

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中小学教学小百科(37)

数学科·教法篇



中小学教学小百科
(37)

高中教学阶段的目标培养及学法指导

宁夏大武口基建一中 陈艳芝

在高中教学的发展过程中，传统的教学方法一直占统治地位，虽然受地区和执教者等各种因素的影响，各人的教法不尽相同，但随着社会的发展，“教”与“学”二者均迫切要求改进教法的趋向却是一致的，这是因为：

(1) 教学方法由落后变科学，教学思想由封闭转向开拓，教学人员的素质及基本功急待提高已时不可待，而传统教学法难以适应此项要求。

(2) 教学的过程是使受教育者得到思维学习和思维品质的锻炼过程。思维是思想的精髓，如何培养学生正确的思维方法是教育工作的核心所在；因此，采取何种教法以培养学生良好的自学自治习惯是向此方向奋进的关键。

(3) 随着社会的不断进步，对人才的要求和衡量标准在不断变更。当今世界不论是自然科学，还是社会科学；不论是文学艺术，还是历史地理；其发展迅速多变，光怪陆离，难以理喻；它们都多层次、多方位、多角度、多元化地展现在我们眼前，需要我们去认识和解释。这要求适应者必须具有相当的强度和硬度形象和抽象思维能力。教学作为特殊的社会工具，在培养思维能力方面有着得天独厚的优越条件，所以明确学生高中阶段的培养目标，辅之以正确的学法指导是

每位高中教师所面临的一个重要课题。

一、确定目标，选择方法

作为高中数学教师，首先应明确三年的培养总目标，这一总目标的达成，需要有几个相关短期目标辅助，以及为达到目标所采取的措施及必须选择的方法。总结十年多的教学实践，我的做法如下：

(1) 对每一届高一学生，在开学初首先向其交待清楚：

a) 三年对其培养的总目标：即要教会其相关的数学知识及数学方法，尤其要教会其自学的方法，同时培养其良好的自学自治习惯。

b) 总目标的实现需分四个分目标予以达成，内容见下表：

分目标	内 容	达成期限	阶段划分
一	在教师的示范下学会阅读和钻研教材	高一第一学期末	领读阶段
二	在阅读提纲启发下阅读和钻研教材	高一第二学期末	启读阶段
三	学会读书做小结	高二学年末	自学阶段
四	在识记、理解、掌握、综合应用层次要求下进行单元小结及复习	高三学年末	自学升华阶段

(2) 各阶段的做法及要求：

领读阶段：让学生在行动中领会什么叫自学辅导，对教材内容先让学生预习获得整体印象后，由教师逐句解释，逐段概括，做法要点是：

a) 从正面找重点，作记号，加批注。

b) 从侧面联系旧知识，比较和理解新知识的个异性和承续性。

c) 从反面推敲关键字、符、句，若删去某字（符）、句，看概念的内涵

与外延有何变化或公式（法则）还是否成立等，并举例说明。

d)对例题的讲授,不必把解答的全过程在黑板上重写一遍,而是讲思路,讲关键,讲难点。

此阶段每课题的环节流程是：

预习 领读（试） 练习 布置作业 反馈

启读阶段：发展学生在领读阶段已经领会了的自学方法。

做法是：每周预告一次教学进度及每课题的起止划分，在每一节课中，出示阅读提纲，让学生在阅读提纲的引导下自学。编拟提纲的要点是：

a)以问答形式行文，语言要准确、简明、易懂，容量要能覆盖一课题的内容，一般要能从教材中直接找到答案。

b)对难点要设置台阶，缩小步子，要有铺垫性问题。

c)凭教师已有的教学经验，对学生易犯的错误或偏见设置针对性的问题。

到阶段后期，提纲逐步由细到粗，由易到难，由直接到变式，但必须遵守可接受性原则。此阶段的每课题的环节流程是：

预习 按提纲提问自读 讲评概括 练习 布置作业 反馈。

自学阶段：先用一课时给学生归纳自学的方法要点：

对课文：分层次，找重点，作记号；

对公式法则：抓特征，逆联想，多记忆；

对例题：理步骤，看格式，比异同；

对（练）习题：找联系，看目的，作外延。

对此作相应解释之后，告诉学生以后将按这些方法自学，不再出示阅读提纲了，并告诉学生：以后将按“读（预习）、练（精练）、讲（精讲）”三个主要环节实施教学。

自学升华阶段：在识记、理解、掌握、综合应用目标要求下，对所复习的单元内容，按主要概念，重、难点内容，主要题型进行归纳，并按相关要求自检，找出关键点。

二、实际操作程序及说明

按教学环节中的“读”、“练”、“讲”，提出其程序框图如下：



(1) 这里的“读”可和“预习过程”揉和在一起，时间安排在每课时的最后 10 分钟至下一课时的开始，这一过程一定要布置预习作业（即试练题目），并使这一作业在下一课时开始之前批完返回。预习作业须分高、中、低三个档次，从要求上分为必做与选做。

(2) 在下一课时再实施“讲”、“练”这两个环节，此时，课堂上的“讲”一定是在批改完预习作业得到反馈信息之后进行；讲的要“精、透、活”，要有深度，适当的时候要有外延，时间为 15 分钟；课堂上的“练”是对重点知识的巩固或加深，一般为 20 分钟。

举例：下给出一个课时的教案，使读者能从其见到贯彻上述教法之一斑。
课题：曲线的交点（§2.4）；日期：略；内容：P₆₉₋₇₀。（这也是上一课最后十分钟读的内容）预习作业：（试练题）

(1) P₇₀ 练习题（低） (2) P_{72.10.P_{76.5}}。（中）

(3) 附加题：求经过点 $M(1, 5)$ ，倾斜角是 $\pi/3$ 的直线被圆： $x^2+y^2=16$ 所截得的弦长（高）。

教学目的：1. 使学生理解并掌握求曲线交点的基本思想及方法。

2. 通过预习作业的评析，使学生加深对例 1 及例 2 两题实意的理解。

3. 通过课堂上的深化，提高学生解题技巧及灵活性。

重点：求曲线交点的基本思想在实际中的灵活运用。

难点：例 1 及例 2 的运算技巧。

教学过程：

(一) 复习引入

复习曲线方程的概念，指明：求曲线的交点问题，即是求它们的方程所组成的方程组的实数解的问题。

(二) 新内容

例 1 求直线 $y=x+(3/2)$ 被曲线 $y=(1/2)x^2$ 截得的线段的长。

1. 提问其解题步骤及解法要点[组成方程组、解得交点坐标 A、B、利用两点间距离公式求得 $|AB|$ 。]

2. 对于多数同学未解出的附加题，提问其解法步骤（回答同上）；找出解此题受阻的关键所在：计算复杂！如何解决这个问题？

分析例 1：

$$\text{由 } y=x+(3/2) \quad (1)$$

$$y=(1/2)x^2 \quad (2)$$

如设交点 A、B 的坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、则有

$$y_1 = x_1 + (3/2) \quad y_2 = x_2 + (3/2)$$

$$\text{故 } |AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{2}|x_1 - x_2|$$

将 (1) 代入 (2) 整理得： $x^2 - 2x - 3 = 0$

由韦达定理： $x_1 + x_2 = 2$

$$x_1 \times x_2 = -3$$

$$\text{又因为 } (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \times x_2 = 2^2 + 12 = 16$$

$$\text{所以 } |x_1 - x_2| = 4 \quad |AB| = \sqrt{2}$$

3. 让学生用此法考察：变 $y=(3/2)$ 为 $y=kx+b$ 而得出的结论：

其应推出 $|AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2|$ 的结论。

引导学生洞察上式的真谛：

(1) 任何一条直线方程均可化为点斜式，从而找到 k ；

(2) 只要另一曲线是二次曲线，解方程的过程中总会得到关于 x 的一元二次方程，从而有 $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ ， $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ ， $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \times x_2}$

即得 $|AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2|$

(3) 上式可作为一般性结论，可作为公式使用。

(4) 利用此公式，让学生做出附加题，并指出此题系课本 P_{167} 页第 6 题，它是曲线的参数方程一节中参数的几何意义应用的一个重要课型。（先走这一步也为后面学习曲线的参数方程，理解参数的几何意义做了有力的说明，为进一步的学习埋下伏笔）。

例 2. 已知某圆的方程是 $x^2+y^2=2$ ，当 b 为何值时直线两个交点重合为一

点；没有交点？

提问总结：1.此题给出了用判别式 讨论直线与圆的位置关系的一种方法。

2.给出了一种已知圆的切线的斜率或其在 y 轴上的截距而确定圆的切线的一种方法（预习作业 $P_{76.5}$ ）。

3.巩固作业： P_{80} 页题：过点 $A(0, \sqrt{10})$ ，引圆 $x^2+y^2=5$ 的两条切线，求它们的方程。

（三）小结：让学生归纳。

（四）读书，（最后 10 分钟） P_{72-73} 例 2。

（五）作业布置：1.预习内容.....

2.试练作业.....（要交）

3.作业要求。

三、论证及总结

1.多年来，无论采取何种教法，我们一直强调课前预习的重要性，可是这一课前学习过程，要么不能持之以恒，要么有名无实，敷衍了事。众所周知，学生课前预习跟不上，课堂上的“精讲”就无法实现，所以怎样使学生必须做好课前预习，而且在预习中能切实地发现问题，是我们设置教学环节中首先考虑的问题。按（*）式所列教学程序框图，我们把每节课最后 10 分钟意为“读”的过程，这里的“读”在领读阶段，导读阶段，自学辅导阶段，以及自学升华阶段的意义各不相同，而且，这里的“读”与持续到下一课时开始的“预习过程”是不可分割的整体过程，采取的措施是：布置预习作业（预练题），试练题档次分明，照顾到各层次的学生，程度高的学生不会感到“吃不饱”，而更能积极进取，一般化的学生也有了前进的动力，即使是差生也能完成低档题[一般为练习题的水平，逐步完成中档题(习题水平)]；而且“读”的过程延续至课下，又有要交的作业起促进作用，可使学生不但能抽出有效的时间“读”书，而且有较充裕的时间与同学讨论，有时机求教于教师，在争论中见经纬，在辨析中分谬误，以便在听课时能带着问题听，而且在这段时间内，老师个别辅导的时间较长，讲课前还要批改预习作业，（一般几何、代数隔日上，时间上可以保证），这就能更容易也更全面地了解学生的学情，及时得到反馈信息，以便于在讲的时候有的放矢，更利于因材施教。

2.课前预习抓好了，为教师在课堂上 15 分钟的“精讲”创造了时机。此时的精讲是对该课题重点知识的巩固或深化，其深化题型一般是预习作业中的高档题，布置给学生先做，一是考查他预习时“读”的情况，从中发现问题，更重要的是考查每个学生的自学能力，为课堂上的讲准备第一手资料，如记录下主要问题，及该问题由何引起等。

3.课堂上的“练”指的是练重点题型。目的是巩固本课题的重点知识，也包括对预习作业本上留有的三分之一位置上的答案更正与对比。

通过几年来的教学实践，这样设置教学环节的得益之处日见明显。

主要体会如下：

（1）“教”与“学”双方的积极性和主动性都有明显的提高。

这是因为每个阶段，每个课时，双方均有明确的目标为导向，基本上做到了心中有数，为益而得。

(2) 从表面上看似乎是增加了学生的负担，但由于此教法基本上能一步到位，所以实质上是从纵向上缩短了学习时间，尤其减轻了高三的复习重担。

(3) 从老师在课堂上对某些内容深化这一点来看，似乎是增加了教学内容，但在学生的学习的自觉性和灵活性普遍增强的情况下，不会延误教学计划的完成，也不违背向 45 分钟要质量的原则。

(4) 由于学生逐步形成了周期复习及单元复习的自治习惯，应试前的复习条理清晰，井然有序，基础知识更加扎实，能力逐步提高。

四、联想与展望

明确三年中“教”与“学”的目标，是师生双方完成三年的各自任务必备的第一步，但如何使教者得心应手，使学者兴趣盎然，关键要认清“教”与“学”二者的地位和关系。我认为在“教”与“学”的双边活动中，二者的关系应是排练演出中的“导演”与“演员”的关系；这是因为：

1. 导演的先行任务是依据剧本写角本，老师要依教材写教案；导演是幕后参谋，只有演员才与观众见面。老师教的目的是育人，最终要向社会输送合格的人才。

2. 演员在排练前要先拿到剧本，并据此体验如何扮演其角色；学生在学习前已做到课本人手一册，何不能先自读教材先体会其真谛呢？况且正像导演不可能把整剧的每一个镜头动作都向演员一一交待一样，教师也不应面面俱到地为学生重复教材的全部内容。

3. 一个人如果看了一场戏和他亲自演了一场戏，乃到亲自导演一场戏，其对剧情的体会是大相径庭的。传统教法中多半是把学生放在观众的席位上对待的，而且还希望他（她）们学着演戏，而我的观点应把学生先以演员待之，并尽快让其走上导演之位。

4. 目前，教师普遍感到改进传统教法的关键是让学生“动”起来，但究竟向什么方向“动”？怎样“动”？则完全依赖于教师的“导”。所以，在怎样理解教材的安排和最优化处理教材，有效地组织好课堂教学的前提下，确定正确的教法，是教师“导”的关键，而学生思维能力的培养，自学自治习惯的形成，是我们制定总的培养目标及学法指导这一决策正确与否的成果检验。

希望我们每位教师要在此方面多下功夫，尽职尽责，做出贡献。

创设问题情境 提高学习积极性

山东省五莲县教师进修学校 甄凤俊

问题是数学的心脏。因此，数学课堂教学应从问题开始，精心设计问题情境。所谓问题情境，指的是存在一种具有一定困难，并且经过努力探索而又能得到解决的问题。教师在教学中必须千方百计地为学生设计问题情境，置学生于问题及其矛盾和发展中，使学生在注意力最集中，思维最积极的状态中进行探索、讨论，调动学生学习的积极性，提高课堂教学效率。笔者概括自己的教学经验，并结合数学名师的教学实例，从以下三个方面谈谈问题情境的创设。

一、由“愤”、“悱”创设问题情境

古代教育家孔子说过：“不愤不启，不悱不发”。愤者，心求通而未得之意；悱者，口欲言而未能之貌。启，谓开其意；发，谓达其辞。教师在教学中要在充分了解学生的数学知识、能力水平的基础上，善于提出具有一定难度的挑战性的问题，让学生思考、探索、讨论，使所提出的问题学生急于想解决，但光利用已有的知识和技能却又无法解决，形成认识冲突，调动求知欲望，让学生在迫切需要下学习，此时，再经过教师的点拨、启发，使学生自己解决问题。这样，学生的思维得到锻炼，能力得到提高，充分体现了数学教学就是思维过程的教学思想。

如，教“等差数列的和”一课时，我是这样设计教学过程的：先通过数学家高斯在很小的时候计算“ $1+2+3+\dots+100$ ”的故事引入新课，激发学生的学习兴趣。大多数学生能按下面的方法计算： $1+2+3+\dots+100=101 \times 50=5050$ 。然后，进一步提出问题，若有奇数个连续的正整数相加，如 $4+5+6+7+8+9+10$ ，也能恰好组成两两之和相等的几组吗？若不能，怎么办？这个问题有一定的技巧，让学生思考片刻进入愤、悱状态。教师提出问题后的等待，正是学生思维高度集中和认真思考的时刻。此时，教师用投影仪先打出堆放了七层的钢管，自上而下各层的钢管数为4、5、6、7、8、9、10。再用投影仪打出倒放着同样的一堆钢管。最后把它们拉在一起，这样，每层的钢管数都相等。学生受到启发，用“倒序相加”的方法计算： $S_7=4+5+6+7+8+9+10$

$$S_7=10+9+8+7+6+5+4$$

两式相加，得

$$2S_7=(10+4) \times 7$$

$$S_7=\frac{(10+4) \times 7}{2}$$

当然，用“倒序相加”的方法也可计算 $1+2+3+\dots+100$ 。

上面，我们计算了一个具体的求等差数列的和。对于等差数列的和，是否有一个计算公式？若设 $S_n=a_1+a_2+\dots+a_n$ （其中 $\{a_n\}$ 是等差数列）。它的计算公式如何？先请同学们猜想一下。有的学生经过由特殊到一般的推理方法，得 $S_n=\frac{(a_1+a_n)}{2} \cdot n$ ；还有一部分同学利用与梯形的面积公式类

比的推理方法，得 $S_n=\frac{(a_1+a_n)}{2} \cdot n$ 。要说明公式是正确的必须证明，怎

样证明？学生用“倒序相加”的方法给出严格的证明。学生经过自己发现公式，验证公式，比单纯教师讲解，要理解得深，掌握得牢。

心理学原理告诉我们：思维过程通常是由于人们需要理解某种事物以及需要解决某种问题开始的。由于在教学中为学生设计了一环扣一环，环环紧扣自然流畅的问题，使他们经过自己的努力思考又能解决，学生心理上得到满足，尝到了甜头，增强了学习数学的自信心，发挥了他们在学习中的主动性、积极性，培养了学生分析问题、解决问题的能力。从求和公式与梯形的面积公式的推导过程看具有相似美。而结果具有统一美。在教学中应不失时机对学生进行“数学美”的教育，使抽象的数学问题变得趣味无穷。激发了学生的学习兴趣。

二、由激奋创设问题情境

心理学家赞可夫说：“教学法一旦触及学生的情绪和意志领域，这种教学法就能发挥高度有效的作用”。当学生在教师的引导下，经过自己的独立思考，证明了一个重要定理或著名公式时，内心便产生一种愉悦心情，认识到自己所具有的潜能，从而受到了极大的鼓舞，这时学生的情绪高涨，参与意识非常强烈。

如：在上“不等式的证明”复习课时，课前预先布置了一道课后作业：你能用两种方法证明下面不等式吗？

已知： $a_1, a_2, b_1, b_2 \in R$ ，求证： $(a_1b_1 + a_2b_2)$

$$\sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)}$$

从收上来的作业中，发现了一种新颖的证法：

证明：（1）当 $a_1^2 + a_2^2 = 0$ （即 $a_1 = a_2 = 0$ ）时，不等式成立。

（2）当 $a_1^2 + a_2^2 > 0$ 时，构造二次函数 $f(x) = (a_1^2 + a_2^2)x^2 + 2(a_1b_1 + a_2b_2)x + (b_1^2 + b_2^2) = (a_1x + b_1)^2 + (a_2x + b_2)^2 \geq 0$ ，

$$= 4(a_1b_1 + a_2b_2)^2 - 4(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \geq 0,$$

即 $(a_1b_1 + a_2b_2) \geq \sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)}$

教师趁热打铁，培养学生思维的深刻性。进而提出下面的问题。

若 $a_1, a_2, \dots, a_n \in R; b_1, b_2, \dots, b_n \in R$ ，求证：

$$(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n) \geq \sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)}$$

当学生证完之后，教师说明，这是著名的“柯西”不等式，是大数学家柯西发现的。只要我们掌握了这种由特殊到一般的研究问题的方法，也是可以发现的。此时学生内心受到极大的鼓舞，产生一种巨大的力量，参与的积极性高涨，这节课学生学得兴趣盎然，个个磨拳擦掌，人人跃跃欲试。

除此之外，也可结合教学内容向学生介绍一些数学史：如三国时期数学家刘徽最早运用极限的思想创立了“割圆术”；公元五世纪数学家祖暅比外国人早一千多年发现了“祖暅原理”，并据此推证出了球体体积公式……。这样，可培养学生学习的自信心和自豪感，培养学生为“中华崛起”而读书的激情和强烈的责任心与使命感。

三、利用悬念创设问题情境

悬念最能打动人心。教师在讲授新知识时，把需要解决的问题，有意识地、巧妙地寓于各种各样符合学生实际的知识基础之中，在他们心理上造成

一种悬念，以引起学生的好奇与思考，使学生欲罢不能，以拨动学生探求新知识的心弦。

如，在教“等比数列求和”一课时，教师先拿出 100 粒小麦对学生说：“我已用天平称过，它的重量约为 5 克”。可是若在国际象棋的 64 个格中放入小麦，各格的粒数成等比数列，分别是，1，2，... 2^{63} 。请同学们估计一下共需多少粒小麦？约有多重？学生兴致极高，纷纷估计，当然悬殊很大。教师接着说：“你们也犯了和古代印度国王舍罕同样的错误，这个问题是国际象棋发明者、数学家达依尔在国王对他进行奖赏时，对国王提出的要求，国王非常爽快地答应了。可是当国王命人扛来一袋袋小麦还不够时，顿时傻了眼。”听到这里学生也困惑不解，感到惊奇，急于知道一共需要多少小麦？于是列出算式： $1+2+2^2+\dots+2^{63}$ 。通过计算后相加麻烦，且易出错。如果我们用等比数列的求和公式，那么很快会得出结果。教师接着讲等比数列的求和公式……。由此使学生产生了悬念，巧妙地导入了新课。

临下课时，师生共同计算。

$$1+2+2^2+\dots+2^{63}=\frac{1-2^{63}\times 2}{1-2}=3.673\times 10^{19}(\text{粒})=1836(\text{亿吨})$$

这时，可采用比拟的方法，用熟悉的事物，生动的语言来说明数量之大。若按世界人口 50 亿计算，每人每年吃 200 公斤，那么这些粮食可供全世界吃 183 年。真是不算不知道，一算吓一跳，就是全世界也没有这么多小麦啊！教师可抓住这一机会对学生进行严肃认真的学习态度的教育。

创设问题情境还可以用其它的方法，目的是调动学生学习兴趣和学习积极性，促进学生积极思维，创造生动、活泼的学习气氛，提高学生的数学能力和数学素质。笔者愿与数学界的同仁们在以后的教学中共同探讨这一课题。

浅谈初中数学的学法指导

浙江省鄞县东钱湖镇中心中学 陈华君

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学，它本身就充满了辩证唯物主义思想。在教学中，概括中学数学的特点，把辩证唯物主义思想有机渗透在知识的传授和技能的培养上，用辩证唯物主义的世界观和方法论指导学生的学习方法，有助于学生更好地掌握知识，发展智力。

教学活动是教师和学生同时进行的“教”与“学”活动的辩证统一。近十年的教学实践，我体会到，提高教师自身素质，这仅仅是提高教学质量的一个方面，更重要的是充分发挥学生的主观能动性，从“教会”向“学会”到“会学”的方向发展，因此，指导学生的学习方法，成了教师提高学生素质的根本性一环。

一、通过讨论争辩，教会学生辩证地分析数学习题

唯物辩证法的观点要求我们对待一切事物都必须采取科学分析的态度，既不能肯定一切，也不能否定一切，把事物绝对化，而要从多角度去研究思考问题，充分考虑问题的各种可能性。

在教学正、反比例函数时，我出示下面的问题，让学生判断是否是函数，是什么函数？例1：某人的体重与年龄；例2： $X+3$ 与 X ；例3： S 一定时，速度与时间； V 一定时，路程与时间。引导学生相互讨论、辨析，最后可知，例1中二者并非相关联的两种量；例2中两种量虽相关联，却不存在比值或积一定的关系，都不是正比例和反比例函数。例3： S 一定时，速度与时间成反比例函数； V 一定时，路程与时间成正比例函数。从中说明，判断正、反比例函数，一定要从它们的定义出发，同时也让学生知道了函数中的变量和常量是相对的，并不是一成不变的。

至此，正、反比例函数的定义在学生的知识结构中得到了进一步的巩固，同时使学生接触到辩证思考问题的方法。

二、善于审题，挖掘题中的隐含条件

在教学时要引导学生认真审题，注意发现隐含条件，以及所用公式的适用范围。

例1：已知关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2+2(m+1)x+1=0$ ，若 x_1 、 x_2 是方程的两个实数根，且 $x_1x_2=1$ ，求 m 的值。

学生做此题时，容易这样解。

解：由韦达定理得 $x_1x_2 = \frac{1}{m^2-1}$ ，

又 $x_1x_2=1$ ，

$$\frac{1}{m^2-1} = 1. \text{解得 } m_1 = \sqrt{2}, m_2 = -\sqrt{2}$$

这个结果显然是错误的。

由于此题是根据根与系数的关系，列出的方程仅含一个未知数，很容易确定所求文字系数。但是，已知方程有两个实数根，就隐含着条件 $\Delta \geq 0$ ，所以解题时要考虑 $\Delta \geq 0$ 这个条件。

由此可见，审题是挖掘隐含条件的关键。那么如何审题呢？

具体说来，审题，要弄清问题中每个词语的含义，分清题中的已知和未知，并弄清它们之间的关系；尽可能从整体上理解题目的条件和结论；认真研究题目的目标，对题目的类型及解法做出初步判断，看能否直接解答，如果不能，需要求新的解题途径。

再看下面的例子。

例2：a是什么值时，方程组
$$\begin{cases} y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \\ y = ax + 4 \end{cases}$$

有两组不相等的实数解。

本题把 $y = ax + 4$ 代入 $y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 得 $a^2x^2 + (6a - 4)x + 9 = 0$ ，由于方程组有两组不相等的实根，不仅需 $\Delta > 0$ ，这里还隐含着 $a^2 \neq 0$ 的条件，此条件往往被忽视。

例3：设A、B、C是 $\triangle ABC$ 的三个内角，C是锐角，若关于x的方程 $x^2 - (2\sin C)x + \sin A \cdot \sin B = 0$ 有两个相等的实根，且 $4\sin^2 C + 4\cos C - 5 = 0$ ，求证： $\triangle ABC$ 是一正三角形。

分析：本题挖掘隐含条件 $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$ ，可把已知等式化为角C的同一三角函数的等式，从而角C可求，由已知方程有两个相等的实根，自然想到利用判别式建立三内角正弦函数之间的关系，继而借助正、余弦定理得到边与边之间的关系，使问题得证。

审题，一定要做到全面、深入、准确，在微观和宏观的结合上理解题意。故善于审题是挖掘隐含条件的重要前提，而隐含条件的挖掘与应用又是提高解题能力的关键环节，这些在我们教学中必须予以足够的重视。

三、通过类比，指导学生掌握解题规律

规律是事物之间的内在的必然联系，人们能够通过实践认识它、利用它。数学中的规律，在公式、法则、定理、数量关系式，以及一些思考方法、解题思想等方面都存在。要使学生认识、掌握和运用规律，首先要调动学生的思维积极性，让学生在认识活动中，善于发现规律，运用规律。学生对规律的感知非一日之功，这就需要不断地强化、巩固。

看下面的例子。

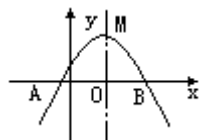
例1：已知 x_1, x_2 为方程 $2x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两根，则 $|x_1 - x_2|$ 的值为()。

- A、 $\sqrt{3}$ B、 $2\sqrt{2}$ C、 $\sqrt{5}$ D、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

倘若不知 $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$ 关系式，计算定会无从着手。

在一般情况下，已知方程两根差绝对值，求未知数前面的系数或已知方程求两根差等题目都可用 $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$ 来求得，在碰到二次函数与x轴交点的有关问题时，也常用到此关系式。这样通过几次练习，学生就容易掌握解这种类型题的规律。

再如例2：抛物线 $y = -3x^2 + 2x + 1$ 如图的示，求 $|OA|$ 、 $|OB|$ 的值；



求 $\triangle AMB$ 的面积。

此题只要用到韦达定理和 $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$ 不难求得。规律

在这里得到了恰到好处的运用。

四、采用由浅入深的方法帮助学生上数学的台阶

练习的安排应做到由易到难，体现层次。设计好每个层次的练习，能帮助学生组建、巩固、完美和发展学生新的认识结构，一般可分为“会、熟、活”三个层次。

1. 会——模仿练习

设计包含着双基的初步应用，与例题的形式，结构大致相同的练习内容，有利于形成正确的概念，掌握基本的运算方法。这是知识的内化过程。

2. 熟——变化练习

根据教学目标，使学生在已获得知识的基础上，不断变换角度，更深刻地触及新知识的本质，把知识转化为技能。这是知识的同化过程。

3. 活——引伸练习

这个层次的练习，就是出一些带有思考性、创造性方面的题目。一方面使学生摆脱“常规”的束缚，消除思维的定势和惰性，培养学生思维的深刻性；另一方面，促使学生的知识结构更好地向智能结构变化，思维之模仿水平向创造水平发展。这是知识的优化过程。

如“用余弦定理求角度”三个层次的练习就可以这样设计：

运用公式计算，加深对公式的记忆。

A：已知：在 $\triangle ABC$ 中， $a=2$ 、 $b=\sqrt{2}$ 、 $C=\sqrt{3}+1$ ，求 A 。

B：在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=\sqrt{61}$ ，求最大的内角的度数。

实际应用，形成技能。

$\triangle ABC$ 中， $a b c=5 8 7$ ，求 C 的度数。

灵活性、思考性强的练习。

A：在 $\triangle ABC$ 中， $(a+b+c)(b+c-a)=3bc$ ，求 A 的度数。

B：在 $\triangle ABC$ 中， $a^4+b^4+c^4=2c^2(a^2+b^2)$ ，求 C 的度数。

通过以上几个层次的练习，学生懂得了什么样的题目，可以用余弦定理来解。

五、提高学生的自学能力

自学能力是学生学会学习最重要的能力，养成良好自学习惯是数学教学的重要任务。为此，我在教学中就学生自学能力的培养做了如下的实践和探索。

1. 从易到难，由少到多

自学能力不是一朝一夕形成的，而是在长期的自学活动中逐渐培养起来的。操之过急，会使学生因掌握不了而失去兴趣和信心，进而产生厌倦心理，即所谓欲速则不达。

开始安排自学内容时，不宜太难、太多，应从易到难，由浅入深。例如“简单的高次方程”这一节内容不多，学生易于理解，我就安排为自学课。先由我写出这节课的思考题，然后由学生阅读课文总结概括。在 45 分钟内，学生就记住了高次方程、双二次方程等概念，并了解到解高次方程的基本思想和 2 种解法。简单易学和自学课程，使学生既尝到了自学的乐趣，又增强了自信心。

2. 形式多样，增加兴趣

要充分调动学生自学的积极性，就须不断变化自学形式，增加学习新鲜感和兴趣。例如讲二次根式的化简时，我采用“竞赛”的形式，把印有本节

思考题的试卷发下，要求在 30 分钟内完成，比一比看谁答的好。这样学生兴趣很高，很快进入自学状态。时间一到，同桌交换阅卷，由教师指导学生讨论得到正确答案。学生学习的积极性很高，从而取得事半功倍的效果。

课堂“学法”教育是为了充分发挥学生的主体作用，调动全体学生学习的积极性和主动性，为今后的学习和工作奠定基础。教师应从实际出发，结合学生特点，采取内容丰富、形式多样的教学形式，开阔学生眼界，以弥补教学形式单一的不足，为学生发展个性特长开辟广阔天地。

优化课堂教学 培养学生学习兴趣

福建省漳平实验小学 詹晓丽

一、巧导新课，激发兴趣

理想的新课导入，能起着承上启下，促进知识正迁移的作用，能唤起学生的思维，激发他们的求知欲望。导入新课方法多样，有开门见山、学生操作、师生游戏、巧设悬念等。例如，教学循环小数一节时，可以利用悬念来导入新课，教师出了 $15 \div 3$ ， $270 \div 90$ ， $19 \div 6$ 三个计算题，前两题学生一下就算出来了，后一题把他们难住了，这时个别学生喊：“老师，题出错了！”教师说：“没错，你们继续往下除。”另外的学生就会发问：“老师你叫我们除到什么时候才能除尽啊？后面余数和商重复出现了。”“好！同学们发现了商和余数重复出现，这就是我们今天学习的循环小数的特征。”教师的练习中抓住学生疑惑不解的地方，让学生发现问题，提出问题，这是提高学生思维能力的好办法，也是激发学生兴趣的好途径。

二、创设情境、精选教法

课堂教学中，教师适当创设一些情境，设计恰当的问题，能激发学生积极地思考，主动寻求正确的结论。例如，在教学倒数的意义后，我设计了如下题：“请同学们提出 $3/5$ 、 $4/7$ 、 $7/4$ 、 $8/9$ 、 6 、

$1\frac{2}{3}$ 、 $1/6$ 中互为倒数的两个数。”学生很快找出了 $3/5$ $1\frac{2}{3}$ ， $4/7$ $7/4$ ，

6 $1/6$ 。然后提问：“同学们你们发现了什么？”学生：“还有一个 $8/9$ 没有倒数？”“ $8/9$ 一个数孤零零地在那儿，它到底有没有倒数？”学生：“有！”老师：“那你们想不想帮它找出倒数来。”教师很自然地把教学内容从教学倒数的意义转向倒数的求法。学生一直处于兴奋状态，不感乏味，在轻松愉快的气氛中掌握了倒数的意义和求法。又如，在教学能被 2 整除的数时，教师随手板书 298768，即问：“这个数能被 2 整除吗？”学生有的用竖式计算，有的心算，有的口算，当学生还未算出结果时，我说这个数能被 2 整除，接着又在这数后面添上 3342 几个数字，又说 2987683342 这个数也能被 2 整除，为什么？因为能被 2 整除的数有它的特征，有什么特征？指导他们思考讨论，当学生还处于只知其然而不知所以然时，教师才道出其特征来。这时学生就会认真听讲，积极思考。由于学生思维的主动性充分发挥，所以对教师的设疑就会认真思考，结果被 2 整除的数的特征很快就掌握了。

有些问题的解决方法有多种，教学时要注意启发学生寻求多种解法，并从中选择最优的一种。比如：把 $1.25 \div 0.5$ 改变成除数是整数的除法，可以有哪几种方法？学生根据商不变的性质得到：

$$1.25 \div 0.5 = 12.5 \div 5$$

$$1.25 \div 0.5 = 125 \div 50$$

$$1.25 \div 0.5 = 1250 \div 500 \dots\dots$$

当学生找出其中一种解法时，要鼓励学生继续寻求新的解法，这样学生的思维活跃了，探索精神又得到培养，当确定其中某种解法最优时，学生产生了确信感。使单调枯燥的知识变得生动活泼。

三、启发创新，突破难关

在优化课堂教学的诸多因素中，教学的创新占有很重要的地位，它是教

师深钻教材，研究教法，构建教学程序的结果，也是教师实施教学方案，调控教学进程的蓝图。

如：在数学“分数小数的互化”例3时，当讲完例题进行一定的练习后，师：“分母不是10、100、1000……的分数化为小数，用分子除以分母，得出了哪两种结果？”（能化为有限小数的和不能化为有限小数的。）师：“在今后的学习中，常常需要我们先不用除法，迅速判定哪些分数能化成有限的小数，哪些不能，大家先出题考考我。”这样，让学生任意出8—10个题，教师一一回答，并适当补充几个必须的分数，把结果排为两例，假定为：

能化成有限小数的：2/5、7/8、13/25、3/4、1/16……

不能化成有限小数的：5/9、3/28、1/12、16/33、5/26……

然后让学生分组用除法验证，判断完全正确。这样，激发了学生的学习动机，急于探究其中的规律。接着，教师设置悬念。师：“这里，老师掌握了一个窍门，你们想知道吗？”“大家观察例2和例3，同样是分数化小数，为什么要举两个例子，区别在哪里？”（引导学生答出不同之处，区别在分母。）师：“既然关键在分母，我们只要能判定哪些分数的分母扩大若干倍能得到10，100，1000……就可以变为例2的形式，直接化为小数。”指导学生先对教师判定的第一行各数（除1/16外）进行尝试

练习： $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$ 、 $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.4$ 、 $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 125}{8 \times 125} = \frac{875}{1000} = 0.875$ 、 $\frac{13}{25} = \frac{13 \times 4}{25 \times 4} = \frac{52}{100} = 0.52$ 。这过渡性的练习，它既是新旧知识的联结

点，又客观反映问题的实质：即凡是扩大若干倍能得到10、100、1000……的数，一定不含2和5以外的质因数。

师：“还剩下1/16，谁能看出它必须扩大多少倍才能得到10、100、1000……（看不出），16扩大625倍得10000，是很难看出的。因此，这种判断方法虽然正确，但不简便，还要在分母上进一步找规律，得出简易可行的方法。”接着引导学生分别分解两列分数分母的质因数，然后观察特点，强调第一列数各分母的质因数只有2和5，如学生暂时看不出，教师可用颜色粉笔画着重标出第二列数中3、7、11、13等质因数，再与第一列相比较，逐步启发学生归纳出判定方法。这时，经过层层分析，水到渠成，学生经过思考，会豁然顿悟。

学生掌握判定法则后，还必须进行深层次的综合练习，让刚形成的概念继续内化。如判断： $7/14$ 、 $5/24$ 、 $1\frac{13}{32}$ 、 $13/600$ 、 $29/15$ 、 $4/19$ 能否化成有限小数。其中 $7/14$ 、 $29/15$ 的分母中虽然含有7、3的质因数，仍能化成有限小数，为什么？让学生明白，刚学习的判定法则只适用最简分数。 $13/6000$ 虽然分母是整百，因为含有3的质因数，也不能化为有限小数。这里，600与10、100、1000……同形异质，要学生严格区别。

这时，学生参与了概念的获取过程，可以完整的掌握判定方法。充分体现了学生的学习主动性。

四、疏通思路，设疑生趣

根据教材的重点、难点，提出一系列的、前后连贯的并且有内在联系的问题，引导学生根据已有的知识和经验，或者依据对当前事物和现象的观察进行积极的思维活动，通过“问”和“答”，启发他们得出正确的结论。如

教学“除数是一位数的笔算除法”，结合实例 $134 \div 5 = 26 \dots 4$ ，引导学生总结出除数是一位数的除法法则。这时如果由教师一气说完，没有结合计算过程来总结，就让学生去死记硬背，这样总结出的法则学生记不牢。如果只结合计算过程每一步分别归纳，就缺乏概括性，学生记不全。我们可以设置以下提问：（1）除数是一位数的除法，应该从哪里除起？如果被除数的前一位数比除数小怎么办？（2）“2”为什么要写在商的十位上？“6”为什么要写在商的个位上？（3）除到被除数的十倍，商就写在十位上；除到被除数的个位，商就写在个位上，把这两句话合并成一句话，可以怎么说？（4）求出商“2”后，余下的数是几？求出商“6”后，余下的数是几？为什么每次求出商后，所余下的数都必须比除数小？然后指导学生把这几句话连起来，就得出除数是一位数的除法法则。

又如，教“三角形的面积”时，可采用启发式的教学方法和实践操作法疏通学生的思路。先复习已学过的平行四边形的面积公式，而后启发学生思考：“底 \times 高”是什么图形的面积？你能使三角形转化成平行四边形吗？接着让学生动手把两个完全一样的三解形拼成一个平行四边形。拼合后引导议论：平行四边形的面积与三角形的面积有何关系？为什么？三角形的底、高与平行四边形的底、高有何关系？这样学生就能顺利地推出：因为平行四边形的面积=底 \times 高，所以三解形的面积=底 \times 高 $\div 2$ 。这种启发引导学生利用旧知识的迁移作用学习新知识，使学生对新知识由陌生变熟悉，并通过学生的实践操作多次探索，进一步深化对公式的理解，既发展了学生的思维，又增强了他们的学习信心。

五、课堂精练，灵活应用

课堂练习是数学教学中不可缺少的组成部分，合理的练习不仅能巩固知识，形成技能，而且能启发思维，培养能力，反馈信息。优化练习设计是优化课堂教学的重要方面。教师要精心设计课堂练习，注意当堂巩固。设计练习时，既要符合儿童的认识规律，又要遵循教学结构的原则，力争使练习内容达到：目标明确、层次分明、由易到难、由浅入深、循序渐进。如，教“乘法分配律及运用”时，可设计如下三种类型的练习题：（1）基本题。 填空 $A 125 \times (8+4) = \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad} \times \underline{\quad}$ ， $B 165 \times 15 + 35 \times 15 = (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \times \underline{\quad}$ 。 用简便方法计算下列各题：A) 101×73 ， B) $32 \times 16 + 16 \times 68$ ， C) 17×99 ， D) $108 \times 25 - 8 \times 25$ 。（2）发展题。简便算：A) $42 \times 35 + 35 \times 54 + 4 \times 35$ ， B) $146 \times 72 - 72 \times 25 - 21 \times 72$ ， C) $63 \times 28 + 28 \times 42 - 28 \times 5$ 。（3）提高题。简便算：A) $25 \times 99 + 25$ ， B) $24 \times 201 - 24$ ， C) $163 \times 74 - 163 + 163 \times 2$ 。这种把练习内容分为几个档次，不搞一刀切的设计，可以使差生吃得消，中等生吃得饱，优等生吃得好，让每个学生都有练习的机会。

总之，优化课堂教学应从教材实际出发，抓住本节课的教学重点，根据学生的认识规律，精心选择最佳的教学方案，有效地激发学生的学习兴趣，以达到提高教学质量的目的。

数形结合的数学思想方法是培养学生能力的重要方法

江西省南昌县武阳中学 万伟

初中数学《大纲》指出，初中数学的基础知识主要是初中代数、几何中的概念、法则、性质、公式、公理、定理以及由其内容所反映出来的数学思想和方法。在教学中，应当引导学生在学好概念的基础上掌握好数学思想和方法。这些数学思想和方法主要有“特殊——一般——特殊”、“未知——已知”、用字母表示数、数形结合和把复杂问题转化成简单问题等。

人们在当前的数学教学中，普遍认识到加强数学思想方法教学的重要性。因为这种数学思想方法不像数学解题方法那样具体和便于操作，但对于数学知识和数学基本方法起着观念性的指导作用，是更高层次的概括和提炼，是培养学生能力的重要环节。因此，这些数学思想方法，在初中教学复习教学中，更应认真贯彻。

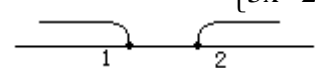
数学思想方法很多，这里仅就数形结合思想谈一谈相关的一些问题。

所谓数形结合，其实质是将抽象的数学语言与直观图形结合起来，使抽象思维和形象思维结合起来，实现抽象概念与具体形象的联系和转化，化难为易，化抽象为直观。教师要尽量发掘数与形的本质联系，促使学生善于运用数形结合的思想方法去分析问题，解决问题，从而提高学生的数学能力。

根据解决问题的需要，可以把数量关系的问题转化为图形性质问题讨论，或者把图形的性质问题转化为数量关系问题来研究。在初中数学课本上，多处体现着数形结合这一数学思想。

一、利用数轴解一元一次不等式组是数形结合的简单例子

组成一元一次不等式组的各个不等式的解集容易求出，然后把各个不等式的解集（数）在数轴（形）上表示出来，一经观察，解集即得。充分显示出数形结合思想方法的优越性。

$$\text{例1 解不等式组} \begin{cases} 2x + 3 < 5 \\ 3x - 2 > 4 \end{cases} \quad (\text{代数课本第一册(上) P}_{73})$$


分析：两个不等式的解集分别为 $x < 1$ 、 $x > 2$ 。在数轴上表示两个不等式的解集，可以看出没有公共部分，故知原不等式组无解。

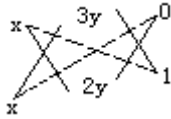
二、多项式乘法法则的图示使学生对法则易懂易记

代数课本第一册（上）的单项式乘以多项式，多项式乘以多项式的法则在介绍了代数推导方法后，都给出了几何图示，这种数形结合表示方法，使学生易于接受，容易理解，便于记忆。

三、十字相乘法也是数形结合思想的体现

因式分解的常用方法——十字相乘法，实际上是借助十字交叉线分解系数。建立的十字交叉线图既直观，又易于比较系数之间的关系，尤其是方便调整因数（式），使之达到和谐的系数统一，完成因式的分解。

例2 分解因式 $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 3y$ 。（代数第二册 P₅₅）



解： $x^2+5xy+6y^2+x+3y$
 $= (x+3y)(x+2y+1)$

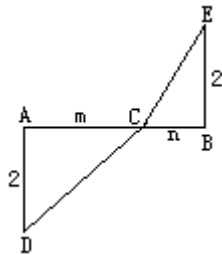
四、求极值问题中的数形结合

许多代数极值问题，潜在着图形背景，借助形的直观性解题是寻求解题思路的一种重要方法，画一个图形给问题的几何直观描述，从数形结合中找出问题的逻辑关系。启发思维，难题巧解。

例3 正数 m 、 n 满足条件 $m+n=3$ ，且 $s=\sqrt{m^2+4}+\sqrt{n^2+4}$ ，则 S 的最小值=_____。

(南昌市 96—97 学年度初中数学赛题)。

分析：这道题初看，似乎无从下手。若用数形结合方法，构造几何图形(如图)。AB= $m+n=3$ ，AD=BE=2，CAD= CBE=90°。要求 S 的最小值，即变成求CD+CE的最小值。很显然，只需D、C、E成一直线，即得解。这时C为AB的中点， $S=5$ 。

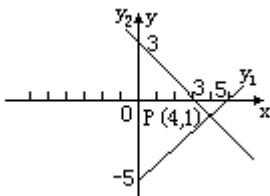


五、函数中，解二元一次方程组反映了函数思想，同时也渗透了数形结合的思想

例4 解方程组 $\begin{cases} x-y=5 \\ y=3-x \end{cases}$

(代数第三册 P₁₁₅)。

分析与解：由 得 $y=x-5$ 在同一坐标系中作出直线 $y_1=x-5$ 及 $y_2=3-x$. 直线 y_1 、 y_2 交点 $p(4, -1)$ 的横坐标、纵坐标分别为 x 、 y 的值，所以方程组的解为

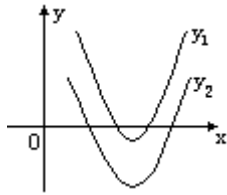


$$\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

六、在二次函数方面的应用

一元二次方程、一元二次不等式、二次函数三者之间有着密切的联系。于是许多一元二次方程问题通过二次函数图象来解决。

例5 如果方程 $x^2+2ax+a^2-a+5=0$ 的两实根在方程 $x^2+2ax+a^2+a-7=0$ 的两实根之间，试求 a 的取值范围。



分析：函数 $y_1=x^2+2ax+a^2-a+5$ ， $y_2=x^2+2ax+a^2+a-7$ 的图象都是开口向上且形状相同又有公共对称轴的抛物线，把问题归结为两条抛物线顶点的纵坐标间关系问题，同时要考虑顶点与 x 轴的位置关系。满足题设条件是抛物线 y_1 的顶点纵坐标不大于零且大于抛物线 y_2 的顶点纵坐标。

$$\text{即} \begin{cases} -a+5 \leq 0, \\ -a+5 > a-7. \end{cases}$$

解得 $5 < a < 6$.

七、构造图形，证明代数不等式

许多代数不等式，用初中代数知识去证有点力所不能及，若构造成几何图形，则问题迎刃而解。

例6 已知 a 、 b 、 m 为正实数，且有 $a < b$ ，求证 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ 。

分析：本例证法虽有很多，但若用几何图形面积去证，则更能看清问题的实质。

证明：利用 a 、 b 、 m 构造矩形（如图）。



$$S_1+S_2=m(a+m),$$

$$S_2+S_3=m(b+m),$$

$$a < b, \quad S_1+S_2 < S_2+S_3,$$

$$S_1 < S_3, \quad S_1+S_4 < S_4+S_3,$$

$$\text{而 } S_1+S_4 = a(m+b), \quad S_4+S_3 = b(m+a)$$

$$a(m+b) < b(m+a)$$

$$\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$$

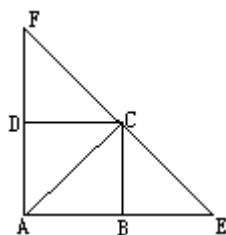
八、几何问题的代数化

以上所举例子都是数量关系问题转化成图形性质来讨论的，能否合理运用“形”向“数”的转化或变更的策略来解决一些几何问题呢？下面举一例来说明。

例7 如图，过正方形 $ABCD$ 的顶点 C 任作一直线与 AB 、 AD 的延长线分别交于 E 、 F 。求证： $AE+AF \geq 4AB$ 。

分析：这是“形”的问题，但要直接从“形”入手很棘手。引导学生将结论变为 $(AE+AF)^2 - 4AB(AE+AF) \geq 0$ ，

从此式形式上看，联想起一元二次方程根的判别式，从而把“形”的问题转化成“数”的问题来解决。



证：设 $AB=a$ ， $AE=m$ ， $AF=n$. 连结 AC ，则 $S_{AEF}=S_{AEC}+S_{AFC}$ ，即

$\frac{1}{2}mn = \frac{1}{2}am + \frac{1}{2}an$ ， $mn = a(m+n)$ ，设 $m+n=p$ ，则 $mn=ap$ ，所以 m 、 n 是方程 $x^2-px+ap=0$ 的两根，而 m 、 n 为实数，故 $\Delta = p^2-4ap \geq 0$ ，又 $p > 0$ ， $p \geq 4a$ ，即 $AE+AF \geq 4AB$ 。

总之，引导学生根据问题的具体情况，注意改变观察和理解问题的角度，揭示问题的本质联系，从而解决问题。用“数”的准确澄清“形”的模糊，用“形”的直观启迪“数”的计算。抓住数形转化的策略，沟通知识联系，激发学生学习兴趣，提高学生的思维能力。

谈数学教学中中学生 学习兴趣的激发和培养

福建省莆田县东庄中学 翁国富

九年义务教育数学教学大纲和全日制中学数学教学大纲中都指出：“要培养学生对数学的兴趣，激励学生为祖国建设学好数学的积极性。”

“兴趣是最好的老师”“知之者不如好之者，好之者不如乐之者”。古今中外名家无不对自己的事业有强烈的兴趣，而且多从青少年时代就有自己的兴趣。可见“兴趣”对学生的认识和学习是何等重要。教师要运用教育科学和教学艺术去打开学生求知的心扉，去点燃学生“兴趣”的火花，使学生的品质、知识、能力在愉悦的心境中得到主动的发展。下面是笔者教学实践中培养学生学习兴趣的几点做法和体会。

一、新课引入，激发兴趣

“良好的开头等于成功的一半”，新课引入要抓得住人，如同磁力吸铁一般，促使学生的注意力集中指向教学内容。

例如：上“几何开头课”时，教师从日常生活中的所见引导学生，指出：“我们面前的桌子、黑板、粉笔匣、讲台、房屋、窗户等都是几何图形。你们想知道为什么门只要钉两个‘合叶’？为什么照相机的架子是三根脚？同样的材料要制作成什么形状的窗户，使进来的光线最多？不上树如何测量树高？不过河怎样知道河宽？……。这些都是与几何有关的问题，待我们在学习中逐步解决。”这样，既让学生觉得自己就是生活在“几何”世界中，“几何”并没有什么神秘，又使学生产生“悬念”。激起他们对学习几何的兴趣。

二、情感交流，提高兴趣

著名教育家夏丏尊说得好：“教育之没有情感，没有爱，如同池塘里没有水一样，没有水就不能成为池塘。没有情感，没有爱，也就没有教育。”教学中要加强师生情感交流，以引起共鸣。

例如：课堂上笔者用亲切的语言和表情，多鼓励、少指责，使学生“亲其师而信其道学其理”，以愉悦的心情投入学习。对于差生，为了提高他们的学习信心，笔者给他们讲陈景润、华罗庚等名人的故事，使他们懂得“勤能补拙是良训，一分辛劳一分才。”常找他们谈心，去掉他们的自卑感；上课多提问、多辅导、多关心，教他们改进学习方法。以自己的勤奋工作，满腔热忱的爱去点燃他们自信心的火种。长此以往，学生对笔者倍加信任，在愉悦的情境下，学习数学兴趣不断提高。

三、用数学美，发展兴趣

数学中充满了美，有数的美、式的美、形的美等等。因此教学中就可以充分利用美的规律启发学生的思维，发展学生学数学的兴趣，让学生在数学美的愉悦中，接受、理解和掌握知识。

例如：讲授“二阶行列式”时，可以解二元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 引入,}$$

$$\text{突出公式} \begin{cases} x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0) \end{cases}$$

“结构复杂”的特点，如果用行列式就可表示为：

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \\ y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \end{array} \right.$$

这种新颖、简洁、对称、易记的优美形式。学生在兴趣盎然之中，为什么学习行列式、什么叫做二阶行列式、二阶行列式怎样运算问题就很容易接受和理解了。

四、设疑置问，引发兴趣

教学中教师适当设置疑问，使学生处于对知识“心欲求而未得，口欲言而不能”的进取状态，脑子里锁上了一连串的扣，这时，教师提出学生用旧知可以解决但又有新的内容的问题，学生常会兴致勃勃、跃跃欲试，思维就活跃起来了。

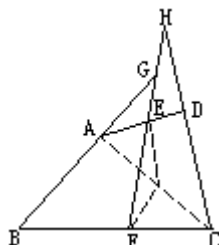
例如：右图中 $AB=CD$ ， E 、 F 是 AD 、 BC 的中点，求证： $\angle BGF = \angle CHF$ 。

启发：证明角相等有哪些方法？——全等、等腰、平行……；若用等腰，如何使两个角在一个三角形中？——平移、旋转、对称……；若平移，从何处下手？——中位线、平行四边形、垂线组……；怎样的中位线才能把已知、未知条件连结起来？——对角线 AC 有中点 M ，连结 ME 、 MF 。

教师在设疑、启发的过程中，要排除不合题意的思路，也要启发用不同思路得出不同解法，这样设置疑问，十分有利于学习兴趣和逻辑思维能力的培养。

五、联系实际，培养兴趣

生产和生活中的实际问题，学生看得到、摸得着，所以当教师提出这类问题时，常能一扫他们头脑中数学枯燥、抽象的印象，产生极大的兴趣。笔者在讲一元一次方程的应用时，选用如下一道例题作为内容的补充和公式的应用。



例题：银行定期存款的利息是：一年定期年利为 11.52%，三年定期年利为 12.24%，现在我手头有 2000 元钱，三年内不需使用，准备存入银行。请同学们帮助选择一下，用哪种存款方式好？

例题一出示，学生争先恐后，积极回答问题，不少同学回答：“定期三年好，利息高！”针对学生这一可爱的错误回答，要求学生回忆一下利息计算公式，并让学生分别计算定期存款三年的本息和及分年定期存款三年后的本息和。结得得出来后，学生恍然大悟、津津乐道。通过这一例题的教学，

不但培养了学生学习应用题的兴趣，而且提高了他们分析问题和解决问题的能力。也培养了他们的优化意识。

六、巧布悬念，诱发兴趣

教学中有意识地巧布悬念，学生往往会产生急切的“愿问其详”的心情，从而诱发解决问题的兴趣。

上“对数”一节，笔者提出问题：我手中这张纸，厚约0.083毫米。对折了3次，厚度不足一毫米。对折50次估计会有多高？学生议论纷纷，不会超过一米吧？笔者说，它比珠穆朗玛峰高得多的多！学生出乎意料，兴味盎然，笔者列出算式： 0.083×2^{50} ，学生急于计算验证，但已有知识难以办到，急欲得一种新方法。学生带头悬念别的课，效果显著。

七、引入故事，激发兴趣

恰当地介绍一些数学家、数学史片断，或者联系教材内容，结合实际生活中的有趣故事，能起到活跃气氛、集中注意力、激发学生学习兴趣的良好效果。

当然引入内容要适易、要少而精，要紧扣课题，要做到“水乳交融”，这样才能达到引入的目的。

总之，教师必须寓兴趣的激发和培养于数学教学的始终，做到“课伊始，趣已生；课进行，趣正浓；课结束，趣犹存。”

也谈应用题课堂教学的 “读”、“议”、“讲”、“练”

福建省漳平市溪南中心小学 陈炳灶

小学数学是基础教育的一门重要学科。而应用题又是小学数学主要内容之一，它既是教学的重点，又是难点。由于它来源于工农业生产和日常生活实际，所以是激发学生学习数学兴趣、开发智力、培养学生分析问题，解决问题能力的极好材料。因此小学阶段中必须切实加强应用题的教学。为此应该处理好以下四个方面：

一、“读”中思考，明确题意，提高审题能力

审题是解答一道应用题的开始，良好的审题习惯，是造就严谨科学态度的重要途径。解题中多数学生往往急于求成，忽略审题或只看表面，草率判断，见到一共、增加、多...等字词就用加法，见到还剩、飞走、用去...等字词就用减法，常造成解题失误。课堂教学中只有树立学生审题意识，形成审题习惯，通过审题弄清题意，才能为问题的最终解决铺平道路。其中读题是审题的第一步。教师要注重读题，在读题中引导学生理解题意。对读题要求做到：一、读知事件，二、读明条件，三、读懂问题，四、读理关系，五、读想解法。

例1：草地上有白色6只，黑兔比白兔多3只，黑兔有多少只？

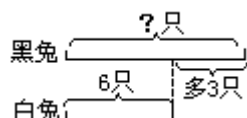
一读：学生读知事件，读明条件，读懂问题。

二划：在题目中用“_____”划出条件，用“~~~~~”划出问题。

第一条件：白兔6只；第二条件：黑兔多3只；问题：黑兔有多少只。

三思考：根据题意，比较、分析、思考形成解题表象。

1. 两种兔，白兔6只，黑兔多3只，求多的？



2. 两种兔，白兔6只，白兔少3只，求黑兔（多）？



3. 方法：白兔只数+多的只数=黑兔只数。同样量+多的量=较大量。

二、“议”中探索，清晰思路，发现解题途径

布鲁纳认为：探索是数学教学的生命，在解题教学中，只有突出探索这一解题环节，才能真正暴露数学思想过程，才能使真正受益。应用题教学的重点就是要引导学生分析数量关系，构建解题思路。课堂教学中教师只有善于设疑布障，创造“愤”与“悱”的思维情境，着力展示学生的学习过程，引导学生积极地研究讨论，才能形成思路，发现解法，提高能力。

教师引导学生议论、争辩，能提供每一个学生都有表述自己见解的机会，实现自我的心理满足；同时又能促进学生多方位思考，主动探索新知。充分发挥学生的主观能动性，突出主体，使学生思维呈现开放状态。通过议论、争辩，学生集思广益，各抒己见，开拓了思维，提高了解题能力。

例2 红星修路队，修一条公路，已修4天，每天修1500米，还剩2000

米没有修，问这条路全长有多少米？

1. 学生审题，知事件，明条件，找问题，理关系。

已修4天 每天修1500米 还剩2000米 全长有多少米？
条件(一) 条件(二) 条件(三) 所求问题

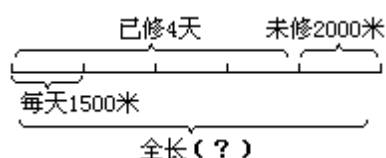
2. 教师提出探索性问题，学生小组讨论、争辩，从而达到理关系，明思路，得解法的目的。

(1) 根据已知条件(一)与条件(二)可以求什么问题？已修的米数。
 $1500 \times 4 = 6000$ 。

(2) 根据求出的条件与条件(三)可以求什么问题？公路全长数。
 $6000 + 2000 = 8000$ 。

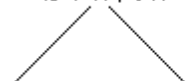
3. 学生继续讨论争议，理清关系，探索解题方法，掌握解题规律。

(1) 画线段图，依图列式。



列式： $1500 \times 4 + 2000$ (2) 分析法(依据关系式)。

已修的米数+未修的米数=全长



每天修的×天数

列式： $1500 \times 4 + 2000$

这样通过教师提出问题，学生讨论、争议，在过程中质疑、释疑，营造气氛，活跃探索过程。学生在“议”中自觉主动地掌握题目结构，清晰解题思路和方法，培养了学生的思维能力。

三、“讲”中解惑，开阔思路，掌握解题方法

“讲”即讲解、解惑。教师要根据学生解题中暴露出来的问题，讲重点、难点，讲关键规律，着眼于点明思维过程中的结症。教师只在学生的思维停滞不前时给以点拨指导，为学生开展思维活动和形成技能搭桥、铺路，起矫正和催化作用。

例3 某零件加工厂计划生产零件600个，已经做了5天，平均每天做80个，剩下的4天可以做完，每天要做多少个？

1. 教师设问学生在给出的求知情境中探索，明确目标和中心。

2. 学生议论争辩形成解题思路和方法。

3. 教师根据学生探索的反馈，质疑释疑，点拨引导，精讲归纳，强化思路，形成方法。

精讲归纳：分析问题可以从所求问题开始去找具有的条件，也可以从已知条件起始，去探求所解答的问题，而无论哪种想法关键都在于找出中间问题，只有突破这个关键，才能得到解题的方法。这样既重视学生怎样学，又重视教师的主导，最佳地发挥了教师的主导和学生的主体作用，达到教师画龙点睛，学生豁然开朗之效。

四、“练”中反馈，深化思路，强化解题能力

“练”就是课堂练习，是学生及时学习信息的及时反馈，是知识的理解、巩固、深化、提高的过程，也是学生思维不断深化发展的过程。因此选择配置

习题非常重要。教学中的习题要求为：练习题要层次清晰，坡度适当，由易到难，循序渐进，同时要能体现针对性，目的性和启发性，既能减轻负担，又能理解掌握知识，还能开拓学生思路，发展思维能力。

1.再现性的变题训练：一道应用题可进行互逆变换、反问变换、等价变化、情节变换等方法，变换成形式不同的应用题。通过一题多变的基础训练促使学生积极思考，巩固知识。

例4 屏东小学有女生150人，男生人数是女生的3倍，屏东小学有学生多少人？再现性变题练习。

(1) 屏东小学有男生450人，男生人数是女生的3倍，屏东小学有学生多少人？

(2) 屏东小学有女生150人，男生人数比女生多2倍，屏东小学有学生多少人？

(3) 屏东小学有男生450人，男生人数比女生多2倍，屏东小学有学生多少人？

2.发现性综合题训练：通过一题多解的训练，综合运用知识，展开思路，扩散思维。

例4 要求同学们用两种方法解（常规法、特殊法）。

(1) 方法一： $150 \times 3 + 150$

(2) 方法二： $150 \times (3 + 1)$

3.创造性的发展题训练。彻悟能灵活，灵活能创造，通过训练要使学生在独立思考中能举一反三，触类旁通，发展学生的创造能力。

例5 两根同样长的钢材，第一根用去它的 $\frac{2}{5}$ ，第二根用去 $\frac{2}{5}$ ，剩下的哪一段长？为什么？

这道题教师可以设计探究式问题，破常规解法。引导学生思考：在怎样的条件下用去的钢材会一样长？又在怎样的条件下用去的钢材不一样长？让学生去提出假设，尝试探索，从而培养学生的创造性思维能力。

“教学启导自学”教学法在 初中数学教学中的一点尝试

福建省石狮市私立育青学校 蔡淑增

近年来，在实施全面提高学生素质的教育中，不少教师自觉与不自觉地采用了一种较成功的“数学启导自学”教学法。

“数学启导自学”教学法有六个环节预习——引导——讨论——解惑——练习——小结。这一教学方法的基本原理是使教师的“主导”作用与学生的“主体”作用获得辩证的统一。运用这一教学法能明显地提高学生的学习数学兴趣，培养学生独立思考的能力，并能掌握一套适应自己的自学方法。其基本特征是以培养学生的创造能力为宗旨。

笔者从事初中数学教学十余年。深感初中数学教学没有完全从“应试教育”和“满堂灌”的教学中解脱出来，忽视了学生思维能力的培养，没有总结出一套搞好薄弱和初中数学教学的一般规律。鉴于这种情况，迫使我们去进行一种新的探索和尝试。下面我就“数学启导自学”教学法的六个环节在教改设想和教学工作中的运用，谈一点初浅的看法。

预习 教师安排预习要根据数学学科的基本特点和差生的学习基础进行“预习”的构思，很大程度地为提高学习困难的学生在数学学习上的自信心所考虑，激发他们学数学的自我动力机制，促进学生素质的提高。具体地说：

首先，要告诉学生懂得初中数学的结构。 直观素材； 数学概念； 得出规律（即公式、定理、性质、法则等） 应用举例。而这四个层次中重点放在第二、三层上，实实在在地弄通搞懂各节课的基础知识。

其次，要把学习方法交给学生。使他们了解预习方式有：阅读式、操作式、试卷式、讨论式和笔记式。要学生养成“不动笔墨不读书”的习惯，要求学生每天作业完成后，选择最佳的预习时间。阅读新教材，要细心地找出教材中的重点与难点，做到边看边划（划重、难点），边批写（在眉、旁，尾空白处批写提要、规律、心得），对疑难问题，多问几个为什么？学会提让人“明白”的问题。通过长期的培养与训练，使学生养成了预习的习惯，并在实践中创造性地形成一套适合自己实际情况的预习方法。

第三，教师可根据教材的特点和教学的需要运用已有的知识拟出预习提纲，让学生按纲预习。如：新编九年义务教育三年制初中《代数》第三册（下简称《代数》或《几何》）第 47 页例 4：“某农场开挖一条长 960 米的渠道，开工后每天比原计划多挖 20 米，结果提前 4 天完成任务，原计划每天挖多少米？”解这道分式方程应用题，关键是布列方程，因此先拟出下列预习提纲：

- (1) 本题已知什么？求什么？
- (2) 在工作（程）问题中，工作量、工效，工时三者之间的关系怎样？
- (3) 填写下表

	工作量	工效	时间	关系式
开工前计划	960	x	$\frac{960}{x}$	$\frac{960}{x} = \frac{960}{x+20} + 4$
开工后	960	x+20	$\frac{960}{x+20} + 4$	或 $\frac{960}{x} - \frac{960}{x+20} = 4$

第四，可适当地安排学生做些练习和习题，起到巩固知识，检查预习效果的作用。

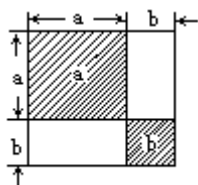
引导 引导是教师指导学生的学习活动，其实质是使学生学好、会学、乐学、爱学。教育家陶行知指出，我以为好的先生不是教学生，乃是教学生学。因此，引导必须贯穿教学的全过程，在学生预习、听课、作业、复习、考试、课外学习等过程中均需将“引导”渗透进去，使“讲堂”为“学堂”。不同形式的课所采用的引导方式也不同，如：正负数的概念教学，可以通过学生熟悉的温度计上的零上温度和零下温度；海拔高度与海底深度等实例，让学生说出表示具有相反意义的量。从而自然地引出正负数的概念。

再如《代数》（第二册）第20页立方和与立方差公式教学时，可以采用“先试后导”的方法：行由学生计算 $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 和 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ，看看计算的结果怎样？从结果可以知 $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ； $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ 。教学生只要倒过来即得到了立方和与立方差公式 $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ 。

又如：在因式分解教学中平方差与立方差公式的应用，可以根据学生的基础和兴趣将问题引向深入。（1）平方差公式应用，可以由 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 引向 x^4-y^4 、 a^8-1 、 $1-y^{16}$ 、 $a^{32}-y^{32}$ 等等的因式分解，且均由学生自行解决这类“滚雪球”式的题目。然后问同学 x^6-y^6 或 x^6+y^6 是否也能这样？

讨论 讨论可在课堂上进行，也可在课后进行；课堂上可以全班进行讨论，也可以小组讨论。如初一学生认识了 $(a+b)^2$ 与 a^2+b^2 后，部分人误认为是两个相等的式子。教师可以引导学生从读法、运算顺序、项数、几何意义等方面进行小组讨论。讨论中教师要让每个学生都能有自由表达自己见解的机会，形成一种平等互学的气氛。教师要善于因势利导，使每组讨论都围绕所要解决的问题进行，必要时还可以巧妙地运用提问和板书的方法，促进讨论变得紧凑。

讨论后及时地请每一小组选一位代表说出讨论的情况。结果第一组说， $(a+b)^2$ 与 a^2+b^2 的读法不同，前者读作a与b两数和的平方；后者读作a与b两数的平方和；第二组说， $(a+b)^2$ 是先求和然后平方，而 a^2+b^2 是先求平方再求和；第三组说 $(a+b)^2$ 是二项式平方，它的展开式 $a^2+a2b+b^2$ 是一个二次三项式， a^2+b^2 是二次二项式；显然是 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ ；第四组（出示一张草图）说，这个大正方形的面积为 $(a+b)^2$ ，而图中阴影部分的面积则为 a^2+b^2 。此外还可以指出有 $(a+b)^2=(a^2+b^2)$ 的时候，那就是要加条件 $a=0$ 或 $b=0$ 。



(草图)

解惑 在课本中常有一些难点。要解决难点往往要根据学生的知识水平来定，老师要帮助大家把难点分散，逐一加以攻破。如《代数》第三册136页“例2：已知y与 x^2 成反比例，并且当 $x=3$ 时， $y=4$ ，求 $x=1.5$ 时，y的值”。这是一个灵活运用反比例函数知识的题目。其中对函数意义的理解和函数表示就是一个难点，再加之 $x=1.5$ 时，求y值就更难了。但是如果解题前先把

下列问题弄清楚，这个题目也就不难理解了。（1）这个题目已知什么？求什么？（2）反比例函数关系式是怎样的？（3）当 y 与 x^2 成反比例时，该怎样写出它的关系式？（4）在写出的关系式中，当

$x = 3, y = 4$ 时， $k = ?$ 。（5）在 $y = \frac{36}{x^2}$ 中，当 $x = 1.5$ 时， y 的值是多少？

有一次，学习了三角形中位线定理后，一学生从课外书中找来一题：在四边形 $ABCD$ 中， $AB < CD$ ， M 、 N 分别为 AD 、 BC 的中点， BA 、 CD 的延长线分别与 NM 的延长线相交于 P 、 Q ，求证： $\angle BPN > \angle CQN$ 来请教老师。这时我将此题抄在教室后的黑板报“大家想”一栏。同时告诉学生可先将条件的“ $AB < CD$ ”改为“ $AB = CD$ ”和求证的“ $\angle BPN > \angle CQN$ ”改作“ $\angle BPN = \angle CQN$ ”。然后抓住条件大胆地添置辅助线，随后不久就有数位学生向老师叙述了求证 $\angle BPN = \angle CQN$ 的正确解题思路，因此证明 $\angle BPN > \angle CQN$ 的正确解题思路，因此证明 $\angle BPN > \angle CQN$ 也就迎刃而解了。像这样“一箭双雕”的题目，许多同学都养成了非思不问的习惯，逐渐地形成了由“学会”向“会学”的方向发展。

练习，我们提倡“快乐教学”，“素质教育”。但并不排斥要安排一定量的习题练习。因此，教师在备课时，除了备学生，备教材之外，还要备作业。要精心设计若干适应学生掌握本课一个甚至几个知识点的题目，有次序地指导学生进行练习。教师不宜任意地拔高，加大题量。对于有一定难度的题目，教师可有意识地进行引导。如：在三角形内角和定理证明中，按书上那样添置辅助线来证明后，再问同学们是否还有别的证明方法，这时勇于追求新知的同学，纷纷开动脑筋，在老师的引导下，创造性地添置辅助线，又得出（附图）几种新证明方法。对于难度不大的问题，可以放手让学生独立地进行练习。其间教师可以从旁指导，因材施教。对练习中出现的各种结果都要进行正确地评价。

小结 教师小结或教师引导学生自己进行小结是对学生课内外学习的检验，是提高学习质量的重要一环。针对不同的课型可进行不同形式的小结。如在《代数》第一册（下）的一元一次不等式组的解集问题中，我以“口诀

法”小结成下列四种：一、同大取大：例如一元一次不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x > 2 \end{cases}$ 要求

此不等式组的解集，按“同大取大”法，得解集 $x > 2$ ；二，同小取小，例

如一元一次不等式组 $\begin{cases} x < -1 \\ x < 2 \end{cases}$ 按“同小取小”法，得解集 $x < -1$ ；三，大小

小大中间找，例如一元一次不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases}$ 按“大小小大中间找”法得解

集： $-1 < x < 2$ ；四，大大小小是空集：例如一元一次不等式组 $\begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$ 按

“大大小小”是空集（或无解）。

此外，在概念课教学中，小结方法可根据本节课的主要内容梳理采用“引导直叙法”，在代数与平几计算教学中，可禁用“提示重点法”；至于易错的问题，可出一些练习，采用“过关测试法”；学了本课知识提出有关引伸问题，可采用“延伸思考法”等等。

目前，“数学启导自学”教学法，仍属实验阶段，在实践活动中还有许

多问题有待改进与完善，我相信同仁们将会继续深入地研究该问题，使“数学启导自学”教学法走向更成熟。

小学数学课堂教学做到“六个有”

福建省上杭县教师进修学校小学教研室 邱延建

一节好的数学课应该是在正确的教育思想指导下，教师根据教学目的和教学的内容，从学生的实际出发，按照教学规律和教学原则，进行灵活施教，达到教学过程的最优化。要实现最佳的教学效果，在小学数学课堂教学中必须做到“六个有”：

一、有引人入胜的导入

“良好的开端是成功的一半”，课堂教学的导入，犹如“乐曲”的引子，戏剧的“序幕”。在讲课伊始，教师巧设一个引人入胜的开头，激起学生的情趣，集中学生的注意力，启发引导学生思维，让学生在最短的时间进入学习的最佳状态。例如教学“工程问题应用题”时，先出示题目：修一段3000米的公路，由甲工程队单独修要20天完成，由乙工程队单独修要30天完成，现两队合修需要多少天完成？然后告诉学生，今天，老师和你们一同计算，比一比，看谁算得快。学生一定兴趣倍增，迅速计算起来，当学生尚未算完，教师报出答案：12天。教师又故意把全长米数改为不能被时间整除的数（如把3000米改为2000米），正当学生忙于埋头计算时，教师又马上报出答案，仍然是12天。此时，学生一定会对教师计算之快表示吃惊，急于想释疑，在学生求知而未知的情境下导入新课，使学生产生强烈的求知欲。

二、有富有启发的提问

引导学生进入一个不断发现问题、解决问题，不断突破某些旧观念、建立新概念体系过程，主要在于教师能够在学生原有认识水平的基础上提出一些富有启发的问题，让学生积极思考。例如教学“三角形的面积计算公式”，可以复习平行四边形面积计算的基础上，启发学生思考：怎样把一个平行四边形等分成两个完全一样的三角形？三角形、平行四边形的底与高有什么关系呢？然后让学生实际操作。这样，使新旧知识有机结合，有利于形成“知识链”。当学生的思维受阻时，教师应找准学生思路受阻的原因，在学生思路接轨处提问，例如教学“除数是小数的除法”，先让学生练习除数是整数的小数除法，再将整数改为小数；当学生感到计算有困难时，启发学生思考：怎样转化为学过的方法计算呢？然后让学生尝试。坚持启发式教学，有利于调动学生学习的积极性，诱发学生思维活动的内驱力。

三、有落实“到位”的练习

要把本节课应有的练习内容、练习量落实到全班每个学生，应十分注意练习要“到位”。因此，必须做到：（1）练的时间要有保证。科学地分配各教学环节的教学时间，每节课的练习时间不少于10分钟。（2）尽量让群体参与练习。如判断题不局限让个别学生作答，而是改为全班学生举牌判断；又如让个别学生在板演卡练习与其余人在笔记本上练习同时进行。（3）练习的形式要多样。如设计游戏，让学生在学中玩，在玩中学。（4）要练在学生“最近发展区”。如对优等生可侧重综合、变式、灵活题的练习，对差生则注重夯实双基，使每个学生都得到发展。（5）组织的作用要前后连贯、突出系统性。例如教学“工程问题”，要紧扣新旧知识的“联结点”，要沟通工程问题与相遇问题、工作问题之间的内在联系，有利于学生形成知识结构。

四、有精彩纷呈的高潮

进入新课后，为揭示知识间更多的相互联系，更好地促进形成完美的认知结构，各教学环节自始至终要不断启发学生积极思维，教学方法要突出“新、活、灵”，要紧紧围绕学生的“学”，有目的地设疑立障，引导探究，诱发争议，把学生的思路带入理解教材所需要的某种情境中去。例如教学除数是小数的除法，教师在讲完 $3.75 \div 2.5$ 后，问学生：还有别的方法计算吗？学生回答：课本上是把除数变成整数，我先把被除数变成整数，再移动除数的小数点，同样能算出结果来。教师表扬了这位学生后，又出示一道题： $37.5 \div 2.25$ ，让全体同学用两种不同的方法计算，结果发现了刚才那位同学的方法算这题就不行了，为什么呢？让学生探索，发现规律。最后得出，除数的小数位数少于或等于被除数的小数位数，就能用刚才那位同学的方法，当除数的小数位数多于被除数的小数位数就不能用刚才那位同学的方法了。通过质疑、讨论，使教师与学生、学生与学生之间进行多渠道的广泛的信息交流，使学习成为一个开放系统，整个过程精彩纷呈，高潮迭起。

五、有科学、完美的板书

教师的板书应呈现教学内容、展现教材结构、体现教学程序，对学生能起到激发兴趣、凝集注意、启发思考、听好课、记好笔记和增强记忆的作用；同时，板书应遵循目的性、系统性、简洁性、针对性、同步性和形象性等原则。达到既科学又完美。因此，教师必须十分注意把一些概念、性质、法则、公式、数量关系等的概括推导过程有条不紊地展现在黑板上，使学生一目了然。例如教学“商不变的性质”时，可设计如下板书：

被除数	除数	商
$6 \uparrow$	$3 \uparrow$	$= 2$
$60 \uparrow$	$30 \uparrow$	$= 2$
$600 \uparrow$	$300 \uparrow$	$= 2$
$6000 \downarrow$	$3000 \downarrow$	$= 2$
⋮	⋮	
⋮	⋮	

在除法里，被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数，商不变。

这个板书，突出了教学重点，在商不变的性质抽象概括过程中动态地展现出来，在一个算式一个算式的逐步演算比较中，概括并板书了“同时”、“相同”两个关键词之后，又在正向逐次比较和逆向逐次比较中，概括并板书了“扩大”和“缩小”两个相反的词，和“商不变”的一致结果。在动态中实现了运算、思维和板书的同步，每一个板书的词都是学生观察思维的结果，促进了思维，加深了认识。

六、有耐人寻味的结尾

好的结尾能引发学生的深思、遐想，给学生留下无穷的韵味，是不尽探索的启思；好的结尾像一把蓦然升腾而起的火花，照亮了课堂教学的全过程，使原来还有些模糊的概念、困惑的知识豁然开朗，具有耐人寻味“余音绕梁”课断思不断的作用。例如在教完梯形面积计算后，小结时可引导学生思考：当梯形的一个底逐渐缩短，直到为“0”，梯形会变成什么形？当梯形短底逐渐延长，直到与另一底边相等时，它又变成什么形？你能根据梯形面积公式记忆三角形和平形四边形面积公式吗？请同学们在课后画一画、用铁丝折一折就知道了。这样，使学生的思维不仅仅局限于课堂之内，还迅速向课外有机地延伸，学生在课外仍然保持强烈的求知欲望，主动积极探索未知世界。

初中教学教改刍议 ——新课引入初探

青海省乐都一中 金永明

数学教学既是一门科学又是一种艺术，而这种艺术的表现手法没有固定公式可循，它要求教者匠心独运，既要知常，又要晓变，灵活运用多种方法。在处理教学过程中的各种关系时要有鲜明的个性。为此笔者结合实践对如何引入数学新课作初步的探讨。

一、新课引入的基本原则

数学新课如何引入，才能调动学生的积极性，激发学习兴趣，这直接关系到课堂教学效果的优劣，因此引入新课应遵循如下原则：

1. 直观性原则

数学新课的引入，要符合学生的认识规律，直观形象，浅显易懂，从具体事物到抽象理论，通过学生的直接感知去理解知识。

2. 接受性原则

数学新课的引入，要符合学生的实际水平，心理特征，不同年级的学生，引入新课的方法也不同，即使同年级不同程度的学生，不同特点的教材内容，在引入新知识的方式上也应有所区别。

3. 趣味性原则

数学新课的引入，要寓趣味于其中，能激发学生的兴趣，唤起他们的好奇心和求知欲。

4. 和谐性原则

数学新课的引入，要和谐自然，成为联系新旧知识的纽带，体现数学知识内部结构的和谐美及教学思想的先进性。

二、新课引入的常用方法

由于数学内容丰富多彩，学生基础千差万别，所以引入新课的方法也不能一概而论，应根据不同的内容、课型和学生的实际而变。以下谈笔者常用的方法：

1. 从解决实际问题引入

构造生动有趣的实际问题，对学生点拨诱导，激发求知欲望，引入新课。

如：“全等三角形判定”一课引入：

假如你到亲戚家去玩，看到亲戚家的小孩拿着一个精致的玻璃三角板玩，于是你眼馋，亲戚家的小孩让给你玩，不小心掉到地上碎成如下形状，于是亲戚家的孩子哭了，这时你爸爸说：“别哭，我给你做一个”，你想想你爸爸应拿那一块可以恢复与原来三角形一样的玻璃三角板呢？为什么？



教师指出：事实说明，判断两个三角形全等，除我们已学的一条公理外，还可以研究新的性质和规律，这就是我们今天学习的内容（板书课题）。

2. 设立悬念，由问题答案的新奇，出乎意料引入新课

悬念能激起学生的积极思维，是诱发学生对数学求知欲有效的办法。

如：“三角形中位线定理”一课的引入：

第 组的同学画任意的一个锐角三角形的中位线，量出这条中位线与其

相对应的三角形一边的长。第 组的同学画任意一个直角三角形的中位线，量出中位线与相对应三角形一边的长。第 、 组同学画任意一个钝角三角形的中位线，同样量出中位线与相对应的三角形一边长。观看中位线的长与相对应的三角形那一边的长有什么关系没有？结果发现：“三角形的中位线等于与它相对应的三角形一边的一半”，此时老师即可引出：“这就是我今天要讲的三角形中位线的性质之一。”

3. 运用发现法引入新课

在数学教学中，学生掌握一种方法，解出一道题，探求一种规律，不但为自己获得的成功感到喜悦，而且增强了他们对学好数学的信心和力量。

如：“韦氏定理”一课引入

先让学生写出标准的一元二次方程的形式

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

再写出求根公式： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

然后让学生计算

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{c}{a}$$

并把结果与一元二次方程的系数比较有什么内在联系，然后和学生一起探求出：“韦氏”定量内容和证明方法。

4. 从旧知识的发掘拓广引入

通过对旧知识的深入研究、发掘，引导学生发现新知识，有利于学生理解新旧知识之间的联系与区别，培养探究能力。

如“平行线比例线段定理”一课引入。

首先复习“平行线等分线段定理”：如图

$l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $AB = BC$ ， $DE = EF$ ，即 $\frac{AB}{BC} = 1$ 时， $\frac{DE}{EF} = 1$ ，这时有

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

我们能否将这个事实拓广到一般？即

$\frac{AB}{BC}$ 为任意正数时，是否也有 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ 呢？这样就引入了“平行线分线段成

比例”定理。

5. 从研究方法的角度引入

根据学生已有认识和研究方法诱导迁移，学生整体轮廓清楚，方向明确，能在接受知识的同时体会教学方法。

如：“一次函数”一课引入

前面我们已经学习了正比例函数，反比例函数，都是从定义及一般形式、图象形状和作法、性质及应用这三个方面研究的，一次函数仍然研究这几个方面。学生顿有所悟，于是依次展开“一次函数”的内容。

总之，引入数学新课的方式多种多样，但不论哪种方法，都是通过创设情景，激起愤悱，去寻找知识。使学生有所思，有所求，有所得。从而培养

学习兴趣，发展数学能力。

让学生听得懂学得会 课堂模式的探讨

北京市平谷县峪口中学 王瑞清 刘春海

什么样的课堂模式才能使学生听得懂，学得会呢？带着这个问题，我们听了一位老师这样一节课，下面是这节课听课记录的部分摘录。

课题：同底数幂乘法

老师在复习完幂的定义后是这样安排的：

一、把下列乘法写成幂的形式：

$$3 \times 3 \times 3 \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad b \cdot b \cdot b$$

$$1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8^a$$

n^a

学生们很快写了出来。

二、同学们看下面4组题，每一组幂和幂之间有什么特点？

$$3^2 \text{ 与 } 3^3 \quad 2^3 \text{ 和 } 2^4 \quad a^5 \text{ 与 } a^6 \quad b^m \text{ 和 } b^n$$

学生思考后回答，它们的底数相同。

老师：像上面这几组底数相同的幂，取个大家承认的名字应叫什么？

学生：叫同底数幂。

三、老师：我们学过了很多乘法，现在我们研究同底数幂相乘应如何计算。学生和老

师一起看书并做练习： $2^3 \cdot 2^2$ $3 \cdot 3^2$

学生到黑板做： $2^3 \cdot 2^2 = 8 \times 4 = 32$

$$3 \cdot 3^2 = 3 \times 9 = 27$$

老师：把结果写成幂的形式

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 \cdot 2^2 = 32 = 2^5 \\ 3 \cdot 3^2 = 27 = 3^3 \end{array} \right\} \text{不要中间过程，只看前后的底数与倍数的变化特征是}$$

什么？

学生：底数不变，指数有加。

老师：综合起来，同底数幂相乘有何规律可循？

学生：同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

老师把这个结论写在黑板上，然后很“神秘”地问：“你们会发明创造吗？”学生没有精神准备，都全神贯注地盯着老师。“实际上，你们都学会了发明创造了。”老师指着板书接着说：“看！同底数幂的乘法法则不是被你们发现了吗？”学生们个个喜形于色。

老师：这个结论对不对，还需我们验证一下。做练习： $2^5 \cdot 2^2 = ?$
 $3^2 \cdot 3^3 = ?$

学生们很快做出： $2^5 \cdot 2^2 = 2^7$ $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$

老师：同学们验证一下，老师指了指前面板书的办法。

有的学生做： $2^5 \cdot 2^2 = 32 \times 4 = 128$

$$2^7 = 128$$

$$3^2 \cdot 3^3 = 9 \times 27 = 243$$

$$3^5 = 243$$

一个学生举手，老师走过去，让他把答案写到黑板上。

$$2^5 \cdot 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \cdot (2 \times 2)$$

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$3^2 \cdot 3^3 = (3 \times 3) \cdot (3 \times 3 \times 3)$$

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

老师：这种验证方法对不对？

学生：对。

老师：根据是什么？

学生：幂的定义。

老师：这两种方法均可，后边这个同学的验证方法更简便，这又是一项发明。下面用这种发明再来验证一下（此时这个学生更认真了）：

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad a^5 \cdot a^2 \quad (0.5)^2 \cdot (0.5)^3 \quad b^4 \cdot b^3$$

学生很快做完了，4个到黑板做的学生结果也写了出来。

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^7 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$$

略。

老师：看来验证的结果是和同学们发明的结论是一致的。现在同学们把它背下来。过了一会儿，提问三个学生，背得

都很流利。

老师：同底数幂相乘，指数相加。不同底数幂相乘，指数相加行吗？看例题：

$$3^2 \cdot 5^3 \quad m^n \cdot n^m$$

学生思考，老师提示：用你们的发明验证一下。学生很快得出：不行。老师特别强调：不是同底数幂相乘，指数不能相加。我们的发明都要有科学依据，不能是凭空想象，切记。

老师：我们再做几个练习，这几道题较难，希望同学们认真做。这里老师利用了“重难轻易”人之心态。

$$a^2 \cdot a^n \quad \left(\frac{1}{2}\right)^m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad a^m \cdot a^{m+1} \quad (a+1)^n \cdot (a+1)^{2n+1}$$

有的学生指数未合并，老师又做了说明。

老师又让学生做了几道课后练习题后，便出了几道小题进行小测验：

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5; \quad (-2)^2 \cdot (-2)^3; \quad b^3 \cdot b^m; \quad x^n \cdot x^{1+n}; \quad (x+y)^k \cdot (x+y)^{2k+1}$$

测验平均成绩为 98.7 分。

我们觉得这节课是一节好课，很成功。理由是：

1. 符合学生的认识规律，从个别到一般，贯彻了由浅入深的教学原则。
2. 老师及时鼓励学生的发明创造，提高了学生的兴趣。这种做法是非常正确高明的。正如美国著名女企业家玛丽·凯所言：“赞美是鼓励下属的最佳方式。”

3. 本堂课进行了大量的练习，使知识得到了及时巩固，减轻了课下学生的负担。

4. 本节课充分体现了老师主导，学生主体的教学原则。叶圣陶先生讲过：教师的主导作用，益在于引导启迪，使学生自奋其力，自致其知，非谓教师

滔滔讲说，学生默默聆听。此课体现了这种精神。

5. 老师强调：只有同底数幂相乘，指数才能相加。不同底，此法则不适用。做到了“水不来先挡坝”，防患于未然。故评之为一节好课。

我们再深入地探讨一下，如何让学生听得懂，学得会，有无规律呢？我们通过对这节课的认真评议后认为：虽教无定法，但总是有法的。这个法就是规律，就是使学生听得懂，学得会，成为有发明，有创造能力的人才。从授课上看要走这样几步：

第一，使学生感知知识。不管采取实验，电教，教具等手段，还是利用逻辑推理等形式，都要使学生完成从特殊到一般，从具体到抽象这样一个认识过程。

第二，在感知的基础上，大胆设想，形成初步结论，也就是总结出一般规律。像牛顿从苹果落地这样一个具体形象，初步得出万有引力定律，不就是一个最好的例证吗？这一步很重要。我们培养的是跨世纪人才，未来要靠他们去发明创造。只有像上述这位老师那样：渗透或教给他们去发明创造的方法，激励他们在学习中敢于创新，他们的思维品质才会逐步得到培养，才会为将来的成才打下一个良好的基础。

第三，印证结论。在特定条件下得出的结论，是否普遍成立，还需一个进一步验证的过程。若在一定条件下，一定范围内成立，则要限定条件。实际上很少有普遍存在的规律。“质量守恒”一直被认为普遍成立，但爱因斯坦的“相对论”提出后，证明“质量守恒”也只是在一定的时空成立，成为有条件的规律。因此，老师在讲课中特别提醒知识应用的范围，“不同底数幂相乘，不能指数相加”，是非常必要的。印证的过程，也就是使学生思维成熟，避免学生出错的过程。

第四，结论验证是正确的，就要熟记这个结论，特别注意，要在理解的基础上记忆，这样才能记得准记得牢。比如你若真正知道了，一个数幂中，其指数是几就表示是几个相同的底数相乘的意义，那么你也记住了“同底数幂相乘，指数相加”的法则了。

第五，在学生牢固掌握知识的基础上，要让学生在应用知识上下功夫，理解“知识就是力量”的真正含义。结合上面教学课看，应用知识要分两步走：

第一步，套用知识。套用知识就是由一般到特殊，由抽象到具体的过程。如上边这节课把底变一变，或把指数变一变，学生通过大量练习会套用知识了，也就知道学生听明白了。

第二步，灵活应用知识。所谓“灵活应用”不是知识本身，而是确定在给定的时空内，符不符合知识存在的条件和结论的过程。例如： $a^m \cdot b^m$ ，虽是幂相乘，但不能用同底数幂相乘。因此我们得到结论：所谓“活”是指学生根据给定的条件，确定产生必要的结论或者按给定结论，找出成立的条件的一种思维过程。对学生来说，这种“活”是建立在必须“理解”的基础上的。

达尔文曾说过：“最有价值的知识是关于方法的知识。”因此，老师要让学生听得懂，学得会，既要教知识，更要教方法，尤其是要教有利于学生发明创造的方法。按照这条途径去备课，上课才能使学乐学，听得懂，学得会，才能培养出合格的人才。

张志公先生说：“我们应该追求的目标是探讨规律，概括探讨所得，寻

求正当的方法，形成若干有用的有效的模式。进行活用这些方法，活用这些模式。”

这位教师讲的数学课，渗透了感知 结论 验证结论 套用结论 灵活运用结论的模式。我们认为有一定推广价值，故利用上文记述之，供大家参考。

初中数学目标多法导学探微

四川省三台县紫河初中 四川省三台县教研室

王凯全 胡运凤 刘永红

教育家叶圣陶先生说过：“教师当然要做，而尤宜致于导。导者，多方设法，使学生自求得之，卒底于不待教授之谓也。”在数学教学中如何通过“导”，让学生由不想学到想学，不会学到会学，本文试图根据自己的教学实践，对初中的数学目标多法导学进行一些粗浅的探索。

一、兴趣引导，旨在乐学

1. 探索数学的真，挖掘数学的奇，发现数学的美

数学的真是指数学的准确性与严谨性；数学的奇是指数学问题结果或形成的奇特及奇异性；数学的美则包括数学概念的简明性、统一性，结构系统的协调性、对称性，数学命题与数学模型的概括性、典型和普遍性等等。如讲述黄金分割时，介绍法国美学家蔡辛对人体黄金分割的发现，让学生体会数学美与人体美的联系，引导学生“步入”数学领域，“吞吃人类智慧的无底洞”。如“黑洞”6174，数学长河的旋涡，角谷猜想，……，使学生在数学长河里左冲右突，欲罢不能，体验感受数学蕴藏的奇妙的魅力。

2. 利用数学游戏或谜语激发兴趣

数学中的不少名词术语，如果以谜语或游戏的形式出现，将会变得妙趣横生。如：两牛打架（对顶角），时刻准备上战场（等角），擦去三角形的一条边（余角），背着喇叭（负号）等等。

3. 理解数学应用的广泛性

数学是自然科学之母，著名数学家华罗庚说：“宇宙之大，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日月之繁，无处不用到数学。”通过黄金分割与“优选法”、“墨斗与两点一线”、高次方程与星体轨道、罗氏几何与航天飞船，展示了数学应用广泛性。同样，平凡的生活往往蕴藏着精深的数学道理，一位青年教师在一次散步中，偶然看到渔民撒网打鱼，想起鱼网要尽可能撒圆些以覆盖较大面积的道理，第二天就绘声绘色地向学生讲“周长为一定值，圆面积最大”这一数学结论，让学生体会出生活中处处充满着数学。

4. 充分借用数学史

歌德说：“一门科学的历史就是那门科学的本身。”数学史是数学发展的历史，是人类理想和智慧的体现，它反映出人类从粗浅走向智慧，从蒙昧走向文明，从低级走向高级，从不完善走向完善的艰难历程。在教学中，要适当插入下列数学史事：如讲到列方程解应用题可插入墓碑上丢翻图的“生死算题”，讲正多边形的作图插入高斯及正十七边形的尺规作图，讲勾股定理插入毕达哥拉斯及其弟子杀牛庆贺毕达哥拉斯定量的热烈场面，讲圆周率插入祖冲之与月球上的祖冲之山，让学生了解数学的历史，特别是中国古代数学家的伟大贡献，增强自豪感和使命感，从理性上加深对数学的情感。

二、学法引导，旨在会学

陶行知先生说过：“我认为好的先生不是教书，而是教学生。”如何引导学生会学，从以下几方面下功夫。

1. 从宏观上把握科学学习的全过程

“目标导学。”教学研究的课堂教学采用“一标五环”的教学策略，并将其学科化、课型化。即导学目标和准备、示导、议练、诊断、评补等五个环节。导学目标渗透到各个环节中、各环节又调控了课堂教学结构，使课堂教学结构更加合理。

2. 从微观上对学生学法给予引导

教学过程是教师引导学生主动学习的过程，引导学生怎样学习数学概念？怎样学习数学命题？怎样学习解题？怎样学习数学思想方法？怎样学习数学语言？这是教师教学的重要任务。例如，在概念教学中，可以从以下几方面进行引导：（1）抓住概念要点，如相反数概念中，只有符号不同的两数叫互为相反的数，“只有”二字是这个概念的关键；（2）揭示概念的本质。如通过对函数概念的逐层剖析，揭示函数的本质是对应。（3）抓新旧概念类比。如讲分式通分时，可与小学分数通分类比。（4）抓概念与概念之间的对比。如讲直线、射线、线段概念时，可通过端点数、表示法、延长线等方面进行对比。（5）举反例，加深理解，如讲无理数概念时，由于 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 都是无理数，所以不少同学认为带根号的数都是无理数，可举出反例， $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt[3]{27}$ 等都是有理数。

3. 重视学生自学能力的提高

自学能力的培养包括：（1）学会阅读；（2）学会整理；（3）学会迁移；（4）学会评价；（5）学会总结；（6）学会探索，如阅读中强调“五记”：重点处记为“ ”；疑难处记为“？”；注意事项记为“—”；定义和定理中的条件用……；……；……；自己的见解、补充及教材的精彩处用“！”等等。

4. 引导学生掌握记忆方法，提高记忆能力

数学中的公式、定理、法则都需要记住记忆可采用以下方法：

（1）口诀法。有些公式、定理、法则可以在理解的基础上编成口诀，以帮助记忆，如学习完全平方公式时对等号右边式子编成口诀：“首平方，尾平方，首尾之积二倍加减在中央。”又如线段黄金分割点的作法可归为“勾一股二连斜边，截去勾长滑下山。”

（2）类比记忆法。如扇形面积公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ 与三角形面积公式有些类似，只要把弧长 l 看成底， R 看作高就行了，抓住这个类似点，很容易记住扇形面积公式。

（3）比喻法。如平行线截线段成比例定理可喻为“三横截两直——比比皆是”。

（4）规律记忆法。数学是一门规律性很强的科学，掌握了公式、定理、法则的内在规律，能比较牢固地记忆。如 30° 、 45° 、 60° 的三角函数值，正弦值是从小到大，分母是2，分子从 $\sqrt{1}$ 递增到 $\sqrt{3}$ ，依次是 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ；余弦值则是它的逆序排列。

三、教法引导，旨在助学

教无定法必有法，贵在得法。实现和应用多法导学，需精心设计课堂教学，充分发挥教师的主导作用，调动学生学习的积极性和主动性。

1. 重视每节课的导入方法

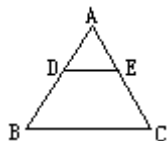
每节课的导入犹如电影序幕一样重要，导入得当，它能激发学生的学习热情和兴趣。导入新课的方法很多，如设陷导入，兴趣导入、动手导入、激情导入、设疑导入、类比导入等，但应遵循的原则是简捷、明了、生动、有趣，能迅速吸引学生的注意力。如讲授黄金分割时，用代黄金分割点的方法轻松地画出五角星作为导入，并指出我国的国旗为什么给人美的感受，是因为它的长与宽的比为黄金比。

2. 多种教法引导

(1) 不同内容选择不同导学方法。在数学教学中，课题、情境变化多端，学生学习状态也存在着差异，因此，数学教学必须根据教内容、学情特点，选择不同的教学方法。如垂径定理的推论内容多，理解困难，教学时可选用精讲点拨与课文精读相结合的导学方法，引导学生重图观察思考，点拨由一个条件可得到哪些结论，再精读课文加深理解。又如正切和余切的概念，由于有了正弦和余弦概念作基础，教学这一节时，可采用自学与读书相结合的导学方法。

(2) 一课多法。即对一课内容同时使用多种教法。如教学三角形的中位线。

教法一（发现式）：画一个任意三角形，找出其中两边的中点，并连结中点（如图）。用刻度尺量一量 DE 和 BC ，看它们的长有何关系？再用量角器量一量 $\angle ADE$ 与 $\angle B$ ，看它们大小有何关系，通过操作得出结论，再证明结论成立。



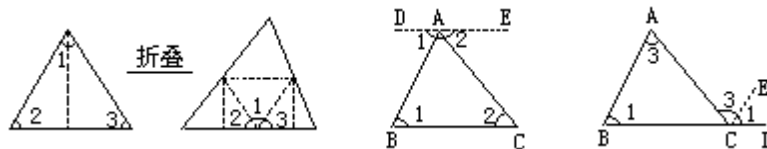
教法二（启发式）：先提出问题，让学生思考。

1. 什么叫三角形的中位线？2. 三角形的中位线有何性质？学生带着问题读书，了解三角形中位线这个概念，理解三角形中位线定理，再通过教师示导，达到掌握定理及其应用。

(3) 一知多法。根据学生知识基础和接受能力，对一个知识点的教学采用不同的方法。如教学三角形三内角的和等于 180° 时，可用以下方法：

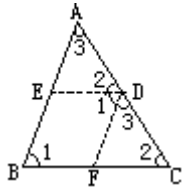
(1) 折叠法：用小刀裁一纸三角形，并作一边上的高，标明垂足，把三个角的顶点对着垂足折过去（如图），学生会惊喜地发现三角形内角和定理。

(2) 拼凑法：让学生将三角形的三个角剪下，拼成下面三幅图形，实践中总结出三角形内角和定理。



(3) 测量法：用量角器测量三内角的度数，再计算三个内角的和。

3. 注重一题多解、一题多证、一题多变，培养学生思维能力。



(1) 一题多解，如：红旗村计划修一条长 460 米的公路，前 4 天修了全长的 25%，问剩下的路程还需几天才能完成。

设修完剩下的路程还需 x 天，可得以下几种主要解法：

解法 1：要求还需几天，需知道所剩量与每天的速度，于是得算式

$$(460 - 460 \times 25\%) \div (460 \times 25\% \div 4)$$

若把这条公路长看作一个整体，又可得如下解法：

解法 2： $1 \div (25\% \div 4) - 4$ 。

解法 3：若从未修完的量日已修的量的几倍考虑，测得算式为 $4 \times [(1 - 25\%) \div 25\%]$

解法 4：根据已知一个数的百分之几是多少，求这个数的思路来解，列式为 $4 \div 25\% - 4$ 。

(2) 一题多证

对一个数学命题，从不同角度或用不同方法思考，可得到多种证明方法，如三角形内角和定理的证明，受到前面拼凑法中三个图形的启发，可以得到：

1. 过 A 作 $DE \parallel BC$ ；(2) 过 C 作 $DE \parallel AB$ ；(3) 过 AC 上一点 D 作 $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel AB$ 等三种证明方法，还可研究其它多种证法。

(3) 一题多变

在数学教学中，利用变式方法构造变式系列，展示知识的发生发展过程，问题的结构和演变过程，形成思维训练的有效模式。

[标准题] (教材第 1 册 (上) P₂₁₇ 例 3)

[条件变式] 甲乙两车同时从 A 地出发，甲的速度是 48km/时，乙的速度是 72km/时，它们背向而行，几小时相距 800km？

[结论变式] 甲乙两站相距 360km，慢、快两车分别从甲乙两站同时相向而行，3 小时相遇，快车每小时比慢车多行驶 24km，求慢车速度。

[背景变式] 甲乙两队合作 360 个零件，甲队每小时做 72 个，乙队每小时做 48 个，甲队先做 25 分钟后乙队加入合做，问、甲、乙两队合做几小时完成任务？

5. 精心设计练习题组，改变现有单一题型

题组设计可包括引进题组、迁移题组、巩固题组、类比题组、特解题组、变式题组、探索题组等等，各种题组的设计一定要注意梯度，控制难度，让差生都“吃得了”，中等生“吃得好”，尖子生“吃得饱”。如讲授平方差公式可设计如下变式题组：

(1) [标准题] $(2m+3n)(2m-3n) = 4m^2 - 9n^2$

(2) [一级变式] $(3x+4y)(4y-3x) = 16y^2 - 9x^2$

(3) [二级变式] $(x+2y)(x^2+4y^2)(x-2y) = x^4 - 16y^4$

(4) [三级变式] $(x+2y)(x^4+16y^4)(x^2+4y^2)(x-2y) = x^8 - 256x^8$

四、设问引导，旨在促学

心理学表明，给出一个“问题情境”使学生不能单纯地利用已有的知识和习惯的方法去解决，可以激起学生思维的积极性和求知欲，精心设计课堂

提问，为学生创设问题情境是实施多法导学重要一环。

课堂提问的一般方法为：（1）判断性提问，即“是不是”、“对不对”等；（2）叙事性提问，即“是什么”？；（3）叙理性提问，即“为什么”；（4）发散性提问，即“除此之外，还有几种方法？”“由它可以想到几种可能？”

课堂提问应避免问题过于简单学生不想回答或表述不清楚学生没法回答，设问问题要有思考性，要使学生有新鲜感，要有利于启迪学生思维，要难易适度。

五、小结引导，旨在教学

课堂小结是对知识的归纳概括使之系统化的过程，又是对方法、技能的强化巩固使之规律化的过程，同时也是课堂教学活动的反馈评价使之最优化的环节。

小结具有以下特性：

- （1）系统性：体现知识的来龙去脉及纵横联系。
- （2）简约性：体现知识从厚到薄，由薄返约的浓缩过程。
- （3）学能性：利用小结，指导学法，总结规律。

引导学生在学习一个个知识点后，清理思路，将知识点纳入知识系统，应大胆启用学生自我小结，肯定富有条理、有创见性的小结，及时补充小结的不完善之处，矫正小结的错误，最后由师生共同得出准确性结论。

综上所述，“导”体现在数学教学的各个环节，在数学教学中，适时地，巧妙地实施多法导学，可以充分发挥教师的主导作用和学生的主体作用，对于质量，培养学生能力有着极其重要的意义。

面向全体 因材施教

山东省蓬莱市郝斌中学
赵之峰 贵国轻 田淑红 王兰芝

从“应试教育”向“素质教育”过渡是当前普教改革的一个重要方向。由于九年义务教育要求小学毕业生全部升入初中，所以学生的数学成绩因学生的基础和智力的不同逐步拉开距离。如何“使学生受到必要的数学教育，具有一定的数学素养”，做到“保底教学”和“培优教学”齐头并进是中学数学教学面临而急需解决的课题。本文企冀抛砖引玉求教于同仁。

一、教学目标弹性化

教学目标具有诱发、定向、激励、评价的功能，它是教学的出发点与归宿。教材自身的伸缩性反映在教学内容方面要求对不同流向的学生的学习内容有不同的规定，反映在教学要求方面是对不同层次的学生有不同教学目标要求。现行教科书的正文和练习及 A 组习题是要求全体学生应知应会的内容，而“读一读”、“想一想”、“做一做”等新栏目和习题中的 B 组题则是为学有余力的学生而设置的，是属于基础知识、基本技能要求之上的较高要求。教学目标的制定既要体现教材和大纲对学生的基本要求，又要照顾部分优秀学生探求知识的欲望。大纲提出的“知记、理解、应用、综合”四个层次的要求，课堂上要求差生达到三个即可，自习课及课外辅导可使差生达到四个层次的要求。围绕具有伸缩性的不同层次、不同要求的教标和学标进行课堂教学，有助于学生的自我评价和自我激励，也有助于教师把握教的方向，调控教学过程，从教学的首（教学的出发点）、尾（教学的归宿）两个方面因材施教，把面向全体学生的教学落到实处。

二、课堂教学层次化

课堂教学过程要适应学生的个体差异，围绕弹性化的教学目标分层次因材施教，采用“指点——看书——讨论——质疑——解答——练习——批改——小结”等办法进行课堂教学，每节课保证三分之一的时间让学生看书。“指点”是教师指出本节课的自学范围、重点、难点及注意的问题；“看书”是根据自学提纲指导学生看书自学；“讨论”是学生在看书过程中对发现的疑难问题开展相互讨论，教师有目的地加以指导；“质疑”是学生看书自学过程中，学生对看书自学中的疑难问题向教师提出的疑问；“解答”是教师根据学生提出的疑难问题用启发式的方法解答学生的问题，引导学生从中发现规律、得出法则、归纳出概念；“练习”是在教师的指导下，让学生板书解答例题和习题；“批改”是学生间相互批改、师生共同批改以此达到加深理解、相互促进的目的；“小结”是在学生分析、解答问题的基础上对本节所学的内容进行归纳、概括，指出重点、难点问题。

分层施教的原则是面向中等生、兼顾优、差生。教师面对全体学生的教学，导向的思维难度、出示的自学提纲都应适合中等生而兼顾优、差生，并根据中等生的学习动态控制课堂教学的进展。

对于差生，课堂上教师要特别关心，鼓励他们主动地求问，对学习新知识必须用到差生尚欠缺的旧知识时，教师要遵循温故知新的原则给予必要的提示辅垫；而对差生阅读课文遇到的疑难问题，教师要诱导他们学会扣词理句、联想思考、顿悟领会的学习方法。在补充练习题的设计上，要由易到难、

放缓坡度；课堂练习要充分注意中、差生遇到的解题困难，剖释原因；在审题、挖掘隐含条件、分析已知未知关系、寻找解题思路方面，要对他们有所侧重和倾斜。

教师既要注意“保底教学”，又要兼顾“培优教学”，不搞平均发展。教师对优生的指导和要求应放在使他们“充分发展”的基点上；在学生独立活动时，教师要针对教学中思维难度最为丰富、最为深刻的教材难点多提一些思维难度较大的综合性问题，对优生加大思维训练的力度；课堂上让他们回答思考性较强、难度较大的问题，练习时选一些具有一定思维难度的综合性机动题供优生选作，运用优势激励原则为优生尽可能多地创造表现的机会、自学、练习、讨论中让优生做小先生辅导中、差生，在优生的创造性、积极性得到发挥的同时，既提高了自我，也弥补了教师辅导之不足。

三、考试命题多能化

考试的主要作用是对教与学的双层估价，考试的目的在于获取教与学的信息反馈，以便查漏补缺。这就要求试题具有多功能，结构层次化，可设置必做题、选做题、拔尖题。必做题的命题要以教学大纲的基本要求为依据，面向中、差生；拔尖题要达到灵活、综合应用的水平，目的是面向尖子生；选做题的难度介于必做题和拔尖题之间，供优、中、差三类学生选做。多功能的试题有利于对弹性化教学目标地检测，测出各类学生的学习水平，具有层次反馈的功效，也有利于调动各类学生学习的积极性。把面向全体学生的教学要求落到实处，达到全体学生都能得到充分发展的要求。

总之，面向全体，因材施教，要体现在各个教学环节之中，这样才能达到“保底教学”和“培优教学”齐头并进的目的。

用“趣味”激发“兴趣”是 数学教学的好方法

内蒙古伊铁分局甘河铁路中学 尹淑英

俄国著名文学家托尔斯泰说过：“成功的教学所需要的不是强制，而是激发学生的兴趣。”兴趣出勤奋、勤奋出天才。兴趣是指一个人力求认识某种事物或从事某种活动的意识倾向。“培养学习数学的兴趣”是《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》中的一项任务，因此，兴趣的培养在学生的整个学习活动中起着十分重要的作用。

就数学特点来说，它是一门知识抽象，逻辑严密的学科。小学生年龄小，尤其是低年级几岁的孩子，让其在短时间内明白一个道理光靠老师硬灌，学生会感到乏味和厌倦的，学习效果往往是事倍功半。怎样激发学生的兴趣，调动学生学习的积极性，使学生在轻松愉快气氛中学习，是一件十分重要的事情。我就如何用趣味激发学生的兴趣谈一点不成熟的作法。

一、引入的趣味性

引入新课是一堂课的前奏。一堂课的开端虽然教师清楚，自己要教什么，理解什么，要求学生知道什么，记住什么，理解什么，会做什么，但对于学生来说，还是一个谜。尤其是低年级的学生，爱动、好奇心强，教师若能抓住儿童的这一心理，巧妙引入新课内容，揭示课题，激发学生的学习兴趣，那就是一节成功课的良好开端。

引入新课有情趣，实质就是创设兴趣情境，让学生在较短的时间内，轻松地进入最佳学习状态。我在讲授“10以内数的认识”时，因一年级的学生入学前都上过幼儿班或学前班，如果枯燥的说出本课要学的内容，揭示课题，学生会感到乏味，可能就会骚动起来，于是我用“一望二三里，烟村四五家，门前六七村，八九十枝花”的古诗及幻灯片导入新课，揭示课题，学生注意力非常集中；在教学“8的乘法口诀”时，我给学生讲猪八戒吃西瓜的故事，有一天，猪八戒来到一片西瓜地里，看到又圆又大的西瓜乐得张着大嘴，狼吞虎咽地就吃了一个，猪八戒舔了舔嘴唇，觉得不解渴，又吃了一个，一口气吃了8个，一个西瓜足有8斤重。小朋友你们想一想，猪八戒一次吃掉多少斤西瓜？在学生听得入神的时候，我揭示了课题“8的乘法口诀”。当然采取什么形式引入新课，揭示课题，应根据教学内容和学习环境设计，但面对几岁的孩子应尽可能做到有趣味性。

二、讲授的趣味性

讲授新课是一堂课的主旋律，能否使学生在这段时间里保持旺盛的注意力，经常产生新鲜感，怀着愉快的心情去接受新知识，这就需要教师有扎实的语言基本功，即语言既准确、简练，又要生动有趣。

我在教10以内数的认识时，在投影片上画了一头牛，二匹马，三条鲤鱼，四只鸭，五本书，六支笔，七棵果树，八支花，九架飞机，十辆车。并告诉学生量词千万别用错。组成了儿歌的形式，这样不但使学生认识1—10的数，而且又使他们记住有关事物的量词。在教学生写数之前，还用儿歌学生记住这些数。（学生一边拍手，一边唱，一边做动作）一支铅笔 1、1、1，鸭子游水 2、2、2，一只耳朵 3、3、3，一面红旗 4、4，一只秤钩 5、5，一只口哨 6、6、6，一把镰刀 7、7，一个葫芦 8、8、8，一只气球 9、9，小

棒鸭蛋 10、10、10。教学排队编的歌谣 1、2、3、3、2、1，我和妈妈喂鸡，数一数几只鸡，1、2、3、4、5、6、7。

在教学数的组成时，我利用投影仪制作了跳跃式抽拉片，将许多小白兔画在上面，然后进行组数教学，学生非常爱看，注意力非常集中，效果很好。

在教“4”的乘法口诀时，我先让学生自己用手工模型做小汽车，然后将做的小汽车都带到课堂上，问学生，我们大家做的小汽车有几个轱辘，同学们回答有4个，2辆呢，3辆呢……依次推算到9辆汽车，各有多少个轱辘？接着又让学生观察，桌子和椅子有几条腿。这样既培养了学生的观察能力，又能让学生动手动脑。学起来很轻松愉快。

三、练习的趣味性

巩固练习是一首歌曲的反复，优化练习内容，增强练习的趣味性，能起到事半功倍的作用，新授课讲完以后，一、二年级的孩子安排短暂的，新授课讲完以后，一、二年级的孩子安短暂的，做做课间操，边做操边唱儿歌。如：“伸伸手，弯弯腰，点点头，快坐好”，“一、二、三，三、二、一，讲文明，守纪律，爱劳动，勤学习”等。使刚入学的儿童不感到上课枯燥无味，又容易消除疲劳，振作精神，集中注意力。

我在教学“10加几的加法”时，在练习时，事先给学生做了1—10的数字卡片和运算符号卡片“+”、“-”、“二”，做“对号入座”的游戏。

20以内数的加法，有的同学容易错，我就制作一些算式卡片和一些相应的得数卡片，发给较差的学生，其中一些学生拿卡片到讲台上唱着说：“找啊找，找朋友，谁是我的好朋友？”手持相应得数卡片的学生立刻上场唱着说：“找呀找，找朋友，我是你的好朋友”。然后手挽手回座位。蹦蹦跳跳一个接一个地上来，高高兴兴手挽手回到座位上。

我还经常用“夺红旗”、“开火车”、“小猫钓鱼”、“对口令”、“接力赛”、“布雷阵”等游戏，增强了练习的趣味性，使学生学得愉快，记得扎实，掌握得牢固，不容易马虎。

用教学过程的趣味性激发学生兴趣，它有助于发展学生智力，吸引学生的注意力，训练学生思维的敏捷性，并培养了学生的良好的思想品质，促进了学生的全面发展。在小学数学教学中是一种行之有效的方法。但不是唯一的手段，要根据教学内容、教学环境来选择其教学手段，努力探讨教学良法，使学生更好地掌握一定的数学基础知识和基本技能。

浅谈激疑在数学教学中的作用

内蒙古扎兰屯马场中学 孙荣香

激疑，简言之，就是激发兴趣，设置疑问。众所周知，在教学过程中，学生学习积极性是掌握知识的必要前提。如果学生缺乏自觉的、积极的思维活动，就难以认识和理解教材内容，也就难以掌握知识形成能力，同时教师也不可能完成教学任务。尤其是中学数学教学，抽象的定义、定理枯燥乏味，没有生动的语言、逼真的形象，很难引导学生的兴趣。然而采用激疑这种方法，对调动学生的学习积极性、激发学生的求知欲，却能起到重要作用，效果明显，收益颇大。因此，正确运用激疑于教学中，是教改工作的一个重要课题。

笔者就激疑在数学教学中的作用总结了以下几点体会，愿与各位同仁交流。

一、激疑在新课引入中必不可少

课题的引入是上好一堂课的关键。学生对教师设置的悬念，在一节课的学习过程中，时时注意，处处留神，急于寻找答案，从而也就激起了强烈的求知欲。例如，讲二元一次方程时，我引入新课时的安排是：

师：什么叫方程？

生：含有未知数的等式叫方程。

师：方程 $3x+5=2$ 中含有几个未知数？未知数的次数是几？是什么方程？

生：方程中含有一个未知数，方程的次数是 1，是一个一元一次方程。

师：那么 $3x+5=2$ 这个方程的解是什么呢？

生： $x=-1$ 。

师：同学们看一看， $x+y=7$ 这个方程含有几个未知数？未知数次数是什么？

生：有两个未知数，未知数的次数是 1。

紧接着教师继续提出疑问： $x=-1$ 是方程 $3x+5=2$ 的解，那么方程 $x+y=7$ 的解是什么呢？

问题提出后只有少数人举手，从而引入新课——二元一次方程。这样学生带着这个悬念，在教师的指导下，完成分析和讨论。在讨论中他们处处留神，寻找解该类方程的规律和具体方法。

二、恰当激疑能为学生探求新知识指明方向

探究知识的尝试，最重要是发挥学生学习的主动性，改变他们被动的学习方法。为了防止学生盲目尝试，在探究中少走弯路，教师进行恰当激疑，对于指导学生尝试是很有效的。例如，在因式分解中，讲分组分解法时，在引入新课之后是这样指导的。

师：请同学们回答， $a(x+y)+b(x+y)$ 因式分解的结果是什么？

生： $(a+b)(x+y)$

师：大家想一想，能把 $(ax+ay)+(bx+by)$ 化成上式的形式吗？

生：能，原式= $a(x+y)+b(x+y)$

师：那么对于四项式 $ax+ay+bx+by$ 在分解时，可不可以写成 $(ax+ay)+(bx+by)$ 的形式呢？

生：可以。

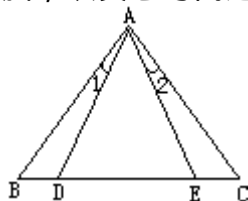
师：很对，那么谁能把 $ax+ay+bx+by$ 的分解过程写出来呢？

$$\begin{aligned} \text{生：} ax+ay+bx+by &= (ax+ay) + (bx+by) \\ &= a(x+y) + b(x+y) \\ &= (x+y)(a+b) \end{aligned}$$

然后学生根据尝试的结果，在教师的指导下总结、归纳出分组分解法的规律。这样通过教师的指导，层层深入，步步激疑，化多为少，化繁为简，使学生自己找到了四项式的分解方法。

三、激疑是学生完成变式练习的关键

精心设计练习，让学生在练习中学会概念的应用，加深对整个知识的理解，这是完成变式练习的宗旨。变式练习是通过教师的巧妙激疑，使学生积极动脑，认真思考而达到练习任务的，所以激疑是完成变式训练的关键。



例如，在强化等腰三角形的判定定理及性质定理的训练中，我是这样安排问题的：

师出示练习：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $AD=AE$ 。

学生很快回答：由 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，或由 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ 可得出 $AD=AE$

师： $\triangle ADE$ 与 $\triangle AED$ 相等吗？为什么？

生：相等。可通过 $\triangle AEB \cong \triangle ADC$ 来证。

师：还可以怎样证呢？

生：还可通过 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 证出 $AD=AE$ ，然后根据等边对等角即可证得 $\angle ADE = \angle AED$ 。

师：在此条件下，还可证哪些角相等呢？学生的发言总结为三个答案：

$$\angle BAE = \angle CAD \quad \angle B = \angle C \quad \angle ADB = \angle AEC$$

这时由于连续几个问题，同学们的答案都正确，教师马上用赞扬的口气说，很好，大家回答得都很对，如果题目中要证 $AD=AE$ ，已知条件中只有 $AB=AC$ ，条件够吗？

生：不够。

师：那么第二个条件除 $\angle 1 = \angle 2$ 外，还可以是什么呢？学生的答案分别是：

$$\begin{aligned} BD=EC \quad BE=DC \quad \angle ADC = \angle AEB \quad \angle BAE \\ = \angle CAD \quad \angle ADB = \angle AEC \end{aligned}$$

这时，老师不对他们的答案给以肯定，而是让学生自己在下边展开讨论。学生为了让大家承认自己的答案，讨论非常激烈，情绪也达到高潮，当自己的答案被大家肯定时，他们又都要求老师再出一个题目。

这样，通过教师不断变换题目，从问题的不同角度进行激疑，培养了学生灵活解题的技能和技巧，提高了他们对解题的兴趣，启发了他们对已经解决的数学问题加以引申、变化，寻求简捷的解题方法，发展了学生能力，促进了思维发展。

上述这些方法都是把疑问作为教学的出发点，用激疑提高学生兴趣，启发了学生积极思维。这种方法能够贯穿于每一节课，这样向学生提出挑战，

使学生产生积极参与的意识和竞争意识，积极主动地去认识问题和解决问题，从而达到自觉学习的目的。

