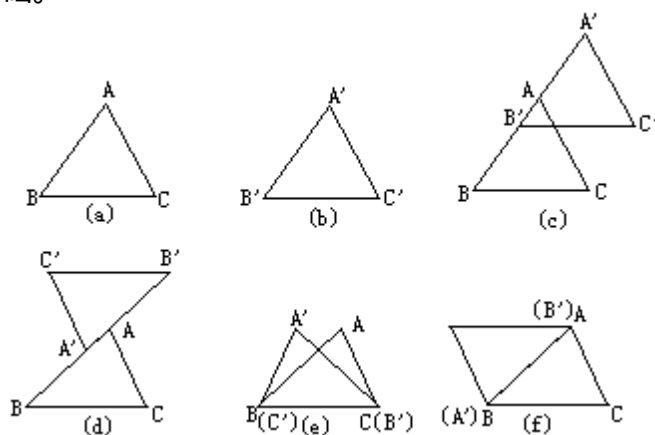
## 电化教学给数学教学带来了生机和活力

河北省玉田县林头屯乡中山寺中学 王新如

科学的教学方法，能更好地加强对学生的素质培养。电化教学从表现手法上具有多样化和形声化的特点。数学教学若充分利用幻灯、投影仪等电化教具，进行生动形象的课堂教学，使形声直接作用于学生的感官，把抽象的东西具体形象化，闻声见形相结合，易于学生接受并上升为理性认识。既活跃了课堂气氛，激发了学生学习数学的兴趣，又引起了学生思维的积极性、主动性，使学生不再认为学习数学是枯燥乏味的了。我的做法是：

### 一、利用电化教学增强数学课堂教学的情趣

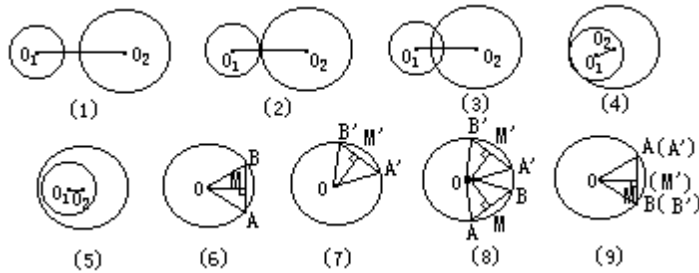
传统的数学教法，易使学生产生学习数学的枯燥感，电化教学的介入，改变了过去挂图的死板、模型的体小的弊端，将抽象的书本知识转化为直观形象的生动的图画，在银幕上供学生观察。教师以此来讲解概念、性质、法则、定理等数学知识，不仅易于学生理解和掌握，而且能激发学生的学习兴趣。那些灵活多变的几何图形，各有新意的习题，用投影仪反映在银幕上，既节省了板书时间，又增添了数学教学的情趣。例如我在讲“全等三角形”时，先把两张画有形状相同、大小一样相等的五角星图片，用投影仪投上银幕，再把两张画有形状、大小的三角形图片投上银幕，操作时五角星和三角形分别各自重合。学生通过观察图形便能理解什么是全等形，什么是全等三角形。在这节课的后边，我又暗地引入了全等变换：用画有全等三角形的两张胶片 a 与 b，分别在银幕上构成 c、d、e、f 等形状。学生通过观察便深深地理解到全等三角形与位置的变化无关，为以后学习证明三角形的全等打下了基础。



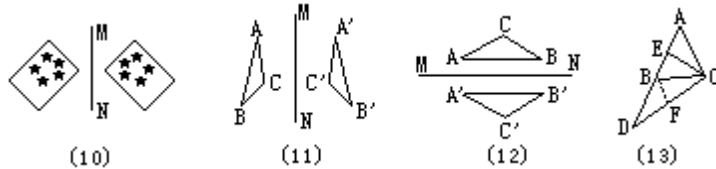
### 二、利用电化教学，多方面培养学生的能力

素质教育要求在教法上废止注入式，实行启发式。数学课的电化教学，充分地发挥了教师的指导作用，调动了学生的学习积极性，综合地培养了学生的各种能力，使学生的智力得到进一步的发展。如在讲“圆与圆的位置关系”时，我用投影仪把两张胶片的两个圆（非等圆）打上银幕成图（1），然后移动 O1，使银幕上分别出现（2），（3），（4），（5）图，学生通过观察图形的变化，便能理解和掌握圆与圆的五种位置关系。又如在讲“圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系”时，我先把图（6）打上银幕，再把图（7）也打上银幕而构成（8）图，然后转动图片（7）使图变成（9），这样学生通过观察图形的变化便能理解：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，

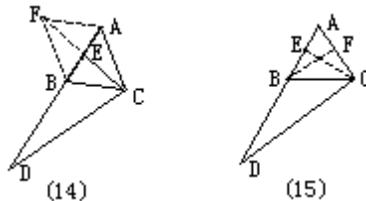
所对的弦相等，所对弦的弦心距也相等。变化的图形既增强了学生的形象记忆能力，又培养了学生的观察力和注意力。



为了强化学生的思维训练，在讲“轴对称”时，我把（10）、（11）、（12）三幅图分别打上银幕，并且都沿 MN 折叠，使学生看到两个国旗图案和两个三角形，若沿 MN 折叠，能够完全重合。这时老师引导学生理解：像这样的图形就是轴对称。然后要求学生自己通过观察图形的变化概述出“轴对称”的定义。如此引导学生由感性认识上升为理性认识，由具体形象思维发展到抽象逻辑思维，培养了学生的思维能力。此外还可以通过一题多解，多题一解等形式发展学生的发散思维。比如习题：已知：在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，延长 AB 到 D，使  $BD=AB$ 。取 AB 的中点 E，连结 CD 和 CE，求证： $CD=2CE$ 。



我把此题三种证法添加辅助线后的图形分别用投影仪打上银幕。让学生通过观察图形，去体会几种辅助线的添加方法和证明方法。（辅助线的添加为图（13）：过点 B 作  $BF \parallel AC$  交 CD 于 F 点；图（14）：延长 CE 到点 F，使  $EF=CE$ ，连结 AF 和 BF；图（15）：过点 B 作  $BF \parallel CD$  交 AC 于点 F）学生通过观察这些图形，增强了思维的灵活性和广阔性，使想象力创造力得以发展。



### 三、电化教学能更好地面向全体学生，做到因材施教

数学教学向来以搞题海战术为主，沉重的作业负担，压得学生难以喘息，既影响了学生的身心健康，又束缚着学生的个性发展，逆悖了素质教育目的。电化教学拓宽了传播渠道，加快了课堂训练速度，加大了密度，增加了深度和广度，可以更好地面向全体学生。如每讲完一节课，可以将一些简单的、灵活多变的习题打在银幕上，由各类学生课上解答。这样不仅反馈及时，而且使学生加快加深了对教材的理解和记忆，活跃了学生思维。若是复习课，可把全节或全章的基础知识，用投影片打上银幕，学生可以在较短的时间内，总览以前的知识，在脑中形成知识网络，再将各级各类习题用投影仪打在银幕上，使不同层次的学生课上都有练的机会，有助于学生技能的训练和智力的发展，适应了学生的个别差异，实现了因材施教，同时也提高了上课时间的利用率，减轻了学生的课下作业负担。

## “差生”类型剖析及转化对策

江苏省如皋市龙舌中学 徐国强

我们通常所说的差生，不外乎一种是大家所公认的脑子是灵活的，智力是好的，但因种种原因而成绩很不理想者；另一种是主观上是努力的，但因种种原因而成绩不理想者。下面就上述这两类差生的心理及转化对策，提出一些粗浅的看法，供同行们参考，期望能起到抛砖引玉的作用。

社会的某种气候，市场经济的冲击，少数像智力好、聪明的学生，他们受到“读书无用论”、“知识多不等于挣钱多”、“有文化不如有个好爸爸”等不良思想的影响，产生到校学习是迫于义务教育法的法律约束，看成是一种不得不完成的义务，抱有混日子的想法，因此学习消极，成绩很差。要转化这样的“差生”，首先可以借助于古今中外的历史事实来说明：科学技术落后就会挨打；科学技术水平的提高，能促进整个社会生产力、生产水平的提高；科学技术的先进与否，直接反映了整个社会两个文明建设的问题。其次让学生明白，在社会上靠人际关系而挣钱的毕竟是少数，是社会干部内部腐败现象的表现，像这种现象随着社会的发展，人类文化素质的提高，迟早会退出历史的舞台。再次让他们明白，学好文化知识，是每一位青少年的应尽义务和权利，是社会所赋予的历史重任。让他们树立起为全民族文化素质的提高而读书，为明天的现代化建设而读书，为明天将成为国家的有用之才而读书的思想，达到提高他们学习文化的目的性和自觉性。

学生中存在的另一种现象是主观上是努力的，他们的学习目的也是明确的，学习态度也是端正的，但就是学不好，久而久之，就产生了怕学和厌学的念头，导致学业成绩差的事实。这样的“差生”又可以从下述几个方面来考虑。

一、人为造成的非智力型“差生”。他们由于在开始学习时，未能及时入门，或是比别的同学入门晚点，结果过早地被戴上了“差生”的帽子，而这一帽子一旦被戴上，则很难摘下来，他们也想学好，也有着较强的求知欲，然而，由于前任老师的介绍，后任老师也就不太关心他们，同样也就被置于“差生”行列，回答问题、检查作业、面阅试卷、个别辅导等几乎也就和他们无缘，在客观上又加剧了他们与优等生的差距，进一步加深了他们的自卑心理。转化这类“差生”，我们一方面注意建立起良好的师生关系，用教师一颗无私奉献的爱心去温暖他们，让他们感到自己并不是真正的差生，只不过是过去自己的真实面目没有被老师发现罢了。让他们能抬起头来，振作精神，解除自卑心理，排除一切外界干扰，全心致力于学习中。另一方面，及时调整评价学生学习成绩的方法，因人而异，分期分批地制定各自的奋斗目标，对他们取得的每一点微小进步都加以肯定和赞赏，刺激他们的学习积极性和学习主动性，让成功的喜悦，使他们迈向新的起点。

二、学习兴趣缺乏型。在初中阶段，特别是对数学学习缺乏兴趣的特别多，原因就在于数学的枯燥无味，不可能像有些学科那样生动形象有声有色，在生活中似乎应用不广。转化这类“差生”，我们的目的，就是要注意让他们的兴趣迁移，注意有意识地把实际生活中的问题引导到数学学习中来，结合所学数学内容进行教学。如在讲授二次函数最大值问题时，提出“当两数和为 20 时，求积的最大值”时结合“当铁丝的长为 20 米时，问围成的矩形

的长和宽各是多少才能使其面积最大？”通过这样生活实际中的例子的结合教学，让学生明白，数学问题实质上是实际问题的抽象，实际问题又是数学问题的具体表现。我们能用所学的数学知识解决实际问题，亦同样能借助于实际问题的解决来抽象出具体的数学规律，以此来达到激发他们的学习兴趣和积极性。

三、记忆能力薄弱型。我们知道，“识记”的东西很容易遗忘，而“易忘”又是“差生”特别头疼的事。他们在课堂上所学会和听懂的东西，第二天乃至一段时间后，就有大部分被遗忘，如不及时巩固，长期如此，这样的学生就成为教师心目中的“差生”了，他们本身亦认为自己并不是学文化的料子，从而形成恶性循环。转化这类“差生”时，可以根据遗忘先快后慢的特点，在教学中一方面注意讲新课时，有意识地复习和应用旧知识，以便在“旧新”的反复中，达到知识的保持和巩固。另一方面，及时进行巩固练习和强化训练，特别是在开始时，这种巩固检查，时间间隔要短，反复的次数要多，让他们在开始训练过程中，通过取得一些成绩来显示自己并不比别人笨，自己亦同样能记好学好，提高学习信心和决心。

四、学习意志薄弱型。这类学生，他们在解决数学问题时，缺乏决心和毅力，特别在遇到比较繁杂的运算时，更是缺乏细心和耐心，从而就出现了解题能力和运算能力下降局面，实质上带来了数学成绩差的后果。转化这类差生，我们在教学中一方面可以借助于名人们刻苦钻研的事例来引导他们，让他们确立起勤学苦练的思想。另一方面要让他们明白“书山有路勤为径，学海无涯苦作舟”，在学习这方面，只有在苦中求乐，乐在其中的道理，让他们明白“成功即为刻苦的劳动”，只有勤奋地学习，天赋的火花，才能燃烧成熊熊的大火。

上述几点仅是我个人的粗浅看法，可能挂一漏万，敬请同仁们批评指正。

# 高中立体几何

## 以自学为主的教学实验

湖北省武汉铁路分局咸宁铁路中学 朱有让

根据武汉铁路分局教办教研室关于《中学数学学科系统改革的初步意见》之精神，结合我校的实际情况，在主编实验教材倪政勇老师的亲自指导下，在武汉铁路分局教办教研室主任王仕托老师及有关领导的积极支持下，对高一立体几何进行了以自学为主的教学实验，取得了可喜的成绩。

### 一、问题的提出

立体几何是一门不少中学生觉得难学，一些数学教师不愿任教的课程。这门课程有不同于中学其它数学学科的特点。当前所用教材为人民教育出版社数学室编的《立体几何》课本，这本教材在概念引入时举的实例少，定理也多是直接提出的，例题的思路分析也不多，这给老师教、学生学增加了一些困难。近年来，由于这门课程安排在高中一年级讲授，处于从初中到高中的过渡阶段，从学生的年龄特征、心理特征和知识特征来看，不但涉及到学习内容变化问题，还涉及学习方法和思维方法不相适应的问题，这就更加深了学习过程的难度。因此需要对现有教材和教法进行改革试验。

### 二、实验假设

#### 1. 实验的理论假设

学生的数学知识获得与数学能力提高是受教材、教法、学法等多因素的影响，这些因素必须有机地结合，揉成一体，并以最佳的方法作用于学生，才能有效地使学生学到知识、增强能力。

华中师大一附中实验教材《立体几何》在介绍立体几何基本知识的过程中，重视教学方法研究，将启发式教法和主动式学法融入教材之中，是一本“让老师便于教，让学生乐于学”的课本。

#### 2. 实验目标

在教学过程中，探索适合现代学生实际的立体几何教法和学法，摸索一条“轻负担、高质量”的新路子。

通过立体几何的教法实验教学，使学生系统地掌握空间图形的基本性质，从而掌握一些简单多面体和旋转体的画法，表面积和体积公式；进一步发展学生的逻辑思维能力和空间想象力，以及应用这些知识去分析问题、解决问题的能力。

结合教学内容对学生进行思想品德教育和爱国主义教育。

#### 3. 实验措施

组织实验班的学生学习有关教育、教学改革的理论，进行讨论，提高认识，增强教改意识，激发改革实验的热情，能积极大胆地进行试验。

在试验中要坚持主体性原则、渐进性原则、兴趣性原则、理论与实际相结合的原则。

制订教法改革实验计划，作好平时记录，写出实验报告。

由我负责开展整个实验工作。

#### 4. 实验控制

本实验以一年为一个周期，即从1989年9月至1990年7月。

实验对象：以1989年秋季按我校招生范围正常入学为主的高一学生 83

人所在的两个班为实验班；由我进行高一两个班的立体几何教法实验；以华中师大一附中实验教材《立体几何》为课本；教学计划按教学大纲规定执行。

### 三、实验过程

根据教材的特点，在教学方法上采用“提出问题、指导预习、讨论释疑、拓宽应用”的自学方法。

在实验过程中，分概念教学，定理、公式教学，练习教学三大方面进行指导自学。每个方面都先讲其要求、学习方法，再结合立体几何内容进行指导学习。还根据教材内容分单元整体教学。

如对立体几何定理的教学。要求：认识定理的条件和结论。掌握定理的证明方法。运用定理来进行推理和解决实际问题。掌握定理间的关系或进行推广，把所学的知识加深理解和系统化。方法：做好定理的引入。

注意定理的证明。加强定理的记忆。注重定理的应用及推广。

如对“1.15 三垂线定理及逆定理”的教学时，我指导学生看教材并回答下列问题：三垂线定理是如何引入的？其条件和结论各是什么？如何证明？为何叫“三垂线”定理？定理的实质是什么？应用定理的关键是什么？举出应用的事例来。三垂线定理的逆定理是什么？如何叙述、证明等。讨论时，学生都能一一回答。有个学生说：“教材里这个定理的引入不是平铺直叙，使人感到莫名其妙，而是通过模型作图引入，还特别介绍了定理的来龙去脉。这样定理的内容在我的头脑中留下较深的印象，因此没感到立体几何难学。”

又如在教“异面直线”时，我采取了单元整体教学法。先提出如下的思考题：平面内两条直线的位置关系有哪几种？空间中两条直线的位置关系又有哪几种？它们的交点个数是多少？找出实例给予说明。异面直线的定义是什么？如何画？如何判定两直线是异面直线？什么叫两异面直线所成的角？其角的范围是什么？如何求？什么叫两异面直线的距离？如何求？用两节课时间在课堂上进行预习指导，并把预习指导中提出的疑难问题归纳分类。再用两节课时间进行讨论答疑，主要是学生解答，对于学生不能解答的较难问题，教师给予解答。最后用两节课的时间让学生自己总结。即写出思考题的答案，每题中要举一个事例或例题。这样学生不但对异面直线的有关内容理解深刻，还会运用。

在教学过程中，引导学生找出立体几何概念的本质属性，观察添加辅助线（面）的规律，总结证明过程的特征等。

我们每月召开一次学生代表座谈会，了解情况，发现问题及时予以解决。每章学习结束时进行检测；期中期末进行了考试，对反映出来的缺陷进行补救。

还举行了一次“立体几何史”讲座，介绍了古今中外科学家如刘徽、祖冲之、祖暅、李善兰、欧几里得、阿基米德等对“立体几何”知识的卓越贡献。

### 四、实验结果

一年来，实验进展顺利，取得了明显的效果。

1. 学生立体几何知识基础打得扎实。

学生考试成绩统计表

| 项目 \ 百分比 \ 学期 | 上     |       | 下     |       |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
|               | 期中    | 期终    | 期中    | 期终    |
| 合格率           | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % |
| 良好率           | 90 %  | 90 %  | 85 %  | 84 %  |
| 优秀率           | 65 %  | 64 %  | 66 %  | 63 %  |
| 平均分           | 80    | 79    | 82    | 80    |

80 分以上为优，70—79 分为良（总分为 100 分）

注：期终试卷由咸宁地区教研室提供，期中试卷由中学数学教研组提供。

从上表可以看出，四次考试成绩的合格率为 100%，人均分达到 80.25。这表明学生对立体几何知识掌握状况良好，数学能力较强，学生的“三基”是合格的。

2. 学生爱科学爱祖国的思想受到熏陶。

3. 探索出了一套“以自学为主的教学”结构模式。

从实验一开始，我就对照实验目标，结合教材实际和学生实际，探索最佳教学结构模式，形成自己的特色，提高课堂教学效率和质量，取得最优的教学效果。

提出问题：

新旧结合，具体形象，重点突出，激发兴趣。

指导预习：

引导看书，积极思考，探索新知，引起兴趣

讨论释疑：

温故导新，深入浅出，解决疑难，增强兴趣。

拓宽应用：挖掘总结，找出规律，消化巩固，延续兴趣。

### 五、小结

这种以自学为主的教法能充分调动学生学习的兴趣性、主动性，能更好地培养学生的好习惯，科学的学习方法，独立思考、勤于探索的能力，勇于创新开拓的精神。在自学讨论中，有时学生对题目的解法比老师的简练。“青出于蓝而胜于蓝”。这对老师是很大的启发。教学相长，师生共进。还能充分发挥和体现教师的主导作用和学生的主体地位。

在试验中，如何使基础差的学生能跟班学习，有些内容如何深化运用等，这些有待今后进行试验，给予解决。

## 课堂教学中目标的制订与实施

安徽省太湖县城西中学 曹忠勇

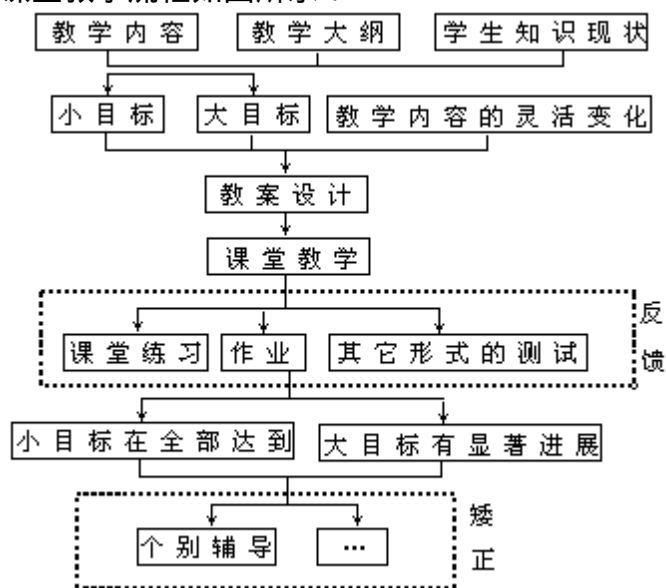
目标教学，就是要求教学必须围绕目标进行，而教学的目标大纲中已写得清清楚楚，它包括两个部分：（1）大目标——大纲中的总目的、总要求。主要强调德、智、体、美全面发展，各种能力逐步提高，是贯穿于整个初中学习阶段的目标。（2）小目标——大纲中的具体要求，分别用“了解、理解、掌握、灵活运用”等词给出。两种目标相辅相成，小目标能间接体现大目标，而贯彻大目标又能更好地巩固小目标。

具体到一节课，也应制订出其小目标和大目标，并分别设计出切实可行的实施方案。

小目标的制订由教学内容所决定，应掌握教材对教学内容在时序性上的科学编排，做到循序渐进。实施中应体现出新课导入、课堂教学、目标测试等几个主要环节，是一堂课的主要部分。

大目标则是教学内容与大纲中总目的、总要求相关的部分，若不钻研教材，吃透大纲，把握起来就会感到困难，甚至出现偏差（很多教师在制订教学目标时只看重小目标而轻视大目标就是这个原因）。实施的方法就是将教学内容作一些灵活、巧妙的变化（如做游戏、实际操作、结合习题演变等，但不得随意加大难度），就像攀登者在到达山顶时，突然有了新的发现，感到“柳暗花明又一村”。

课堂教学流程如图所示：



下面以初中《几何》第三册中“弓形面积”这一课为例作一说明：

教材分析：首先探讨弓形的三种类型，再通过它与圆、扇形及三角形的关系，分别推导出弓形面积的计算公式。接着是举例，例1是求弓形面积的应用，要求学生自己画图，独立完成计算。例2是求新月形（和弓形一样，也是一种简单的组合图形）的面积，在构图和计算上比例1有所加深，应引导学生对构图过程和计算方法分析清楚。这节课的重点是弓形面积的计算，难点是灵活计算组合图形的面积。

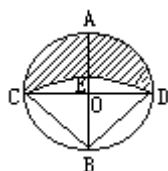
学生知识现状：知道什么是弓形，会求圆、扇形和三角形的面积，但关



于面积的综合计算还不熟练，对图形的变化规律认识不足。

小目标：(1) 了解某些简单组合图形；(2) 理解弓形的有关概念，(3) 掌握弓形面积的计算；(4) 能灵活计算简单组合图形的面积。

大目标：(1) 逐步培养学生观察、比较、分析、综合、抽象、概括的能力，从而提高学生的逻辑思维能力；(2) 通过辨认图形、画图的训练，进一步培养学生空间观念；(3) 通过揭示图形的运动、变化，对学生进行辩证唯物主义的教育，并使他们获得美的感受；(4) 培养学生的独创能力；(5) 提高学生的一题多解能力。

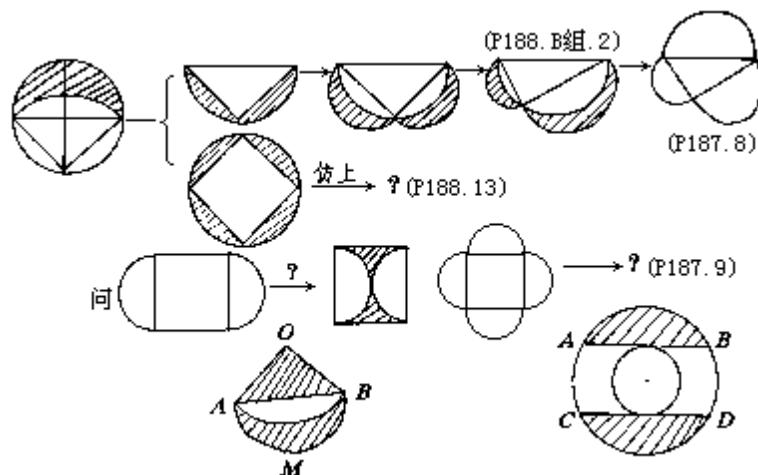


.....

例2 已知：如图， $O$  的半径为  $R$ ，直径  $AB \perp CD$ ，以  $B$  为圆心，以  $BC$  为半径作  $\widehat{CED}$ ，求  $\widehat{CED}$  与  $\widehat{CAD}$  围成的新月形  $ACED$  的面积  $S$ 。

分析及解答略。

下面是对例2的图形所作的一些变化，让同学们观察，并分析出其中的变化规律：



[上述变化虽然很简单，但对体现大目标却恰如其分，对巩固小目标作用也非常明显]

课堂目标测试：

1. 如图所示，扇形  $OAB$  中， $OA = OB$ ，以  $AB$  为直径的半圆  $AmB$ ，则  $S_{OAB}$  ( )  
 (A) 大于  $S_{\text{新月形}}$ ，(B) 等于  $S_{\text{新月形}}$ ，(C) 小于  $S_{\text{新月形}}$ ，(D) 不能确定。

2. 已知：如图，小圆的半径为  $6\text{cm}$ ，大圆的半径是小圆半径的  $2$  倍，大圆的两弦  $AB$ 、 $CD$  都与小圆相切，且  $AB \perp CD$ ，求图中阴影部分的面积。

[作为机动，第2题还可作下述变化：(1) 若  $AB$  与  $CD$  既不平行也不相交，结论是否仍然成立？(2) 若  $AB$  与  $CD$  相交(有两种情况)呢？(3) 你还能求出图中哪些组合图形的面积？]

布置作业：(1) P187.8, 9, P188.12, 13。其中第9题要求用两种解法，第13题解法不限。

(2) 有兴趣的同学，课后自己设计一个图形，再画出它的几种变化。

[由于课堂教学有的放矢，特别是有了大目标的实施，学生对完成作业

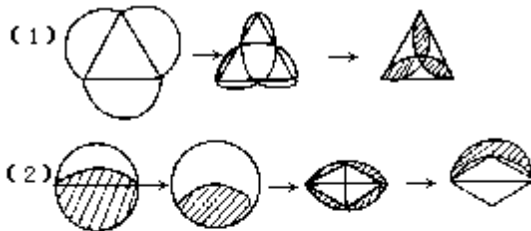
(1) 就游刃有余，趁其余兴未尽，作业(2)应运而生]

反馈：

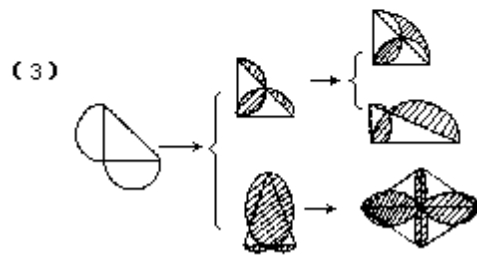
1. 课堂目标测试，正确率 100%，作业(1)全部按要求完成，作业(2)有部分学生完成。

且有的质量较高——说明小目标已达到，大目标收效明显。

2. 学生构图(经整理)如下：



(P185. 练习2)



(P212. B组12)

## 素质教育的现代化教学模式探索

四川省自贡市蜀光中学 萧而温

电子计算机的出现对人类社会产生了巨大的影响。计算机直接应用于教学，对于提高教育教学质量，必将起着巨大的推动作用。

我的一节《极坐标方程、参数方程的曲线作图》教改探索课，正是运用微机辅助教学获得成功的。在那节探索课中由于目的明确、重点突出、准备充分、布局合理、配合默契，整个课堂教学进展顺利，气氛活跃，在45分钟内让屏幕显示出16条曲线的作图过程，而且时间充裕。这是以往传统教学中靠师生手算笔画板书难以完成的，它不仅克服教学难点，而且大大加快了教学进程，直观、形象、生动地吸引着学生的注意力，提高了效果。还激发了学生学习、掌握现代科技的兴趣，使我们尝到了甜头，也受到同志们的关注。（我的一篇教学体会在全校大会上交流后被自贡市教育学会中学数学教学研究学会年会作为书画资料交流。又以《荧屏教学初探》为题在自贡市数学会十周年会上作了演示交流。《自贡教育报》与《教育与教学》均作了报导及转载。）然而这仅仅是荧屏教学教改探索的开始。

在我国，现阶段的中小学还没有普遍配备可供使用的微机及其操作人员。微机故障也会干扰教学的正常进行。微机辅助教学的思路与方法究竟有多大现实意义？没有配备微机的学校单位如何运用微机辅助教学这一先进手段？如何使微机辅助教学简便易行、普及推广？这就是我们荧屏教学教改探索中的新问题。

我们所处的时代是电子时代，电子技术的综合应用正在各地各业蓬勃发展，日新月异，教育作为科技、经济发展的基础，应该赶上时代的步伐。我们的思维在这里深化，我们的问题在这里被突破，我们的教改探索新路从这里拓广。

学校录制电视片时，按计划有几个镜头要对我的那节微机辅助教学教改探索课进行现场录像，录像师又是位教育行家，他认为那节课内容丰富、手段先进、教法生动，有推广价值，也是教学专题片的好素材，立意要另外录制一个教学片。但是事过境迁，微机故障、人为障碍，困难重重。

大胆设想，孜孜求索，逐步落实，这是探索者的主要途径。在一次偶然的场合中，一位朋友用录像机将自己编的程序通过微机系统内录下来进行研究，这给了我们很大的启发。我们利用一个午休时间，就在这位朋友家里用他私人的设备，将我的那节微机辅助教学课的作图过程全部内录在录像带上，然后在电视屏幕上显示出来，效果很好。这是一个成功的突破！我们兴奋得忘了劳动节假日的休息，按教学方案剪加成教学片的雏型。在一次教研活动中组内老师试看后，大家认为：图象清晰，微机功能显著、能动能定、有声有色、直观生动、方便易行，教改方向对头，应该继续完善扩大成果，积极推广，让没有配备微机的学校单位也能使用！

在同学们的鼓励下，为了结聚力量，我们以普教科研项目形式经学校推荐，向市、省教科所申请立项，得到省、市教委的批准与支持，使这一研究项目步入正规化的轨道。具体研究内容以高中数学教材中函数图像，平面曲线，空间图形为重点，从微机程序设计入手，将统编教材中的例、习题复习参考题以及常用的补充题的图形，通过自己开发的微机软件让微机显示出

来，（参见附图 9~16）并内录成录像带，提供平时教学及科技活动时使用，为数学教改研究拓宽了新的途径。

总结从微机辅助教学到荧屏录像教学的成果，我们归纳出以下几个方面的应用：（可提从实物操作）

对配备了微机的学校单位，程序可作为学生上机资料使用，既作为微机上机操作实习用又是对所学数学知识的自我复习，甚至供家庭电脑自学用；

对配备微机及驱动器的学校单位，软件磁盘的录制和使用，将大大激发师生对电脑开发的兴趣和能力；

对没有配备微机设备的单位，可以利用内录好了的录像带通过录放机在电视屏幕上显示，（有录放像机设备配备的单位比较普遍）不但保留了微机的功能成像中的动的效果，而且主讲教师可以结合自己的教学方案对录像内容进行取舍、重复、能动能定，方便易行。

微机内录带是进行荧屏教学教改探索研究的资料，也是剪辑教学片的极好素材。任凭教学造诣较深者运筹帷幄，创造更好的教学艺术形象，进入现代化教学的全新境界，探索现代化教育新模式。

我国的经济要腾飞，科技是关键，教育是基础。数学是一切科学技术的基础。数学离不开复杂的计算与作图，其繁杂的程度有时使人脑难以胜任，在教学和运用中往往没有必要让人脑沉溺在这种机械运转的繁琐事务中，完全可以让电脑去承担。既然人脑创造了电脑，就应该充分利用电脑，让人脑从繁杂的事务中解脱出来，去从事电脑无法胜任的创造性思维。从微机辅助教学到荧屏录像教学正是利用电脑于教学之中，让数学教学进入现代化程度。这是我们教育工作者的责任和追求。

教改的问题，实质是要作先进的科学方法，通过方便易行的手段改变传统教学中的陈旧封闭的教学模式，出色地完成教学任务，提高质量，培养能力，启迪思维，造就一大批应用型人才和创造型人才，从单一的应试教育发展为全面的素质教育。

现时代，电子技术的综合应用是先进的高科技，电化教学的突起是运用这种高新技术于教学的标志，在从微机辅助到荧屏录像教学的历程中我们获得了真知。实践证明：微型计算机不仅体积小，而且计算速度快，数据、字符处理科学合理，作图分辨率高，若适当配备软件用于辅助教学，在教坛上可以大显身手。在电化教学中微机既充当了媒体又充当了载体。微机与录像机的复合，使电化教学进入新的阶段，因地制宜地克服了设备不足的困难，尤其适应当前我国中小学的现状。

为了教育的现代化，我们要继续实践，努力学习，不断开拓。我们以此抛砖引玉，取得同行及有关业务部门的指导，领导的支持，集思广益，让教改之花万紫千红，迎接新世纪的到来。（下接 9—16 附图）

## 《正比例应用题》讲课材料

山西省太原市阳曲县大孟小学 曲俊卿

### 一、教材分析

《正比例应用题》是小学五年制小学课本第十册第四单元《比和比例》的第五部分。本单元的教材是在学生已经掌握常见的一些数量关系，解答三步或稍复杂的应用题以及简易方程的基础上教学的。这一单元主要研究数量关系中的一些特征——比的关系以及正反比例的关系，并能运用这些数量关系解决比例尺，按比例分配以及正、反比例方面的实际问题，并渗透函数思想，对学生进行唯物主义教育，为今后学习初中数学、物理和化学奠定基础。

《正比例》这部分是安排在比例的意义和性质之后，反比例的意义之前，所以这部分起承上启下的作用，《正比例应用题》又是在学生学习了正比例的意义后进行教学的，教学这部分主要通过以前学过的归一问题，通过两种方法的比较，使学生看到过去学过的归一问题，还可以用比例的方法来解，使学生掌握用比例方法解题的特点以及解题的方法和步骤，并会解正比例应用题。

《正比例应用题》这部分共教三课时，第一课时教学例 4，第二课时教学例 5，第三课时，是综合练习，本次讲的是第一课时的内容。

### 二、教学目的要求及本课目标

为了让师生明确一节课的目的和目标，必须从整个教学过程着手，精心设计安排。因为教学目的要求是在一定范围内涉及的内容、方式、原则的组合，是上好一节课的主线。教学目标是师生共同了解掌握的蓝本，是控制一节课的教学活动达到预期目的的依据。我特定以下目的要求和目标：

1. 目的要求：通过本节课的教学，使学生理解和掌握解答正比例应用题的方法和步骤，提高学生分析问题、解决问题的能力，培养学生的逻辑思维能力。

2. 教学目标：

- (1) 掌握解答正比例应用题的方法和步骤。
- (2) 解答简单的正比例应用题。

### 三、重点、难点

第十册的正比例应用题是学生初次学习，只有理解和掌握教材重点、难点，才可以把握课堂的主攻方向，做到有的放矢。正确解答正比例应用题关键在于弄清数量关系；判断两种相关联的量是否成正比例是本节课的重点，又是难点。

### 四、教法和学法

1. 教法：上好一节课，必须选择适合于本节特点的教学方法，方法选好了才能教的顺手，轻松，学生也学得愉快。我教《正比例应用题》时采用“尝试教学法”与“目标教学”的模式共同完成的。

“尝试教学法”是邱兴华教授根据现代教学论思想，按照儿童的心理特点以及学生的认识结构和小学教学的知识结构，吸取国内外教学法的成果，并经过教学实践的不断改进，不断完善，逐步形成的教学方法，这种方法改变了传统的“注入式”教学，把知识传授和能力培养统一起来，体现以学生为主、自学为主、练习为主。这种方法以学生为主，体现学生的主体作用，

它用迁移的方法做准备，用尝试题引路。如我在前提诊断里设计了一道类似于例题的练习题，其目的就是为教例 4 做准备。让孩子们先用学过的归一法去解，然后再引入新课，让学生自学课本，这样就能充分发挥教科书的作用。接着让孩子们进行讨论，发挥学生之间的相互启发作用，最后我指点、引导，解答学生的疑难问题，保证学生获得完整的系统的知识，这又充分发挥教师的主导作用。只有这样才能促使课堂效率的提高，保证大面积提高教学质量。

“目标教学”是美国教育家布鲁姆提出的一种教学模式，它是优化课堂教学结构行之有效的方法之一。教学目标的制定也是整个教学过程的根本，教学过程是实施目标的关键。布鲁姆说：“目标教学的实质是以课堂教学为基础，辅助于教学活动中的反馈，提供时间矫正，是一种乐观主义的教学论”。我在教《正比例应用题》时采用这种模式，极大地调动了学生的积极性，学生知道自己这一节课做什么？根据什么做？做到何种程度才算合格。有了目标，教师对应该掌握的知识，加以点拨，使学生学起来学得轻松愉快。

2. 学法：叶圣陶先生说过“教是为了不教”，由此可见，教会学生学习方法，养成良好的学习习惯是十分重要的，想要提高课堂教学效率，就要变“学会”为“会学”，从“学会”中悟“法”，教师怎样教，有其规律可循。学生怎样学，也有其规律可找，教师在教学过程中，有意识地结合教学内容把自己所使用的方法，非常明显地呈现在学生面前，使学生对教师的教法有所感知、认识，这种感性认识逐渐积累加以运用，才能转化为学生的能力，如正比例应用题这一节我采用尝试、自学、讨论等方法，再加上目标控制，让学生从课本中寻找规律，独立思考，解决实际问题，抓住新旧知识的连接点，将问题顺利解决，完成好知识转化，这样不仅让学生扎实地学到数学的基础知识，而且能“悟”出利用新旧知识的联系去学习新知识的方法。这样就变“学会”为“会学”，从“会学”中用“法”，去领会这种方法的乐趣，悟出其中的道理，体现认识——实践——再认识的过程，从而达到教与学的统一。

## 五、教学程序

1. 为了让学生找到知识的连接点，我在前提诊断里共设计了三道题，其目的是为教学例 4 做好铺垫。如第三题要求学生用归一法口答后引出新课。

（点评：这道题既是复习旧知，引出新知的练习题，也是本节课的尝试题）

2. 引入新课时我用了这样一句导语：同学们已经会用归一法解这道题，那么能不能用正比例来解呢？这样用设疑导入，激发了学生学习兴趣。紧接着出示两个思考题让学生自学 P68 例 4，然后和尝试题比较有什么不同，讨论

提问。

（点评：让学生带着问题去学课本，既培养了学习的学生能力，又给学生创造了自己获得成功的机会，有利于提高学习兴趣。）

讨论，提问结束后指名板演，让学生讲述分析过程，反馈、矫正、全班矫正后，揭示目标（1），然后根据目标要求小结：解正比例应用题的方法步骤。接着出示目标（2）进行达标练习；这里我设计了三道题。其中 1、2 题是课本上的练习题，主要体现课本作用，第 3 题是自编一道简单的正比例应用题。

（点评：教是为了不教，让学生运用规律，自己编题，把所学到的正比

例应用题应用于实际。)

接着进行达标测试，这部分中共设计了三道题，第一、第二题是针对目标 1、2 进行的同步训练，第三题是一道思考题，是供学生选作的，这样兼顾优生、差生。让“优生”吃得饱，让“差生”吃得了。

## 附：《正比例应用题》教案

教学内容：数学第十册第 68 页例 4。

教学目的：通过本节课的教学，使学生理解和掌握解答正比例应用题的方法和步骤，提高学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的逻辑思维能力。

教学目标：1. 掌握解答正比例应用题的方法步骤。

2. 会解简单的正比例应用题。

重点难点：判断两种相关联的量是否成正比例。

教学方法：尝试教学法，采用“目标教学”模式。

教学过程：

### 一、前提诊断

1. 口答：正比例的依据是什么？

2. 判断下面两种相关联的量是否成正比例？为什么？

(1) 汽车行驶的速度一定，行驶的路程和时间。

(2) 单价一定，数量总价。

(3) 减数一定，被减数和差。

3. 一辆汽车 3 小时行驶 180 千米，用这样的速度，从甲地到乙地共行驶 7 小时，甲乙两地之间的公路长多少千米？(用归一法口答)

### 二、启发谈话，引出新课

同学们已经会用归一法解这道题，那么能不能用正比例来解呢？

板书：正比例应用题

带着思考题自学 P68 例 4 解答尝试题(前提诊断第 3 题)

(1) 题中路程和时间这两种相关联的量成正比例吗？为什么？

(2) 你能找出题中两组对应的量吗？

自学后讨论提问：题里告诉我们哪一个量一定？(速度一定)从哪句话看出？你是怎样理解这句话？

讨论后，指出板演，全班共练反馈、矫正。

解：设甲乙两地公路长 X 千米。

$$\frac{180}{3} = \frac{X}{7} \text{ (依据: } \frac{\text{路程}}{\text{时间}} = \text{速度(一定))}$$

$$3X = 180 \times 7 \text{ (依据: 比例的基本性质)}$$

$$X = 420$$

答(略)

全班矫正后，揭示目标，然后根据目标小结：

板书：找、判、设、列、解、检、答

### 三、达标练习

1. 课本 69 页 1 题

2. 课本 68 页 2 题

3.自己编一道简单的正比例应用题（口编）

#### 四、达标测试

1.在太原公路上一辆汽车3小时行驶了240千米，照这样的速度，从太原到旧关巫行驶5小时，太旧公路全长多少千米？

（1）写出这道题的关系式。

（2）哪一种量一定，怎样看出的？

（3）汽车行驶的时间和路程成正比例吗？

（4）解答：

2.一台联合收割机3天收割了384公顷，照这样计算，1152公顷可用几天收割完？

3.思考题（选作）

修一条长1800米的长渠，前5天修了750米，照这样工作，其余的还要多少天才通能完成？



## 组建乡镇教研室 搞好山区教学研究

山西省临汾市一平垣乡教办 杜刘记 杨马亮

组建乡（镇）教研室是搞好教学研究、提高素质和教学质量的重大举措，我们从临汾市一平垣乡实际出发建立了乡（镇）教研室，开展了适合山区特点的多种形式的教研活动。

### 一、组建教研机构，健全活动制度

根据国家教委和省教委下发的关于加强教研室和中小学学校教研组管理的文件精神，我们从实际出发，采取“以乡建室，划片建组，集中和分散相结合”的办法，在不增加经费，二不增加编制的条件下，成立了乡教研室，整顿和健全了学科教研组和校际教研组。教研室没有专项活动经费，在乡教办公用经费中调整挤出，并在乡教办办公。

乡教研室由5名教研员组成，其中专职教研室主任1名，兼职教研员4名。主任是从乡教办原有在编人员中因材施教、调整出来的，其原任工作分工给教办其他成员兼任。我们确定的教研都是既有一定理论水平，和丰富教学经验，又有较强教研能力的教学骨干，对全乡的教研活动起着示范、引路和推动的作用。乡教研室下设“两会两组”，两会是“小学复式教学研究会”和“初中课堂教学研究会”，他们都是随着工作重心的转移和教学改革的深化应运而生的，对全乡的教学起着研究、指导、管理、培训、辅导的作用；两组是“小学高段语文和数学两个校际教研组”。其他学科则随文理而动，集中活动，也叫“相近学科混合教研组”，平时各校则以校为单位进行活动，初小以中心校为单位划片成立了小学低段中心教研组，以复式教研为主，由中心校长兼任组长。初中建立了相近学科混合教研组，一平垣初中是三轨制，建立了语文、数学、理化、英语、政史地、音体美等9个教研组，杨家坡初中是单轨制，只建立了文、理两个教研组。

机构组建整顿之后，我们又针对实际情况制定了一套切实可行的活动制度，规定了乡教研室和“两会”、“两组”一月活动一次；小学低段的中心教研组间周活动一次；初中和高完小的学科教研组一周活动一次，每次活动不得少于3小时，不论那种类型的教研组必须做到“五有”，即：有活动计划，有活动制度，有活动地点，有活动记录，有活动总结。乡教办每次检查评估，都要把教研活动的情况作为评价全面工作的重要内容。

### 二、狠抓教研活动，提高教师素质

山区师资贫乏，教学水平有限，师范院校的毕业生不愿意到山区来，即使分配来的有数的几个，也只是把山区当作中转站，暂时落一下脚，多则三年二年，少则一年半载，就相继入川进城，致使全乡青年教师中学历不达标的高达76.8%。如果任其发展，将会积重难返，山区教育将会出现更大的危机。因此，采取措施，提高教师素质便成了我们乡教研室的当务之急。

#### 1. 开展听课评课活动，在教学实践中提高教师的业务素质。

1992年秋，我乡教研室成立后，首先听了全乡82名青年教师的课，同时检查了备课和批改情况，召开了评议会，最后评出了15名乡级教学能手。1993年上半年，我们听了全部中级职称教师的课，选出了12名乡级教学能手；下半年，我们又听了全部中年教师的课，选出了8名乡级教学能手。每

次选出教学能手之后，我们都分片进行观摩教学，组织同科目教师听课评课，取经学习，这几次大型的听课、评课活动，使全乡的每一个教师都经受了—个锻炼。全乡教师人人讲课，人人评课，互相学习，取长补短，整个素质大幅度提高，全乡的教学质量也相应地迈上了新的台阶。

#### 2. 采取有效措施，培训提高教师素质

我乡教研室成立以来，先后三次请省教学能手方熔同志前来讲学，请省教学能手亢国叶、地区教学能手阎红云、市复式教学能手吴丽丽上过观摩课，还请市教研室、教科所的同志进行过辅导讲座。每次观摩课和讲座后，各教研组都要组织教师深入讨论，写出一份学习收获，全乡教师深得教益，深受启发。乡教研室的同志还先后几次带领部分骨干教师赴北京、太原等地参加全国或全省的小学语文、数学培训班、研讨会，听观摩课，听讲座，复制录音带等，回来在全乡进行传达推广。通过这些措施，使全乡教师学到了许多知识，开阔了视野，更新了观念，转变了思想，提高了素质，激发了广大教师的教改积极性，推动了教改的深入开展。

3. 坚持“五个—”的教改教三制度，通过制度的落实，强化教师的教改意识，激发教改热情，扩大教改成果。

乡教研室坚持“五个—”的教改教研制度，要求每个教师每学期要确定一种实用的教学方法、实验项目，备一节标准教案，讲一节示范课，写一篇有水平的说课讲稿，总结一份教改经验材料或教改论文。“五个—”项目随基层教研组进行活动，学期末各教研组要向乡教研室交回活动总结 and 教师的教改论文和经验材料。

#### 4. 从实际出发，有效地指导基层教研组活动

我乡地广村散，下基层活动不大方便，教研员就片包点，深入到各组，“—督导，二检查，三参加，四指导”，即监督制度的落实，检查计划的实施，参加活动，指导方法和辅导解难。教研活动的重点是教材、教法研究。开学初我们抓教学计划、教学进度的制定和教学大纲的学习及教材的统览；学期中偏重教材教学法的疑难研究，同时搞赛讲、听课活动；学期末抓复习计划的制定实施，抓总结和—经验交流。期中、期末考试后抓质量分析与评估。

教研员深入基层参加教研组活动，掌握第—手材料，及时指导—解难。如研究“目标教学法”时，发现在“教学目标”用语上大多数教师不准确，用语没检测性。我们就提供了“关于教学用语的说明”。在“说课、评课”活动中，大多数教师有畏难情绪，我们就及时介绍学习材料，教研员分片辅导讲座，具体指导。同时抓好典型，培养典型，搞示范引路。在说课、评课活动中，乡教研室组织搞了—步典型引路法。第—步是—乡小学高段语文、数学、低段复式和初中—理科五个典型示范说课、讲课；第—步是各基层学科组各出—名代表示范说课、讲课；第—步是请方熔同志来我乡示范说课、讲课。通过辅导讲解，典型引路，广大教师不仅明确了什么叫说课，为什么要说课，而且也初步掌握了说课的基本方法，人人登台说课，说课活动在—乡开展得轰轰烈烈。

### 三、教学研究结硕果，教学质量大提高

乡教研室成立以来，—手抓管理，—手抓教研，彻底改变了以前教研活动中的形式主义和松散状态，乡教研室和教办同志尝到了教研的甜头，老师们也得到教研的实惠。扎扎实实的教研活动使我们转变了思想，更新了观念，提高了业务素质 and 教学水平，提高了课堂教学效率，大面积提高了教学质量。

在一年多的时间里，全乡公民办教师的学历和专业合格率由原来的 74.6% 增长到 86.5%，涌现出乡级教学能手 35 名，市级教学能手 4 名。小学的教学质量不仅在山区乡名列前茅，而且也居平川乡（镇）的上游，同时，我乡的教改教研论文也获得了空前丰收，先后有 15 篇论文在国家、省、地、市级报刊上发表，7 篇论文在各级研讨会上交流。

一年多的实践证明，乡教研室的成立确实是一大举措，它在市、乡、校三级教研网络中确实起到了纽带和桥梁作用。它既弥补了市教研究人员力量不足的缺陷，又对基层教研组织起着领导、组织、指导的作用。只有充分发挥乡（镇）教研室的作用，才能使基层的教研活动坚持不懈地、深入持久地开展下去，也才能真正使群众性的教研活动搞得轰轰烈烈，有声有色，向教研要质量的口号才能落到实处，普及九年义务教育，大面积提高教学质量的希望也才会真正变为现实。

# 平面几何教学中要加强与 小学几何内容的衔接

安徽省怀宁月山三二六队子弟学校 张玉恩

俗话说：“几何头，代数尾。”对于平面几何起始阶段的学习，同学们往往感到困难，因此要提高平面几何的教学质量，加强“入门”的教学显得尤为重要。就教材内容来看，平面几何共有 134 个知识点，其中有 48 个知识点在小学已经出现。充分利用学生已有的知识，加强中小学的衔接教学，是提高平面几何教学质量的有效措施。

## 一、知识的衔接

### 1. 概念的衔接

几何入门阶段概念较多（用黑体字标出的概念就有 21 个之多），对于概念同学们认为背熟就行了。因此，往往采取囫囵吞枣，死记硬背的方法，造成对概念的一知半解，最终导致消化不良成绩下降。概念是进行判断、推理的重要基础。在教学中要高度重视概念的教学，加强对概念的理解。

#### 定义方式相同的概念

对于中小学定义方式相同的概念，要注意引导学生再认和再识，但要防止简单的重复。在教学中，尽量用小学的实例引入，给学生以熟悉和亲切感，加深对概念的内涵和外延的理解。同时注意口叙与符号互译的训练以及概念的两重性的认识。

#### 定义方式不相同的概念

在复习小学概念的基础上，引导学生通过比较、分析、概括，正确区分概念的本质属性和非本质属性。例如：角的概念，小学定义为：“从一点引两条射线所组成的图形”。中学定义为：“有公共端点的两条射线所组成的图形。”概念的定义方式虽不同，但它包含的本质属性相同。同学们通过比较，去伪存真得到角的本质属性：“有公共端点”、“两条射线”，而摒弃非本质属性。对角的认识就能升华到理性的高度。

#### 用外延方式给出的概念

在小学有一部分概念是采用描述的方式给出的。对于这部分概念小学阶段的教学要求是在相关的图形中能够迅速、正确地识别它们。针对这一情况，在教学中，可充分利用学生已有的表象，深化对概念的理解。如：“轴对称图形”这一概念。通过小学阶段的学习同学们已经知道：等腰三角形、等腰梯形、长方形等都是轴对称图形。先引导学生举出轴对称图形的例子，再启发、诱导学生归纳总结出它的本质属性，即首先是一个图形，这个图形按某一条中间直线对折后，被直线分成的两部分能互相重合。最后师生一起得到概念：“如果一个图形沿一条直线对折，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫作轴对称图形。”

### 2. 性质的衔接

对于性质，小学主要是通过“拼拼”、“折折”、“量量”得出来的，以练促性，如通过“拼”、“折”、“量”得到三角形内角和为  $180^\circ$ 。在教学中要重视学生已有的感性认识。遵循学生的认识规律，加强正迁移，使学生对性质的理解更全面、系统、深刻，促使学生形成良好的知识结构。

## 二、语言的衔接

几何语言是联系几何图形与概念的媒介，是正确认识图形的性质，顺利进行推理论证的必要条件。几何语言逻辑性和概括性强。在教学中，注意从小学教学所采用的日常生活用语过渡到文字语言和符号语言。加强课本中的“读句画图”、“看图说话”的训练。培养学生分析、剖析几何语言的习惯。例如：“过A、B、C三点（不在一直线上）中每两点画直线，可以画几条直线？”此问句同学们难以理解，如果将问句改为：“一共可以画几条直线？”就容易多了。

另外，可适当运用反例，让学生通过比较、辨析提高学生运用几何语言的准确性。

### 三、图形的衔接

在日常生活中，每个人家中的家具只有有限样，并且大体相同，但通过不同的排列、组合会产生不同的感觉。由此联想到：几何图形虽然各式各样、五彩缤纷，但它们却是由一些简单的图形组合而成。我们把这些简单的图形叫做基本图形。熟练、准确的识别图形是形成概念，进行判断、推理的前提。在教学中，要重视对基本图形的教学，遵循感知规律，不断提高学生整体感知和分解图形的能力。从小学的数线段的条数和角的个数，逐步过渡到数全等三角形、相似三角形的对数。由简单到复杂，由低级到高级。

### 四、逻辑思维能力的衔接

数学活动即数学思维活动。逻辑思维能力是思维的核心。中小学教学大纲都对培养学生的逻辑思维能力提出了明确的要求。在数学中，我们采用逐层渗透的办法，潜心挖掘思维能力的渗透点。例如：针对中小学给出的垂直定义的不同给学生提出如下问题：“为什么小学说：两条直线相交成直角，而中学说：有一个是直角呢？”启发学生动脑筋思考。经过学生积极的思维活动，最后通过邻补角而圆满解决了问题。只要我们按照：从计算说理到注理由推理，从注理由推理到一次、二次推理，从一、二次推理到全等推理，从全等推理到添辅助线推理等四个环节。加强推理能力的衔接，层层递进。学生的逻辑思维能力就会日新月异。

## 谈数学教学中思维深刻性的培养

山东省泰安市一中 卢学谦

思维的深刻性是指思维活动的抽象程度和逻辑水平以及思维活动的深度。思维的深刻性集中地表现为能深刻地理解概念，在思维过程中有较高的逻辑水平，能预见事物的发展过程。思维的深刻性是一切思维品质的基础，是数学思维品质的重要内容。

在传统的教学中，比较重视思考问题、解决问题这两个中间环节，这对培养思维品质来说是不够全面的，长此以往，会导致思维的肤浅性。因此数学教学中，除了传授知识和方法外，培养学生的思维能力和思维品质是不可忽视的重要内容。

本文就思维深刻性的培养途径作一些粗浅的探讨。

### 一、在概念的形成过程中培养思维的深刻性

概念是理性认识的一种最基本形式，正确的认识概念是一切科学思维的基础。概念本身的形成反映人们对现实世界丰富而深刻的认识，因此应让学生亲自经历由具体到抽象，概括出事物本质属性的过程，重视概念形成过程的教学。

例如，在讲解“二面角”这一节时，教师可先不直接给学生讲二面角的平面角的定义，而是让学生参与这一概念形成的过程。首先复习平面几何中角的概念，通过类比引出二面角的概念，并用二面角实物的张合，让学生从直观上体会二面角的大小。然后向学生提出：如何度量二面角的大小？接着利用二面角的模型和可活动的角的模型，通过演示让学生看到：在不规定度量方法的情况下，二面角的大小就无法确定。这时引导学生讨论：如何规定一个简明且便于应用的量法，使二面角的大小能完全确定下来？经过酝酿讨论，学生可以想出：在二面角  $\alpha$  的棱  $a$  上任取一点  $O$ ，在平面  $\alpha$  和  $\beta$  内分别引垂直于棱  $a$  的两条射线  $OA$ 、 $OB$ ，用  $\angle AOB$  来度量二面角的大小。接着再引导学生讨论： $O$  点是棱上任意一点行吗？ $\angle AOB$  能唯一确定吗？于是学生转向证明  $\angle AOB$  与  $O$  点在棱上的位置无关。这样就自然而然地引入“二面角的平面角”定义。

### 二、在深化概念教学中培养思维的深刻性

在深化数学概念教学时，引导学生善于抓住概念的本质深入地思考，深刻地理解概念。在揭示概念的内涵与外延的过程中，透过现象看本质，进行深刻思维，从而达到培养思维深刻性的目的。

例如，在双曲线概念的教学时，当得出双曲线定义：“平面内与两定点  $F_1$ 、 $F_2$  的距离的差的绝对值是常数（小于  $|F_1F_2|$ ）的点的轨迹叫做双曲线”以后，再通过实验演示，作如下引伸：

将“小于  $|F_1F_2|$ ”换为“等于  $|F_1F_2|$ ”，其余不变，点的轨迹是什么？通过演示后，发现点的轨迹不是双曲线，而是分别以  $F_1$ 、 $F_2$  为端点的两条射线。

将“小于  $|F_1F_2|$ ”换为“大于  $|F_1F_2|$ ”，其余不变，点的轨迹是什么？通过演示后，发现点的轨迹不存在。

将绝对值去掉，其余不变，点的轨迹是什么？通过演示后，发现点的

轨迹只有一支，即左支或右支。

若令常数等于零，其余不变，点的轨迹又是什么？通过演示，学生也不难得出点的轨迹是线段  $|F_1F_2|$  的中垂线。这样使学生认识了常数应大于零。

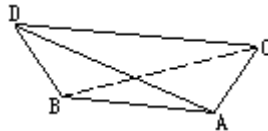
将“小于  $|F_1F_2|$ ”去掉，其余不变，应如何讨论点的轨迹？通过以上分析的结果，共分三类：即小于  $|F_1F_2|$ ，大于  $|F_1F_2|$ ，等于  $|F_1F_2|$  分别讨论之。

通过上述几个问题的引申，使学生对双曲线定义中的“绝对值”，“常数小于  $|F_1F_2|$ ”有了较深刻的认识和理解，从而培养了思维的深刻性。

### 三、在变式教学中培养思维的深刻性

在数学复习中，教师要引导学生在夯实“双基”的前提下，从范例出发适当进行变式教学，多方位探讨，深入钻研，使学生的思维得到进一步发展。

例 1 如图，三棱锥 D—ABC 中，二面角 B—AD—C 是直二面角，DB ⊥ 底面 ABC，求证：△ABC 是直角三角形。



学生解出后，引导学生进行以下思考：

(1) 如图 1，三棱锥 D—ABC 中，DB ⊥ 底面 ABC，

求证：二面角 B—AD—C 为直二面角的主要条件是点 A 在以 BC 为直径的圆上（除去点 B，C）。

(2) 由点 C 引出三条射线 CA、CB、CD、CA、CB 确定平面  $\alpha$ ，CB、CD 确定平面  $\beta$ ，且  $\alpha \perp \beta$ ，若作平面 ABD ⊥ CA，则 △ABC 的形状是\_\_\_\_\_；作平面 ABD ⊥ CD，则 △ABD 的形状是\_\_\_\_\_；将以上事实归纳成命题，并给出证明。

(3) 在图 1 中，点 A 在以 BC 为直径的圆 O 上，DB ⊥ 平面 ABC，BE ⊥ AD，BF ⊥ CD。E、F 分别为垂足。求证：AD ⊥ 平面 BEF。

若  $\angle ABC = \angle DCB = 45^\circ$ ，求二面角 A—CD—B 的大小。

若  $DB = BC = 2$ ， $\angle ADC = \theta$ ，求当  $\theta$  为何值时， $S_{\triangle BEF}$  最大？最大值是多少？

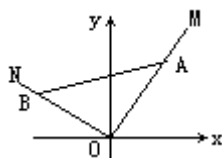
若  $\angle ABC = \theta$ ，二面角 A—DC—B 为  $\phi$ ， $\angle BCD = 30^\circ$  时，点 A 位于何处时三棱锥 D—ABC 体积最大？

通过例 1，引出思考（1），旨在训练学生的逆向思维；引出思考（2），引导学生通过分析各种情况，认识事物本质，从而深入地研究问题；引出思考（3），既复习了较多的立几知识，又开拓了学生的思路，从而培养思维的深刻性。

### 四、在思维评价过程中培养思维的深刻性

思维评价活动是思维活动达到一定的广度、深度时的一种思维活动。通过解题过程中的思维评价活动，能预见解题过程的进程，明确每种思维方式各自存在的思维障碍及思维转换方法，取得解题的主动权，优化解题方法。解题过程中开展思维评价活动，同样也有助于思维深刻性的培养。

例 2 如图 2，设  $OM = ON = \frac{1}{3}$ ，A、B 分别是 OM、ON 上的动点，且满足  $|AB| = 4$ ，设 Q 为 AB 上一点，且有  $BQ : QA = 3 : 1$ ，试求点 Q 到 x 轴距离的最大值和最小值。



本题即求 Q 点纵坐标的最值，基本思路是建立目标函数，然后求最值。

利用定比分点公式建立目标函数时需用 A、B 点的坐标，对于这两点的坐标可以设 AB 的直线方程，通过解方程组得到，也可以直接用参数表示。及时进行思维评价，使我们选择后者。在用参数表示 A、B 坐标时，既可以用 A、B 点的横坐标作参数，也可以用  $|OA|$ 、 $|OB|$  的值作参数，显然用  $|OA|$ 、 $|OB|$  的值作参数和题意联系更直接。因此

设  $|OA| = a$ ， $|OB| = b$ ， $a, b \in [0, 4]$

则 A、B 的坐标分别为  $(a/2, \sqrt{3}a/2)$ ， $(-b\sqrt{3}/2, b/2)$  且有  $a^2 + b^2 = 4^2$ 。

由定比分点公式得  $Y_Q = 1/8 (b + 3\sqrt{3}a)$ 。

在求  $Y_Q$  最值时，可以沿下列方向进行联想。

联想 1： $Y_Q$  是关于 a、b 的二元函数，设法转化成一元函数。根据 a、b 之间的关系依靠三角代换解决。

令  $a = 4\cos\theta$ ， $b = 4\sin\theta$ ， $\theta \in [0, \pi/2]$ ，

所以  $Y_Q = 1/2 (\sin\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta) = \sqrt{7}\sin(\theta + \varphi)$ ，

其中  $\cos\varphi = 1/2\sqrt{7}$ ， $\sin\varphi = 3\sqrt{3}/2\sqrt{7}$ 。

由  $\theta + \varphi \in [\varphi, \pi/2 + \varphi]$ ，

解得  $1/2 \leq Y_Q \leq \sqrt{7}$ 。

联想 2  $a^2 + b^2 = 4^2$ ， $a, b \in [0, 4]$ ，在 aob 坐标平面内表示 1/4 圆周，

将目标函数改写成  $b = -3\sqrt{3}a + 8y$ ，则表示斜率为  $-3\sqrt{3}$  的平行直线系。那么问题转化为求和 1/4 圆周有公共点的直线系中在 b 轴上截距的最值，显然相切时，截距  $8y$  最大，过  $M(0, 4)$  点时， $8y$  最小，产生了本题的几何解法。

联想 3：联想到熟知的习题，定长线段上的定点，当线段两端在直角边上滑动是，定点轨迹是椭圆。因此 Q 点的轨迹是以 O 为中心、长短轴分别在 OM、ON 上的椭圆（夹在直角 MON 内的部分）。所以短轴端点 C 到 x 轴距离最小，平行于 x 轴的切线的切点 T 到 x 轴距离最大，由此产生第三种解法。

联想 4：视  $Y = 1/8 (b + 3\sqrt{3}a)$ 、 $a^2 + b^2 = 4^2$  为关于 a、b 的方程，消去 b 得

$$7a^2 - 12\sqrt{3}ya + 16y^2 - 4 = 0, a \in [0, 4]$$

联想一元二次方程在指定区间上有解的条件又得一种解法。

上述几种联想引出的解法中，解法 1 是化二元函数为一元函数的常用方法，有一般指导意义。解法 2 充分利用条件的几何意义，通过数形转化，得到一种直观、简洁的解法。解法 3 是建立在联想已有习题结论的基础上，虽然直观，但缺乏普遍性。解法 4 也是求条件最值中的常用方法，由于受  $a \in [0, 4]$  的制约，因此不是简单的使用“判别式法”，在这里显得比其它解法困难。

充分展开联想，才能拓宽解题思路。及时评价每种联想引出的方法，既



能优化解题过程又有利于加深对有关数学知识和方法的理解，使思维能力向更高层次发展。

#### 五、在对命题隐含条件的发掘和揭示中培养思维的深刻性

在数学命题中，有很多命题的数量关系与空间形式都隐藏在已知条件和结论中，往往需要对问题的深入分析和深刻理解才能发现，因此，对隐含条件的发掘同样也是培养学生思维深刻性的一种手段。

例3 已知定义域为正实数集的函数  $f(x)$  为递减函数，且满足 (1)  $f(1/2) = 1$ . (2)  $f(xy) = f(x) + f(y)$ . 求不等式  $f(-x) + f(3-x) > -2$  的解集。

仔细观察和分析已知条件，就会发现隐含条件  $f(1) = 0$  和  $f(x) = -f(1/x)$ ，由隐含条件得出  $f(4) = -f(1/4) = -[f(1/2) + f(1/2)] = -2$ ，再根据定义域的隐含条件  $-x > 0$ ，且  $3-x > 0$ ，就能很快得出解集  $\{x \mid -1 < x < 0\}$ 。

#### 六、在归纳问题的一般规律中培养思维的深刻性

中学课本中，有不少例题、习题往往是某一问题的特例，这就为培养思维深刻性提供了方便，因此教学中，积极引导学生广泛联想，对这些特例作适当引伸、探索，揭示问题的一般规律，总结一般方法。使学生养成解后再思考的习惯，逐步增强由特殊到一般的抽象概括能力，从而培养思维的深刻性。

例如，在讲二项式定理时，可以从  $(x+a)^2$ 、 $(x+a)^3$ 、 $(x+a)^4$  的展开式讲起，让学生体会到随着  $n$  的增加， $(x+a)^n$  的展开式将越来越复杂，因此有必要研究展开式的规律性，继而引导学生从特殊到一般，由具体到抽象，自己探索发现  $(x+a)^n$  的展开式的规律。又如，有一道竞赛题：“将正整数 19 分解成若干个正整数的和，使这些正整数的积最大”，做完这道题后，引导学生由特殊到一般，分析研究分解的规律，进而解决“将任意一个正整数  $n$  分解为若干个正整数的和，使其积最大”的问题。

思维深刻性的培养是教学中的一项艰巨任务，必须在教学的各个环节中长期坚持，积极探索。思维性的培养还必须和其它思维品质的培养有机地结合起来，才能形成良好的思想品质。思维深刻性的培养必须以扎实的基础知识和基本技能为前提，因此同时要加强对知识、技能的教学。

## 关于学生解题的“三向思维”

辽宁省葫芦岛市建昌县完中 穆海齐

解题教学中，培养学生多方面思考问题，多角度研究问题，对数学问题的差异和隐含关系进行具体的分析，是发展思维能力的需要。教者近几年在培养学生的逆向思维、横向思维等方面做了一些探索，现介绍如下。

### 一、逆向思维能力的培养

逆向思维是批判性思维的一个特征，它不循规蹈矩，能够主动避开思维定势所造成的思维障碍，从问题的反面入手，逆向研究和探讨问题，表现的解题方法有：分析法、反证法等。

例 1、若下列三个方程中，至少有一个方程有实数根，求出 a 的取值范围。

$$x^2+4ax+(3-4a)=0$$

$$x^2-(a-1)x+a^2=0$$

$$x^2+2ax-2a=0$$

引导学生分析：若按正向思考的解法，要用判别式进行分类讨论，运算繁杂，如果采用逆向思考：“三个方程中至少有一个方程有实数根”的否定形式是；“三个方程都无实数根”，由后者易得：

$$\begin{cases} \Delta_1 = (4a)^2 - 4(3-4a) < 0 \\ \Delta_2 = (a-1)^2 - 4a^2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < a < -1 \\ \Delta_3 = (2a)^2 - 4(-2a) < 0 \end{cases}$$

故所求实数a的范围应是上面解集的补集  $\{a \mid a < -\frac{3}{2} \text{ 或 } a > -1\}$ 。

解题教学中，重视对学生正向思维与逆向思维的转换训练，可以培养思维的灵活性和敏捷性。

### 二、横向思维能力的培养

横向思维表现为思维的广阔性和全面性，它突破一般习题所在章节的知识范围，交叉使用几何方法、代数方法、三角方法来解决同一数学问题，使思维横向发散开来。这样就培养了学生对不同章节数学知识的串通和融化能力，此种思维方法对复习班学生尤为重要。

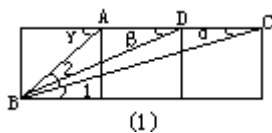
例2. 三个正方形并列如图，求证： $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ 。

证法 由正方形性质知： $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ， $\beta = 1$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AD}{AB}$ 。

$\angle BAD = \angle CAB$ 。

$\angle ABD = \angle ACB$ ， $\angle A = 2$ ，而  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}$ ， $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ，

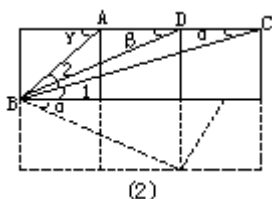
$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}$ 。如图(1)



证法 1, 如图 (2) 贴补三个正方形, 则由正方形性质知:  $\alpha = \gamma$ ,  $\beta = \delta$ ,  $\alpha + \beta = \gamma + \delta = \varphi$ ,  $r = \frac{\pi}{4}$ . 又由勾股定理得:  $BE = CE = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ,  $BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ;

又由勾股逆定理知:  $BC^2 = BE^2 + CE^2$ ,  $\angle BEC = 90^\circ$ ,  $\varphi + r = \frac{\pi}{4}$ ,  $\alpha + \beta + r = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

$$\alpha + \beta + r = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}.$$



证法 2, 由正方形性质及正切定义知:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}, \tan \beta = \frac{1}{3}, \text{ 又 } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1.$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}.$$

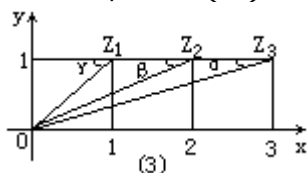
$$0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}, \alpha + \beta + r = \frac{\pi}{4}.$$

$$\alpha + \beta + r = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}.$$

证法 3, 由正方形及反正切函数定义、性质得

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + r &= \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{2} + \arctan 1 \\ &= \arctan \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} + \arctan 1 \\ &= \arctan 1 + \arctan 1 \\ &= 2 \arctan 1 \\ &= 2 \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

证法 4, 如图 (3) 取直角坐标系, 设正方形边长为 1 单位长。



则  $Z_1=1+i$ ,  $Z_2=2+i$ ,  $Z_3=3+i$ , 用  $\arg Z$  表示复数  $Z$  幅角主值, 即  $OZ$  与  $x$  轴正向夹角, 则由复数性质得:

$$\arg Z_1 + \arg Z_2 + \arg Z_3 = \arg(Z_1 Z_2 Z_3) = \arg(10i) = \frac{\pi}{2}.$$

一题多解, 多种数学方法同时应用, 既能训练学生思维的横向发散, 又可综合运用知识, 使学生优选做题方法, 对学生的学习兴趣有效强的激发作用。

### 三、纵向思维能力的培养

纵向思维反映为思维的深刻性, 表现在学生善于把所学知识进行抽象、概括、引申、推广, 理解问题深刻透彻, 逻辑性强, 能够解决较难问题。要培养这些思维能力, 对某一知识的延长与拓宽是行之有效的。

例如我在讲完因式分解中的十字相乘法后, 对学生提出两个问题:  $ax^2+bx+c=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$ , 其中  $a_1a_2=a$ ,  $c_1c_2=c$ ,  $a_1c_2+a_2c_1=b$ .

问题 1.  $a$ 、 $b$ 、 $c$  除是数字外, 还可以是整式吗?  $x$  可以是整式吗?

例 3.  $y^3+(2b+1)y^2+(b^2+2b-1)y+b^2-1$

$$\begin{array}{ccc} 1 & & y+1 \\ & \times & \\ & & y-1 \\ 1 & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= (y+1)b^2 + (2y^2+2y)b + (y^3+y^2-y-1) \\ &= (y+1)b^2 + 2y(y+1)b + (y+1)^2(y-1) \\ &= (y+1)[b^2+2yb+(y+1)(y-1)] \\ &= (y+1)[b+(y+1)][b+(y-1)] \\ &= (y+1)(y+b+1)(y+b-1). \end{aligned}$$

例 4.  $(m^2+3m+2)(m^2+7m+12)-3$

$$\begin{aligned} &= (m+1)(m+2)(m+3)(m+4)-3 \\ &= (m^2+5m+4)(m^2+5m+6)-3 \\ &= (m^2+5m)^2+10(m^2+5m)+21 \\ &= (m^2+5m+3)(m^2+5m+7). \end{aligned}$$

启发学生完成两例后, 学生很快答出  $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $x$  都可以是整式, 并发现可化为关于某一字母的二次三项式的多项式的因式分解都可考虑用十字相乘法。

问题 2. 十字相乘法一定适用于“二次三项式”吗? 一般多项式怎样?

例 5.

$$\begin{array}{ccc} x^3 & & -1 \\ & \times & \\ & & 1 \\ x^2 & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} &x^5+x^3-x^2-1 \\ &=x^5+(x^3-x^2)-1 \\ &=(x^3-1)(x^2+1) \\ &=(x-1)(x^2+x+1)(x^2+1) \end{aligned}$$

例 6.

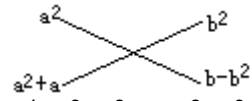
$$\begin{array}{ccc} 1+x^2 & & -2x \\ & \times & \\ & & 2x \\ 1-x^2 & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} &1-x^4+4x^3-4x^2 \\ &= (1-x^4)+4x^3-4x^2 \end{aligned}$$

$$= [(1+x^2-2x)][(1-x^2)+2x]$$

$$= (1-x)^2(1-x^2+2x).$$

例 7.



$$a^4+a^3+a^2b+ab^2+b^3-b^4$$

$$= (a^4+a^3) + (a^2b+ab^2) + (b^3-b^4)$$

$$= (a^2+b^2) [(a^2+a) + (b-b^2)]$$

$$= (a^2+b^2) [(a^2-b^2) + (a+b)]$$

$$= (a^2+b^2)(a+b)(a-b+1).$$

引导学生完成上述三例后，学生容易归纳出：一般多项式化为三项式： $A+B+C$ ，当  $A_1A_2=A$ ， $C_1C_2=C$  且  $A_1C_2+A_2C_1=B$  时，则  $A+B+C=(A_1+C_1)(A_2+C_2)$ ，这样十字相乘法就适用于所有的多项式。

上述知识的延伸与拓宽，锻炼了学生运用集中思维与分析思维的能力，融技能、技巧于一法之中，在极富兴趣的解题当中，培养了学生思维的深刻性及创造性。

如上所述，精选例题及习题，培养学生思维的三向能力，提高综合运用知识的水平，是搞好解题教学的有效途径。

## 选择题与思维能力的培养

安徽省泾县章渡中学 舒 涛

选择题具有灵活、多样、容量大、覆盖广的特点。因此选择题是现在各级各类考试的主要题型之一，而且所占的分数比重较大。在各种考试中出现的选择题多为单选题，这种题目的一个明显特点是：题目中不仅给出了已知条件，同时也给出了所需探求的结论。回答时只需迅速而准确地从中选出那个正确的结论，不必写出计算或证明过程。因此，解选择题可以培养训练学生的解题速度和思维反应的灵敏性，能促进学生思维能力的发展。

九年义务教育初中数学教学大纲明确规定：“数学教学中，发展思维能力是培养能力的核心。”因此编选适当的选择题用于教学，可以培养学生的思维能力，提高学生的素质。本文仅以一些数学竞赛题为例加以说明。

### 一、运用联想，培养思维的广阔性

教学中教师要选择典型的题目，鼓励学生在广阔的范围内寻求解法，从而培养思维的广阔性。

例1，在  $\triangle ABC$  中， $AB=2\sqrt{2}$ ， $AC=\sqrt{2}$ ， $BC=2$ ，设  $P$  为  $BC$  上任一点，则有（ ）

(A)  $PA^2 < PB \cdot PC$ ；(B)  $PA^2 = PB \cdot PC$ ；(C)  $PA^2 > PB \cdot PC$ ；(D)  $PA^2$  与  $PB \cdot PC$  的大小关系不确定。

(1990 年全国联赛试题)

分析，此题可联想到用余弦定理来解，也可考虑建立坐标系结合两点间距离公式来解，还可利用三角形边角关系结合最大值来解。

解法一：在  $\triangle ABC$  中，由余弦定理可求得：

$$\cos B = \frac{5}{8}\sqrt{2}$$

在  $\triangle PAB$  中， $PA^2 = AB^2 + PB^2 - 2PB \cdot AB \cdot \cos B$

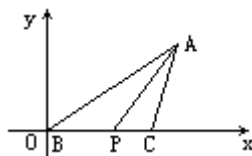
$$= 8 + PB^2 - 2PB \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{8}$$

$$= PB^2 - 5PB + 8,$$

$$PA^2 - PB \cdot PC = PB^2 - 5PB + 8 - PB(2 - PB)$$

$$= 2PB^2 - 7PB + 8 = 2\left(PB - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} > 0. \text{ 故选 (C).}$$

解法二：以  $B$  为原点， $BC$  在  $x$  轴的正半轴上，建立如图所示的直角坐标系。则点  $C$  的坐标为  $(2, 0)$ ，设  $A(x_1, y_1)$ ， $P(x, 0)$ ，则由两点间距离公式可得：



$$\begin{cases} (2\sqrt{2})^2 = x_1^2 + y_1^2 \\ (\sqrt{2})^2 = (x_1 - 2)^2 + y_1^2 \end{cases},$$

$$\text{解之得: } \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ y_1 = \frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases},$$

$$\begin{aligned} PA^2 - PB \cdot PC &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - x(2-x) \\ &= 2x^2 - 7x + 8 = 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} > 0. \text{ 故选(C)}. \end{aligned}$$

解法三：由三边之长可知，C为钝角，从而 $PA > AC = \sqrt{2}$ ， $PA^2 > 2$ 。

又  $PB+PC=2$ ，故知当  $PB=PC=1$  时， $PB \cdot PC$  有最大值 1，即  $PB \cdot PC \leq 1$ ，即  $PA^2 > PB \cdot PC$ ，故选 (C)。

通过一题多解，沟通了各种知识的内在联系。同时学生也学会了从不同角度去观察思考问题，灵活地运用所学知识去解决问题。

## 二、利用判断快的特点，培养思维的敏捷性

教学中选择一些用常规方法难以解决或解法很繁，而用某种特殊方法却能迅速获解的题目来启迪学生思维，消除思维定势的影响，培养思维的敏捷性。

例 2，方程  $1990x - 1989y = 1991$  的一组正整数解是 ( )

- (A)  $x=12785, y=12768$ ; (B)  $x=12785, y=12770$ ;  
(C)  $x=18827, y=12623$ ; (D)  $x=11936, y=11941$ 。

(1990 年江苏省竞赛题)

这个题目只要根据方程中各项的末尾数，便知  $y$  的末尾数必为 1，故选 (D)。

例 3，当  $x = \frac{1 + \sqrt{1994}}{2}$  时，多项式  $(4x^3 - 1997x - 1994)^{2001}$  的值为 ( )

- (A) 1; (B) -1; (C)  $2^{2001}$ ; (D)  $-2^{2001}$ 。

(1994 年全国联赛题)

解此题若代入求值将很繁，由  $x = \frac{1 + \sqrt{1994}}{2}$  得  $(2x - 1)^2 = 1994$ ，从而有

$4x^3 - 1997x - 1994 = -1$ ，很快得出正确答案为 (B)。

上两例根据题目的特点，引导学生正确而迅速地作出判断，使学生在解题时不拘于一步步正规的推理和演算，而集中精力考虑解题的策略和方法，加快了解题的速度。

## 三、根据解法的多样化，培养思维的灵活性

解答选择题除少数需直接计算和证明外，大都采用比较灵活的思维方法，如图象法、特殊值法、猜验法、排除法、逆推法、观察法等。

例4, 化简  $\frac{\sqrt{6}+4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ , 其结果是 ( )

- (A)  $\frac{2}{3}$                       (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ;  
 (C)  $\sqrt{6}-\sqrt{2}$             (D)  $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

(1995年四川省竞赛题)

解此题采用分母有理化将很繁, 若能结合题目的特征, 将分子变为  $(\sqrt{6}+\sqrt{3})+3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ , 这样将原式可化为

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

则很易得出正确答案为(C)。

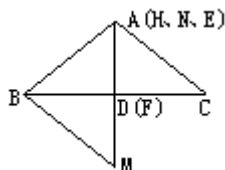
例5, 已知等腰  $\triangle ABC$  中, AD 为底边 BC 上的高, BE 是 AC 上的高, AD 和 BE 交于 H 点, EF  $\perp$  BC 交 BC 于 F 点, M 是 AD 延长线上一点, 且 DM=EF, 又 N 是 AH 的中点, 设  $MN^2=b$ ,  $BN^2=m$ ,  $BM^2=n$ , 则 b, m, n 之间的关系是

[ ]

- (A)  $b < m+n$ ; (B)  $b = m+n$ ; (C)  $b > m+n$ ; (D)  $b = m+n$ .

(1996年安徽省竞赛题)

此题若直接求解比较困难, 可取等腰直角  $\triangle ABC$ , 则 A、E、H、N 四点重合, D、F 两点重合。易知  $\triangle AMB$  即  $\triangle MNB$  是等腰直角三角形,  $\triangle NBM = \text{Rt}$ , 故  $b=m+n$ , 选(B)。



通过这样一些习题的解题训练, 可大大提高学生灵活运用知识的能力, 增强思维的灵活性。

#### 四、进行正误辨析的训练, 培养思维的准确性

利用辨析正误的训练, 可提高学生的辨别能力。

例6, 若  $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = k$ , 则直线  $y = kx + k$  的图象必经过 ( )

- (A) 第一、二、三象限; (B) 第二、三象限;  
 (C) 第二、三、四象限; (D) 以上均不正确。

(1995年河北省竞赛题)

解题者往往从条件出发, 联想到等比定理, 这是积极的一面, 而应用等比定理应注意什么, 解题者不一定清楚, 以至不加讨论得出  $k=2$ , 从而选(A)。实际上这是错误的,  $k$  还可以等于-1, 正确的答案应是(B)。

例7, 若  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 2(k+1)x + (k^2+2) = 0$  的两实根, 且  $(x_1+1)(x_2+1) = 8$ , 则  $k$  的值是 ( )

- (A) -3 或 1; (B) -3; (C) 1; (D) 不小于 2 的一切实数。

(1995年江苏省竞赛题)

解题者不难想到韦达定理, 再结合  $(x_1+1)(x_2+1) = 8$ , 解得  $m=1$  或  $m=-3$ , 而选(A)。实际上这是错误的, 还应考虑方程有两实根这个条件, 正确的答



案应是(C)。

吃一堑，长一智。从某种意义上说，学生的思维品质是在与失误作斗争并在取得胜利的过程中得以培养和优化的。因此通过对错解的纠正，学生的思维就会日臻完善，以至成熟。

良好思维品质的培养是一个长期的过程，不可能一蹴而就。而思维的广阔性、敏捷性、灵活性、准确性是一个整体，彼此互相促进和补充。利用选择题培养学生的思维能力，只是培养思维能力的的一个方面。我们在数学教学中，要始终把思维品质的培养贯穿于思维活动的全过程，以期达到培养思维能力的目的。

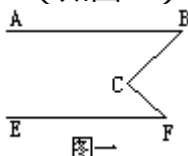
## 浅谈学生思维能力的培养

山东省莱阳市赤山乡赤山中学 梁志波

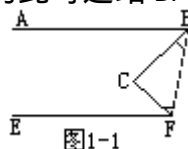
数学教学的中心任务是培养学生的思维能力，几年来我在培养学生思维能力方面做了一些尝试，也取得一点成效，下面谈谈自己的一些不成熟的做法。

### 一、利用一题多解，培养学生思维的广阔性

例 1 已知： $\angle BCF = \angle B + \angle F$  (如图一)，求证： $AB \parallel EF$ 。



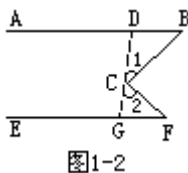
分析一：欲证  $AB \parallel EF$ ，根据“同旁内角互补，两直线平行”，应想到引辅助线，使其出现同旁内角，为此可连结  $BF$  (如图 1—1)，则有



$$\left. \begin{array}{l} \angle BCF + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \\ \angle BCF = \angle ABC + \angle EFC \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ABC + \angle EFC + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

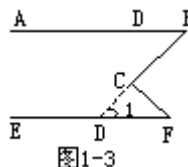
$\Rightarrow AB \parallel EF$ 。

分析二：根据“同旁内角互补，两直线平行”还可过  $C$  点引辅助线 (如图 1—2)，则有



$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 + \angle B + \angle 2 + \angle F \\ ADG + EGD \Rightarrow \angle BCF = \angle B + \angle F \\ \angle BCF = 180^\circ \Rightarrow AB \parallel EF \end{array} \right\} \angle 1 + \angle 2$$

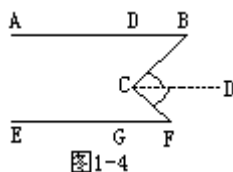
分析三：欲证  $AB \parallel EF$ ，根据“内错角相等，两直线平行”，应想到作辅助线使其出现内错角，为此可延长  $BC$  (或延长  $FC$ ) 交  $EF$  于  $D$  (如图 1—3)，则有



$$\left. \begin{array}{l} \angle BCF = \angle 1 + \angle F \\ \angle BCF = \angle B + \angle F \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle B \Rightarrow AB \parallel EF$$

分析四：根据已知条件  $\angle BCF = \angle B + \angle F$ ，可想到将  $\angle BCF$  分为两个角，使其中一个角等于  $\angle B$ ，则另一个角等于  $\angle F$ ，为此可引辅助线  $CD$ ，使  $\angle BCD =$

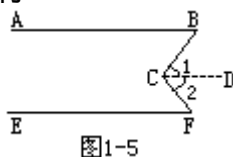
B (如图 1—4), 根据“内错角相等, 两直线平行”和“平行于同一条直线的两直线平行”即可得结论。



过点 C 作  $\angle BCD = \angle B$ , 则

$$\left. \begin{array}{l} \angle BCD = \angle B \\ \angle BCF = \angle B + \angle F \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle BCD = \angle B \Rightarrow CD \parallel AB \\ \angle DCF = \angle F \Rightarrow CD \parallel EF \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel EF$$

分析五: 根据“两直线平行, 内错角相等”和  $\angle BCF = \angle B + \angle F$ , 可过点 C 作  $CD \parallel AB$  (如图 1—5), 则有



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \angle 1 = \angle B \\ \angle BCF = \angle B + \angle F \\ \angle 2 = \angle F \Rightarrow CD \parallel EF \end{array} \right\} \Rightarrow CD \parallel AB \parallel EF$$

当然还有其他的解法, 不过上述的解法中, 分析三最简明, 因为这种引辅助线法使已知条件与要证的结论相隔的最近。

## 二、利用速算题, 培养学生思维的敏捷性

例 2 求和  $9+99+999+9999+99999+999999$ .

分析: 因为  $n$  个形如  $10^n$  的数相加很容易计算, 而上述各加数又容易表成  $10n-1$  的形式, 因此得解法:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (10-1) + (100-1) + \dots + (1000000-1) \\ &= 1111110-6=11111104. \end{aligned}$$

例 3 求  $333333^2$ .

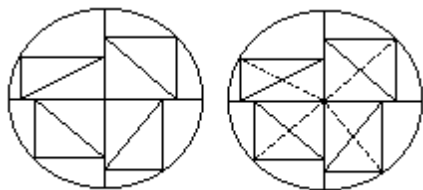
分析: 若直接相乘, 则计算较繁, 如果能化成上题的形式, 那么计算就简单了。因为  $333333^2 \times 333333 \times 333333$ , 而  $333333=3 \times 111111$ , 所以利用乘法的交换律即得解法:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 3 \times 111111 \times 333333 = 3 \times 333333 \times 111111 = 999999 \times 111111 \\ &= (1000000-1) \times 111111 = 111111000000-111111 \\ &= 111110888889. \end{aligned}$$

## 三、利用技巧题, 培养学生思维的灵活性

例 4 在一个直径为 90 厘米的圆桌上, 放着大小不同的四块直角三角板 (如图二), 求这些三角板的斜边长。

分析: 按照图三的形式引辅助线, 则容易看出每块直角三角板都组成一个矩形, 根据矩形两条对角线相等的性质则知, 这些直角三角板的斜边长均为 45 厘米。

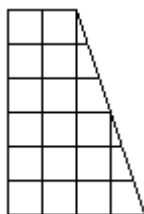


图二

图三

例 5 一个直角梯形如图四，要你切一刀，将它切成两个形状相同而大小又相等的图形。

分析：根据给定的直角梯形，切一刀出现两个所要求的图形只有如下几种情况：两个三角形；两个梯形；一个三角形和一个四边形；两个四边形。前三种情况都不能是形状相同而又大小相等的两个图形，因此只能是第四种情况。而这种情况中的每个四边形必须有一个直角，这就决定了切口需在 AB 与 CD 之间。再根据切后的两个四边形的对应边要相等，决定了切线应经过 BC 的中点 N。



图四

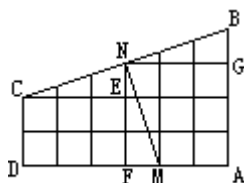
$$CE=3, EN=1,$$

$$\text{由 } CN^2=CE^2+EN^2,$$

$$CN = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$NB = \sqrt{10}.$$

M 点如何确定呢？由图可知，要使切后的两个图形的形状和大小都一样，应使  $AM=DC$ ， $AB=DM$ ，这样切口 MN 就出来了（如图五）。



图五

在四边形 ABNM 和 DMNC 中，

$$MN^2=NF^2+MF^2,$$

$$MN = \sqrt{NF^2 + MF^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$$AB = MD = 4, AM = CD = 2,$$

$$NB = NC = \sqrt{10}.$$

$$\angle MNF = \angle BNG = \angle NCE.$$

$$\angle MNB = \angle MNC,$$

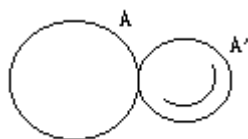
$$A = D, B = DMN, AMN = C.$$

所以四边形 ABNM 与四边形 DMNC 是两个形状相同且大小相等的图形。

#### 四、利用易混题，培养学生思维的准确性

例 6 已知大圆的周长为 20 厘米，小圆的周长为 10 厘米，今使大圆不动，让小圆沿大圆的外缘成外切形的滚动（无滑动），当小圆滚过大圆一周

时，求小圆转的圈数。（图六）



图六

分析：此题容易想到小圆转了两圈。因为小圆转两圈的周长正好等于大圆的周长。实际上小圆转了3圈。因为小圆沿大圆的外缘滚动一圈时，小圆本身也不由自主地转了一圈，这就多出了不易察觉的一圈。

例7 小明做了这样一道题：

$$\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y},$$

则利用等比的性质得

$$\frac{x}{y+z} = \frac{x+y+z}{y+z+z+x+x+y} = \frac{x+y+z}{2(x+y+z)} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{又 } \frac{x}{y+z} = \frac{-y}{-z-x}$$

再利用等比的性质得

$$\frac{x}{y+z} = \frac{x-y}{y+z-z-x} = \frac{x-y}{y-x} = -1,$$

$$\frac{1}{2} = -1.$$

试说明此题错在何处。

分析：令  $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$ ，则有

$$x = by + kz,$$

$$y = kz + kx,$$

$$z = kx + ky.$$

三式相加得

$$\begin{aligned} x+y+z &= 2k(x+y+z), \\ (1-2k)(x+y+z) &= 0 \end{aligned}$$

其解有两种可能：

$$\text{当 } 1-2k=0 \text{ 时，则 } k = \frac{1}{2},$$

$$x=y=z;$$

当  $x+y+z=0$  时，则  $x = -(y+z)$ ， $k = -1$ 。由此看来，原题中

$$\frac{x+y+z}{2(x+y+z)} = \frac{1}{2},$$

是在 $x+y+z \neq 0$ 时才成立的，也就是符合 $k = \frac{1}{2}$ ， $x = y = z$ 的条件。

另外在原题中 $\frac{x}{y+z} = \frac{x-y}{-(x-y)} = -1$ ，是在 $y-x \neq 0$ 时才成立的，也就是符合 $x = -(y+z)$ ， $k = -1$ 的条件。

显然这两种情况正是矛盾的，不能同时成立，所以得出了 $\frac{1}{2} = -1$ 的错误结果。

由此可知，在应用等比的性质定理时，变换后的分母不能为零。

## 改进数学教学方法的认识与实践

四川省岳池县顾县中学 何荣富

由于新技术革命的冲击，世界各国都在“面向新世纪的教育”，进行教育改革。为适应改革的发展，国家教委基础教育课程教材研究中心新近提出了一个总的目标，即使学生学会做人，学会生活，学会学习，学会劳动，提高学生素质，成为“四学会”的智能型人才。

一个数学教师，要保证数学教学质量，要全面提高学生数学素质，就不能不深化教学改革，提高课堂教学效益。本文仅就改进数学教学方法有如下认识与实践。

—

改进数学教学方法，是数学教育的一个重要方面，也是近年来中学数学教育的一个热点。前苏联数学教育家B·A·奥加涅相在《中小学数学教学法》中写道：“改革数学教育的问题，使数学教育同科技进步要求相适应的问题不能仅仅依靠改变数学课程的学习内容，以及基本概念、定理相应组织教学办法的而得到解决，还必须认真地改变数学教学的形式和方法。”我国教育家刘道指出，社会因素是形成学生厌学的重要原因，而教学方法不当则是其教育内部的原因。可见教学方法的优劣，直接影响到教学目标的实现和教学质量的提高。

当前，我国中学数学教育改革得到众多的专家和教师的关注，探索、总结出许多有效的数学教学方法。比如，“发现法”、“读读、议议、讲讲、练练”八字法，“单元结构教学法”，“问题教学法”，“掌握学习教学法”，“程序教学法”……等等。在实际运用中，已取得了较好的课堂教学效益。但是也应看到，许多教师仍然受着传统的教学思想、模式和方法的束缚，教学实践带有随意性和盲目性。主要表现在：

1. 教师讲学生听，教师问，学生答，教师布置作业学生做，这种单纯的“传授”知识与“接受”知识的形式，一节课灌到底。把对知识内容讲得清楚与否作为衡量教学好坏的主要标准。

2. 教学方法常停留于形式地套用，没有发掘精神实质，掌握实施要则和优缺点。

3. 数学教学停留在只进行现成知识的教学上，没有或很少涉及知识的发生过程，没有注重基本概念、基本原理和基本方法方面启发思维。

4. 忽视基本的数学思想和数学方法的教学，没有通过数学知识这个载体，让学生领会数学思想、方法，使学生真正通过学习数学，提高思维素质和研究问题、解决问题的能力。

5. 教学中没有注意研究学生，研究指导学法。对培养学生的非智力因素，激发学生学习的内驱力（特别是学习兴趣）的重要性估计不足。

6. 因材施教的原则没有很好落实，教学要求、练习作业基本一刀切。

7. 教学上，以量求质的现象仍较严重，随意加大作业量，热衷于题海战术。

以上列举的归纳起来就是重教轻学，重知识轻能力，重外因轻内因，重模仿轻创新。现仅从教学方法的角度谈一点改进意见。

二

教师的教学是一种创造性的劳动。对不同的教学内容和教学要求、不同的学生，采取的方法应有所不同。每一种具体的教学方法都有各自的侧重方面，也都有自身的局限性。当前，各种各样数学教学方法名目繁多，但最根本的一条应该是，从教材的规定性和学生的具体实际出发，对学生进行启发式教学。

如何在数学教学中改进教法，实现启发式教学呢？

第一、从教学角度看，改进数学教学方法体现在：

(一) 双边性。强调师生共同活动，充分发挥学生的主体作用——主动性、积极性、创造性；发挥教师的主导作用——在数学教学活动中实施科学的引导或辅导。以教师的“两导”使学生的“三性”成为教学现实，让学生在教学活动中都扮演积极参与的角色。

(二) 双部性。既注意学生的外部活动，又注意学生的内部活动，强调掌握学生的学习心理，注意学生内在的思维活动。

(三) 双型性。以发展学生智能为出发点，既注重接受型的意义教学，又重视发现型的意义教学，力求传播知识与发展智能的最佳结合。

第二、从数学的角度看：

(一) 应注意数学活动过程的教学。这就要求教师把握知识的脉络，教学时能使书本中的知识“活”起来，不是堆砌知识积木，而是用一系列的思维活动把知识贯穿起来。

1. 概念教学。要最大限度地提供概念的提出背景，深入揭示概念的本质属性，暴露数学思维的核心。

例 1 高中代数上册在引入奇、偶函数概念的教学时，我设计了如下的教学程序：

(1) 提供问题背景。考虑函数  $y=x^2$  与  $y=x^3$  的图象对称性；上述对称性对研究二函数的性质有何简化作用？

(2) 提出问题。既然上述对称性对研究函数性质能起到如此重要作用，那么解析式具有何特征的函数的图象一定关于  $y$  轴（或原点）对称呢？

(3) 思考解析式特征。引导学生分析证明出如下命题：“函数  $y=f(x)$  的图象关于  $y$  轴（原点）对称  $\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$  [或者  $f(-x)=-f(x)$ ]，对定义域内任意  $x$  值恒成立。”

(4) 师生一起给出奇、偶函数定义（略）。

上面例 1 的启发式教学设计，从奇、偶函数概念的应用功能出发引入概念，既充分暴露了概念的提出过程，又为概念的理解和应用打下了良好的基础。

2. 性质、定理、公式的教学。作为教材的课本，一般是直截了当地给出了发现的结果。因此，在性质、定理、公式的教学中，教师应创设问题的情境，以探究性的语言代替结论式的陈述，努力揭示知识间的内在联系，揭示规律被发现的过程，让学生置身于知识的发展认识过程中。

（例略）。

3. 解题教学。在解题教学中，要努力揭示方法的思考、选择过程，并重视歧路的剖析。使学生在对习题的分析中学生思考；在对比中求得简捷；在运用中变得灵活；在疏漏后学得缜密。

例 2 在证明



$$\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

的教学中，我设计了如下的教学程序：

(1) 一般性启发。论证恒等式的过程，实质上是一个“分析差异，实施有效变形，直至消除差异”的过程；从不同的差异入手，设计消除差异的不同程序，就可能找到多种不同的证法。

(2) 功能性启发。三角等式的两端从形式上看，一般有哪三种差异？(角的，函数种类的，运算种类的)。

(3) 特殊性启发。就本题而言，试分析等式两端的三种差异，并设计消除差异的可能方案(见下表)。

|    | 左边                         | 右边  | 消除差异的可能方案   |
|----|----------------------------|-----|---|
| 角  | $\alpha, \frac{\alpha}{2}$ | 2   | (1) $\frac{\alpha}{2}$ 2 ; (2) 2 $\frac{\alpha}{2}$ |
| 函数 | cos, tg, ctg               | sin | (1) 化切为弦; (2) 化弦为切                                  |
| 运算 | 差, 商                       | 积   | 由左推右分母化积或分子变差后实施约分                                  |

(4) 具体证明。根据分析制定的可能方案，本题有五种不同的证法。具体过程从略。

如上的教学程序设计，通过启发，充分暴露了人们在解决问题过程中，如何力求逐步缩小探索范围，不断推进和解决问题的思维过程，使学生在对这一问题的分析中逐步学会处理三角变换问题的基本思考方法。

这里特别强调，教师一定要敢于让学生在解题实践中出现歧路，并善于对歧路进行剖析。

(二) 加强数学思想、数学方法的教学。数学思想和数学方法是数学知识的灵魂。一个好的教师应善于发现课本中知识内容背后所隐含的“软件”部分——数学思想和方法，诱导学生领会并逐步运用这些数学思想、方法。比如，在教立体几何时，结合平面几何有关知识介绍类比的思想方法；在学习数轴、坐标系、函数图象等内容时，可以介绍数形结合的思想方法；在学习对称、平移、旋转等内容时，可以介绍图象变换和特殊化与一般化的思想方法等等。在解题教学中，可以适时地归纳总结解数学题的一般思想方法，如换元法、待定系数法、配方法、参数法、图象法、特殊化法、判别式法，割补法、图形变换法、交轨法、递推法等等。这样做对发展学生的数学思维能力是有裨益的。

(三) 重视发现型教学。数学“发现法”教学，是指在数学教学过程中，使学生处于一种积极、创造的状态，通过独立观察和思考，借助于教师的指导，探索地发现数学知识和掌握技能，进行概括和作出结论，亲身体验数学创造的经历。

近年来，我根据适当的教学内容，在课堂教学中，给学生创设一个知识再发现的教学情境，采用“发现法”教学。主要体会会有如下几点：

1. 备好课是应用好“发现法”的先决条件；
2. 调动学生学习积极性，发挥集体智慧，是应用好“发现法”教学的关键；
3. 挖掘知识的内在联系，创设发现情境，是应用好“发现法”教学的核心；

心；

4. 让学生掌握合情推理的模式，是应用好“发现法”的主要手段；

5. 精心设计好最近发现区，是应用好“发现法”教学的较高艺术。

（限于篇幅，例略）

在“应试教育”转向“素质教育”的今天，为适应新时期数学教学改革的需要，一个数学教师学习教育理论，参与数学教研，探索教法改革，意义深远。本文是笔者对改进数学教学方法，提高课堂教学效益的一孔之见。意在抛砖，盼能引玉。

## 小学数学培养学生直觉思维的能力

浙江省黄岩市城关镇东城中心校 郑月初

直觉思维是创造性思维的一种。科学家们在发现规律、创造发明过程中，往往是由直觉思维“猜测”出正确答案，然后用逻辑思维去证明的。

所谓直觉思维是指未经过逻辑推理，就迅速对问题的答案作出合理的猜测，设想或突然顿悟的思维。直觉思维具有整体性、简缩性等特点。因此，在小学数学教学中重视直觉思维的训练，对培养学生创造性思维有着重要意义，现结合课堂教学实践，谈几点粗浅看法。

### 一、整体感知，抓住实质

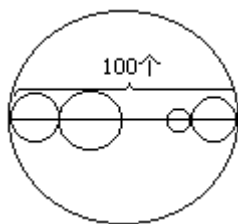
直觉思维要求对问题进行整体感知，迅速把握题目的特征，直接抓住问题的实质。

例如：在教学“砖厂用2台制砖机2.5小时生产砖坯25000块。照这样计算，用4台制砖机5小时生产砖坯多少块？”这道题时，虽然大部分学生都能用一般方法求解，即先用除法算出单一量，再用乘法算出总数量，但其过程较繁琐。而有几个学生却能迅速报出答数是10万块。我及时抓住这个良机，让他们讲讲道理。原来他们从整体上对题目进行观察分析，制砖机台数是原来的2倍，工作时间也是原来的2倍，而工作效率不变，则工作总量应是原来的 $(2 \times 2)$ 倍，故是 $25000 \times (2 \times 2) = 10$ 万（块）。

由此可见，从整体上思考问题，直接抓住问题的实质，迅速发现解决问题的捷径对于培养学生的直觉思维能力有着很重要的作用。

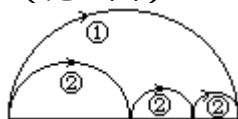
### 二、应用经验，大胆猜想

直觉来源于个人的学识和经验，它是学识和经验积累到一定程度的产物。只有具备丰富的知识和较强的能力，才能凭借偶然的触媒产生灵感直觉到事物的本质。大科学家牛顿说过：“没有大胆的联想，就做不出伟大的发现”。积极的类比、联想、猜想有利于培养学生的探索能力。因此，教学中教师要让学生充分运用已有的经验大胆猜想，允许学生在猜想过程中失败，失败了鼓励他们再作新的猜想。



如：在学完圆周长这一单元后，我出了这样一道题。在一个大圆中有100个大小不等的小圆，这些小圆的圆心都是在大圆的同一条直径上，且相邻两个圆都相外切。已知大圆的周长是3.14米，求这些小圆周长之和。（如右图）

解这一题时，一部分学生马上得出周长之和是3.14米，原来学生根据课文学过的一道题猜出来的。（见左图）



书上的题为：一个人从A点到B点，按 的箭头所示的路线走，也可按的箭头所示的路线走，按哪条路线走近些？为什么？通过计算，所走的路

线不同，路程却一样。

学生受了这题的原型启发，而得出上述这个猜想，直觉到两题的本质联系，若干个圆的直径之和与另外几个圆的直径之和相等，周长之和也相等。因此，教师平时要注意让学生积累生活经验和解题经验，并应用这些经验大胆猜想，长此以往坚持下去，不断提高学生的直觉思维能力。

### 三、多角度设想，多方位思维

教师在教学中应注意利用“问题”的拓广来引导学生多角度设想，多方位思维，使学生意识到每一个问题都可能有不同的解释或解决办法，这是培养学生直觉思维能力的有效途径。

例如：用绳子测井深，把绳子三折来量，井外余4米；把绳子四折来量，井外余1米，求井深和绳长。

这题教师应鼓励学生大胆设想，从各种不同的角度去寻找解决问题的方法。

#### (1) 从相差数角度去直觉思维

由于绳子总长和井深不变，井外绳长相差  $4 \times 3 - 1 \times 4 = 8$  (米)，外面绳子少了8米，就是绳子多了一个井深。则井深8米，绳长  $(8+1) \times 4 = 36$  (米)。

#### (2) 从分数意义去直觉思维

绳子3折来量，每折是绳子的  $\frac{1}{3}$ ，4折来量，每折是绳子的  $\frac{1}{4}$ ，绳子的  $\frac{1}{3}$  比  $\frac{1}{4}$  长  $(4-1)$  米，就是3米占全长的  $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$ ，很快求得绳长36米，井深8米。

同样从分数意义去直觉思维。

3折的井外绳子比4折的3个  $\frac{1}{4}$  多  $(4-1) \times 3 = 9$  (米)，就是9米相当于绳长的  $\frac{1}{4}$ ，则绳长为  $9 \div \frac{1}{4} = 36$  (米)，井深为  $9 - 1 = 8$  (米)。

#### (3) 用方程思路去直觉思维

不管是把绳子三折来量还是4折来量，井深和绳长总是不变，按绳长相等去思考，设井深X米，得到方程  $4X + 1 \times 4 = 3X + 4 \times 3$ ，就是  $4X - 3X = 4 \times 3 - 1 \times 4$ ，一个井深就是3折时井外绳子的总长与4折时井外绳子的总长的差，即  $4 \times 3 - 1 \times 4 = 8$  (米)。

又按绳子的  $\frac{1}{3}$  比绳子的  $\frac{1}{4}$  长  $(4-1)$  米，根据这一等量关系可以得出  $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) X = 4 - 1$ ，则绳长36米。

当然，教师在培养学生直觉思维的同时，还应善于引导学生运用比较、分析、综合的思维方法，进行严密的逻辑推理，对直觉思维的结果进行科学验证。这样不但可以防止学生没有根据的胡思乱想，更重要的是可以使思维的结果成为科学的结论。

