学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中小学数学小百科（36）

数学科·智能篇

内部资料 非卖品

中小学教学小百科　数学科・智能篇

数学记忆技巧及检测

湖北省荆襄磷化学工业公司王集子弟中学
李自刚 夏心宝 何先付 宋昌达

一、口诀记忆

理解是记忆的基础，记忆是理解的必然。

数学学习离不开记忆，假如一味教条地去记忆，如同嚼蜡，印象浮浅。若是在理解的基础上辅以口诀，就会激起学生强烈的兴趣，使大脑皮层的一定区域保持良好的兴奋状态，情绪大振，就会记得快，记得牢。并能引起共鸣，达到提高学习质量、课堂效率与减轻学生学习负担之目的。口诀越是通俗、简明、新颖、别致、巧妙、切合实际、富有联想和情趣，越便于记忆，解题时能唤起记忆，应用自如，由“只在此山中，云深不知处”之态变成“明月松间照，清泉石上流”之感。

笔者在多年的数学教学中，深有感触，现略举几例，仅供读者参考。

1．幂的乘、除、乘方、开方运算性质（也可以真数与对数）的口诀为：

“（同底数幂）成家（乘加），厨俭（除减）；迷（幂）失方寸（方乘）；开除；底子仍不变。”加点的前一个字为幂的运算，后一个字为指数运算，方指乘方，开指开方。

利用谐音达到记忆的效果。

2．查平方、立方表的方法口诀为：“内查外调，步步为营，同志（指）反贪。”表内直接查，表外通过移位调到表内，底数步步移，结果均反移，且每次同指数数位移。

又如一元一次不等式组的解集口为：“大哥大、小弟拿、中间叫、无回话。”

再如相遇问题口诀为：“你来我往途相遇，是因齐心把路挤。”

联系当今精神文明建设、现代通讯、生活实际等。

3．易把三角形的“四心”记混，口诀为：“中重、高垂、垂直平分外，分内。”前三个都是边上的何种线段，后一个是内角平分线，每个最后一字即为三角形的某“心”。

又如去（添）括号口诀为：“去（添）正，项不变；去（添）负，项都变。”变指变符号。

取其重要的字词或句首编口诀，言简意赅，便能准确记忆。

4．判断是什么数或式时，口诀为：“数看结果，式看形式。”如（$\sqrt{2}$）^{2}是整数，是无理式。

又如完全平方公式记忆为：“首平方，尾平方，积的二倍中间放。（a±b）^{2}=a^2±2ab+b^2.

利用其本来定式总结出口诀。

5.判断同类项及合并同类项时，口诀为：“二同一无关、一相加二不变。”

利用数字提示能达到准确判断和计算的目的

6．查三角函数表时，口诀为：“正左上同，余右下反。”正弦（切）A 所在左列上行，查多或少，就减或加修正值。

利用对比编成口诀，清晰明快，方法掌握迅速。

7．比较在理数的大小，可编口诀：“比较数大小，数轴显真招。正数比零大，负数比零小，两负绝对值，值大数反小。也可互相减，与零来比高。”

利用韵脚编口诀，琅琅上口。

以上只列举了利用谐音、联系、重要字词或字首、本来定式、数字提示、对比、韵脚等方法编口诀，不仅只有这几种方法，请读者自己去领会和探索，但一定要建筑在对学习材料理解的基础上。

二、掷子游戏检测、记忆

心理学指出：记忆时若做到眼看、耳听、脑思、口诵、手动，把各种感觉器官都调动起来，就能提高记忆的效果。高兴、快乐、喜悦对学习起促进作用。

笔者在教学活动中，针对学生记不住，特别是中差生兴趣不高，动力不足，一味苦学，缺乏激情，不能体验喜悦、惊讶、迷恋的满足感；家长反映无法辅导和检查子女的学习等，运用了掷于记忆游戏，收效颇佳。

使枯燥的记忆及测量变为有趣的游戏活动，使中差生乐于记忆并留变往返，在游戏中眼耳脑口手并用，全身心地投入到学习活动中，在轻松愉悦的氛围里加深了记忆，给他们成功的机会，增强了转变的信心和勇气，一定程度上激活差生的求知欲，尝试到学习带来的喜悦，认识到学习是件赏心悦事，从而提高了学习效率。若后面再配上答案又可作为家长检查子女学习的一种工具。

规则简单易行，在多人游戏中，因掷子的机遇有别，可能回答同一问题，便可加深记忆，若不能回答，又可得到旁人回答的启迪而知新，每人回答量不多，但又都记忆到。

规则：1．利用六色正方体（或六数字）掷子，可供二人或二人以上使用。

2．按一定顺序排列六色，行营处也涂有颜色。

3．先把自己的棋子放入起点处。

4．掷到什么颜色，就回答前面同色的问题，答对进到前一行营继续掷；不能答或答错退到原来行营。

5．若与前一个行营色同，就到此行营，他人行走。

6．到最后一行营若掷色前未有，就回头重新开始，回答此色问题。

7．按到领奖台的先后排列胜负。

三、竞赛检测记忆

测量是教学的重要环节，是提供反馈信息主要方法，它能使教师有效地补救和调节教学，使教学处于动态平衡和有效控制中。

笔者从中央电视台及其他台的各种知识竞赛中受到启迪；针对学生都有积极向上，好强好胜，喜欢竞争的心理特点，采用竞赛法测量记忆，一试至今爱不释手。满足了他们竞争的需求，增强了他们的集体荣誉感，调动了他们的积极性，从而达到了加强记忆与测量的目的。

工具有录音机、一盒柔和的音乐磁带、记时器或钟表一个、小摇铃一只（时间到就摇铃）、传递幸运物几个。

选手以抽签的形式每组产生一至二名，代表本组参赛，可以面向全体避免只选尖子学生。

事先准备一章或一单元一册需记忆的知识点制成问答卡片（或改编），限定答题时间，标明试题分数，分为必答题、风险题、抢答题、其他学生幸运题四类，题量可根据竞答时间的长短设置。答题时不拘书本原话，可用自

己的语言，也可举例说明。

每轮选手答题后，教师按下放音键，学生传递幸运物，教师不注视传递，随时按下暂停键，请获得幸运物的学生答题，答错收回幸运物。选手不能答或答错，也可改为即时幸运题。

竞赛完毕，教师给予评比总结，宣布下次竞赛时间及内容，使学生有明确的目标。

浅谈小数教学中学生思维能力的培养

江苏省东台市教师进修学校 梁正坤

小数教学过程，基本上是“特殊——一般——特殊”的过程。即引导学生从大量的个别属性中，寻找它们的共同规律，得出一般性的结论；再引导学生运用得出的结论去解决一个个具体问题。前者是知识的形成过程，后者知识的运用过程。这两个过程能否顺利实现，取决于学生思维能力的高低。在小学教学中如何培养学生的思维能力呢？针对目前的教学情况，我认为应着重抓好以下四个方面：

一、直观演示“算理”，促进学生逻辑思维能力的发展

在小数教学中，充分运用直观教具，借助充分的感性材料，可以让学生的感知的基础上，建立起清晰的表象，为抽象、概括打好基础。同时也应注意不让学生的思维停留在具体直观上，应及时抽象，以促进学生逻辑思维的发展。

例如，两位数减一位数的退位减法，通过演示小棒说明个位上的数不够减，从被减数十位上退一当十，和个位上的数相加后再减的道理。为了帮助学生理解，教学时要注意边演示教具，边启发学生思考，边板书。也可以让学生自己动手操作，结合操作过程列式计算，并口述计算过程。使学生从形象直观的思维，发展为抽象的逻辑思维。

二、语言表述“算理”，培养学生思维的条理性和逻辑性

学生的思维发展与语言有着紧密的联系。一般地说，学生思维水平是在掌握语言和经验的过程中实现的。为此，在小数教学中，要训练学生用准确、简练的数学语言来表述思维过程，培养学生说话有条理、有根据，从而促进学生思维的条理性、逻辑性。

如教学 22.5÷15 时，可以引导学生：先用 22 除以 15，商 1 余 7；7 除以 15 不够商 1，把它化成 70 个十分之一，再把被除数的 5 移下来，一共是 75 个十分之一，除以 15 商是 5 个十分之一，即 0.5。怎样在商上表示 0.5 呢？只要在商 1 的右下角点上小数点再写上 5 就行了。

让学生讲述“算理”时，教师要面向全体学生，不仅让优秀学生讲，更要让中差等生讲，以使全体学生的思维有条理，有逻辑。

三、加强口算训练，提高学生思维的敏捷性

学生在进行口算练习时，需要注意力十分集中，反应灵活，能一面记住数据，一面选择算法，在头脑中紧张地思维运算。所以，口算训练能促进学生的注意力集中，记忆力发展，而且能锻炼思维的敏捷性。

在口算中培养锻炼学生思维的敏捷性，需在口算教学中做好以下两点：

（一）加强基本功训练，熟记常用数据。在四则混合运算中，如果学生能熟记一些常用的数据，有助于学生的口算能力达到“正确、迅速、灵活、合理”的要求。在小学高年级，应要求学生熟记以下数据：

1．一些能化成有限小数的特殊分数值，如$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{16}$、$\frac{1}{20}$、$\frac{1}{25}$、$\frac{3}{8}$、$\frac{5}{8}$、$\frac{5}{8}$、$\frac{7}{8}$、$\frac{2}{5}$、、$\frac{3}{5}$、$\frac{4}{5}$等。

2．1 至 20 以内数的平方，1 至 10 以内数的立方以及 1π至 20π的积。

3．11 至 19 的 3 至 19 倍数的积。

如果能熟记以上一些数据，那么对一些数字较大的计算题也可以口算了。如 625×256，就可以这样思考：

原式=625×（16×16）

=0.0625×16×16×10000

$=\frac{1}{16}\times 16\times 16\times 10000$

=160000.

（二）启发学生动脑筋、找规律，形成技能技巧。

例如：$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=(\frac{5+3}{3\times 5})=\frac{8}{15}$，

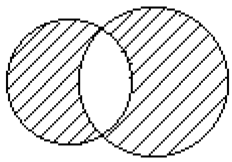
$\frac{1}{4}-\frac{1}{7}=(\frac{7-4}{4\times 7})=\frac{3}{28}.$

通过比较，学生可以找到规律，即分子是 1 的异分母加减法中，分母互质时，得数的分母就是原来两分母的积，分子就是原来两分母的和或差。

四、进行灵活、合理的解题训练，发展学生思维的独创性、灵活性

数学中，学生思维的独创性、灵活性主要表现在解题时能独立思考，认真分析，一些法则、性质、定律能运用自如，举一反三。

例如，如图，已知大圆的半径为 R 厘米，小圆的半径为 r 厘米，求两圆阴影部分面积之差。



分析：要求两圆阴影部分面积之差，必先求出阳影部分面积。而要求两圆阴影部分面积，必先求两圆重叠部分面积。但从已知条件看，无法求出两圆重叠部分的面积。于是，学生思维受阻。但我们如果提示用“差不变的性质”（就是减数和被减数同时增加或减少相同的数，差仍然不变）来灵活地解此题，学生的思维就活跃了。

解：设两圆重叠部分的面积为 S，那么：

$S_{差}=(\pi R^2-S)-(\pi r^2-S)$

$=\pi R^2-\pi r^2$（平方厘米）

当然，在小数教学中，我们还可以通过一题多解，多种练习形式，进行扩散思维训练等方式来培养学生思维的独创性和灵活性。

浅议直觉思维的培养

山东省泰安一中 卢学谦

内容提要

本文主要围绕三个方面对直觉思维的培养进行了初步的探索和尝试。

（一）提供丰富的背景材料，恰当地设置教学情境，促使学生做整体思考。

（二）引导学生寻找和发现事物的内在联系，是激发直觉思维的重要途径。

（三）教学中要安排一定的直觉阶段，给学生留下直觉思维的空间，这是发展学生直觉思维能力的必要措施。

数学直觉思维是人脑对数学对象及其结构规律的敏锐想象和迅速判断。它有如下一些特点：直接性、创造性、跳跃性、多向性、综合性、触发性、坚信感和或必然性。数学直觉思维是一种思路约简了的思维形式，是直觉想象和直觉判断的统一，属于数学创造性思维的范畴。

在数学发展史上，许多数学家都十分重视直觉思维的作用。例如：笛卡儿创立解析几何、牛顿发明微积分都受益于数学直觉思维。“逻辑用于论证，直觉用于发明”，彭加勒的这一名言对于数学创造活动中直觉思维的作用，论述得十分精辟。

下面是笔者对培养学生的直觉思维，所作的一些探索和尝试，供教与学时参考。

第一，提供丰富的背景材料，恰当地设置教学情境，促使学生做整体思考。数学直觉思维的重要特征之一，就是思维形式的整体性。对问题做局部的考察是必要的，但必须有整体考察的环节。人们常常遇到这种情况：拘泥于一部分的研究往往不得要领，而反回头来做整体考察则豁然开朗。因此，着眼于从整体上揭示出事物的本质与内在联系，往往可以激发直觉思维，从而导致思维的创新。

例 1：

假定 x_1，x_2，x_3，…，x_7 是实数，使得

$x_1+4x_2+9x_3+16x_4+25x_5+36x_6+49x_7=1$（1）

$4x_1+9x_2+16x_3+25x_4+36x_5+49x_6+64x_7=12$（2）

$9x_1+16x_2+25x_3+36x_4+49x_5+64x_6+81x_7=123$（3）

求 $16x_1+25x_2+36x_3+49x_4+64x_5+81x_6+100x_7$ 之值（第七届美国 AIME 试题）

此题初看起来，条件杂乱无序，很难找到突破口，若将各式中的常系数排列起来

（1）1，4，9，16，25，36，49

（2）4，9，16，25，36，49，64

（3）9，16，25，36，49，64，81

（4）16，25，36，49，64，81，100

则发现纵、横各组常数之间有阶差等差数列的关系，于是得：

（1）+3×（3）-3×（2）=（4）

$\therefore 16x_1+25x_2+36x_3+49x_4+64x_5+81x_6+100x_7=334$

例 2：设 $\alpha-2m+\beta=0$ （1）

$m^3-\alpha^2\beta+2mn-\alpha\beta^2=0$ （2）其中 m，n∈R，α，β∈$\overline{R}$，m≠0，

求证 $m^2<2n$。

分析：首先考察结构特征，发现已知两式中有 $\alpha+\beta$ 及 $\alpha\beta$，并且可以用 m，n 表示出 $\alpha+\beta$ 及 $\alpha\beta$。于是引发直觉想象：可以构造一个以 α、β 为二根，以 m，n 为系数的一元二次方程。直觉判断：可以运用 $\triangle<0$ 证明不等式 $m^2<2n$ 成立。

证明：由（1）得 $\alpha+\beta=2m$，

由（2）得 $\alpha\beta(\alpha+\beta)=2m(m^2+n)$，从而 $\alpha\beta=m^2+n$，于是，α，β 是方程

$x^2-2mx+m^2+n=0$ 的两个虚根。

$\because \triangle=4^2-(m^2+4n)2<0$，

$\therefore m^2<2n$。

第二，引导学生寻找和发现事物的内在联系。数学直觉思维的另一个重要特征，是思维方向的综合性。在数学教学中，引导学生从复杂的问题中寻找隐蔽的内在联系，进而把各种信息做综合考察，并做出直觉想象和判断，这是激发直觉思维的重要途径。

分析：此题常用的思路是分多种情况讨论脱去绝对值，然后就每种情况解方程组，这样作是事倍功半的。

由（2）发现暗示条件 $y-1\geq 0$ 从而原方程组变形为

$$\begin{cases} |x+1|+y-6=0 \\ |x+1|-4y+4=0 \end{cases}$$

解出 $|x+1|=4$ 后可得 $x_1=3$，$x_2=-5$，从而求得原方程组的解为 $x_1=3$，$y_1=2$；$x_2=-5$，$y_2=2$。

例4：设x、y、z为互不相等的实数，且 $x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=z+\frac{1}{x}$ 求证：$x^2y^2z^2=1$。

分析：如果不注意“x、y、z 为互不相等的实数”这句话，就等于放过了解题的关键，其实这句话暗示解题过程中可以出现（x-y）、（y-z）、（z-x）等因式，由此联想，可找到解题方法：

$$x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}\Rightarrow(x-y)=\frac{1}{z}-\frac{1}{y}=\frac{y-z}{zy}\Rightarrow yz$$

$$=\frac{y-z}{z-y}.$$

同理，$zx=\frac{z-x}{y-z}$；$xy=\frac{x-y}{z-x}$．以上三式相乘即得结论。

第三，教学中要安排一定的直觉阶段，给学生留下直觉思维的空间。学生的思维能力是在实践和训练中发展的，在教学中适当推迟做出结论的时机，给学生一定的直觉思维的空间，有利于在整体观察和局部考察的结合中发现事物的内在规律，做出直觉想象和判断，这是发展学生直觉思维能力的必要措施。

例 5：设 AE 平分△ABC 的∠A，P 是经过点 A 且垂直于 AE 的直线 MN 上的任意一点（A 点不在内），求证：PB+PC＞AB+AC。

分析：证这道题，首先应考虑如何使△ABC 的 AB、AC 与△PBC 的 PB、PC 发生联系。联系的桥梁是作辅助线。如何来作辅助线？这在很大程度上要取决于直觉思维的作用。当然在作辅助线的过程中，学生可能会进行各种各样的猜测，这种猜测教师要提倡，要鼓励，在一定程度上它有助于培养学生的直觉思维。最后，经过各种尝试，作 C 点关于直线 MN 的对称点 C′，连接 AC′、PC′问题就解决了。

布鲁纳在其所著《教育过程》中十分强调直觉思维的价值。他主张“从最早年级起便开始发展学生的直觉天赋”。他指出“直觉好的人可能生来有点特殊，但他的效果有赖于科学的巩固知识。熟悉科学知识，能使直觉有所作为”。爱因斯坦也是非常重视直觉思维的。他认为，科学研究“真正可贵的因素是直觉思维。”因此，教学中经常注意这方面的培养，对提高学生的解题能力，培养学生的创新精神是十分有益的。

下面是一组培养直觉思维的练习题，供教与学时选用。

1．分解因式：$a^2+(a+1)^2+(a^2+a)^2$.

2．解方程：$x^4+(x-4)^4=626$。

3．圆内接四边形的边长依次为 25、39、52、60，这个圆的直径是（A）63；（B）65；（C）66；（D）69。

4．若 $(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，则 $2y=x+z$.

5．求适合方程组

的 x、y、v、u。

6．已知 x、y、z、r 均为正数，且 $x^2+y^2=z^2$，$z\sqrt{x^2-r^2}=x^2$，求证：$xy=rz$.

7．在四边形 ABCD 中，∠ABC=∠DCB，DA、CB 的延长线相交于 P 点，求证：PA×PD=PB×PC+AB×CD.

注意题目特征 展开有益联想
——提高学生思维品质的点滴体会

江苏省通州市环本农场中学 刘冠群

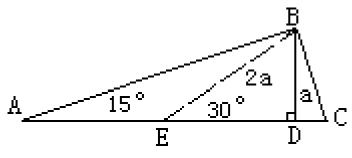
“作为直接思维的两种重要方法，联想与猜想在数学发现过程中，有着广泛的应用，并发挥着重要的作用。”（见《数学思维教育学》P_{47}，张乃达著）所以在数学教学中，善于根据题目特征，启发学生展开有益的猜想和联想，对培养学生思维的逻辑性和灵活性，激发学生的思维灵感，增强学生学习数学的兴趣，是很有意义的。

如有这样一道平面几何题：已知：Rt△ABC 中，∠ABC=Rt∠，∠A=15°，AC 上的高 BD=a．求证:$S_{\triangle ABC}=2a^2$．我一开始没有直接给予解题思路、方法和结果，而是要求学生首先根据题目中的数据特征、图形特征，通过对已学知识的回忆联想，猜想证题的突破口可能是什么？然后根据猜想去探求证法，以判断猜想是否正确。

猜想阶段，基本上由学生自由结合成小组，无定向性的讨论，使学生的思维充分发散。在学生们的议论纷纷中，一个个猜想逐渐形成。

然后进入师生归纳阶段，罗列出如下有益的几种猜想：①因为要证 $S_{\triangle ABC}=2a^2$，所以突破口选在利用高 BD=a 这个条件上，其中 a 是联想的触发点。②因为题设中有∠A=15°，而 15°为 30°之半，又因为含 30°角的直角三角形有特殊的边长关系，所以突破口选：构造含 30°角的直角三角形。③因为结论 $S_{\triangle ABC}=2a^2$，可变成 $S_{\triangle ABC}=a^2$，所以突破口应选在构造面积等于△ABC 面积之半的图形上。④因为把结论 $S_{\triangle ABC}=2a^2$

变为 $\frac{1}{2}AC\cdot\ =2a^2$后，可推得：$AC=4a$，所以突破口是证$AC=4a$．⑤因为图形中有多个 15°角的直角三角形，所以可能要用锐角三角函数的有关知识来证明……



图（1）

接着我根据学生提供的猜想作为师生共同探索、研究、证实各种猜想。对于①，∵Rt△ABC 的 AC 上的高 BD=a，∴只需证 AC=4a 即可。怎样证 AB=4a 呢？考虑到 BD 这条高为 a，那么若取 AC 的一半（如果是 2a 的话）似乎与 BD 有 2 倍之关系，此时自然联想到构造一个以 BD 为 30°角所对之边，对∠ADB 为直角的 Rt△BDE，（见图（1））此时显然有 BE=2a．由于∠ABC 显然为 15°，∴AE=2a，于是只需再证 EC=2a．此时学生顿悟：∵∠A=15°，∠ABC=90°，∴∠C=75°，∵∠ABE=15°，∴∠EBC=75°，由∠C=∠EBC 得 EC=EB=2a。这样学生的第①种猜想成立。于是学生的第④种猜想也立即得到了肯定。

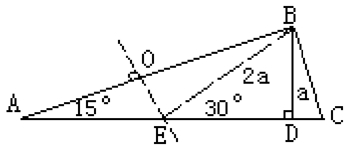


图 (2)

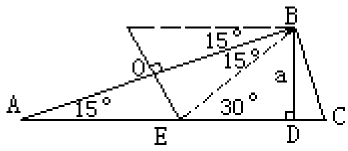


图 (3)

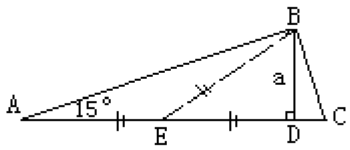


图 (4)

对于②，实际上已可以①的分析中得到类似的构图原理。①是先作∠BEC=30°，进而得出∠ABE=15°，对于②，只不过是先作∠ABE=15°，从而得出∠BEC=30°。所以这种证法无需赘述。但我们如果换一种思考方法，因为由图（1）已看出 E 为 AC 之中点，且有 EA=EB=2a 这个事实，我们不是可以把点 E 看作是 AB 的中垂线与 AC 的交点吗？于是得另一种构图及其不同证法。见图（2）。作 AB 的中垂线交 AC 于 E，垂足为 O，连结 BE。则必有 BE=AE，∴∠ABE=∠A=15°，于是∠BEC=30°，在 Rt△BDE 中，由 BD=a，可得 BE=2a，∴AE=2a．又∵OE∥BC，∴EC=AE=2a．于是 AC=4a．所以猜想②成立。由图（2），我们把 Rt△AOE 割下来补到△BOF 这个位置（见图（3））定可证得四边形 BCEF 是平行四边形及 EC=2a．所以 $S_{\triangle ABC}=S_{▱BCEF}=EC\cdot BD=2a\cdot a=2a^2$．

对于③这种猜想，为了构造面积为△ABC 面积之半的图形，可先考虑取 AC之中点E，再连结BE．（见图（4））则$S_{\triangle BEC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，又根据直角三角形斜边上的中线等于斜边之半这个定理，立即得 AE=EB=EC，∵∠A=15°，∴ ∠ABE=15°，∠BEC=30°，∵BD=a，∴BE=2a，∴EC＝2a，∴$S_{\triangle BEC}=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a=a^2$，∴$S_{\triangle ABC}=2a^2$．故此猜想成立。

对于⑤，因为考虑用三角函数知识，所以所列三角函数式中必须包含有 15°，a，等元素，于是不妨先考虑选定 Rt△ABD 与 Rt△BDC．再考虑 Rt

△ABC的面积用$\frac{1}{2}AB\cdot BC$也比较方便．所以在这两个直角三角形中可得出：a=AB·sin15°，a=BC·cos15°，然后根据△ABC 的面积表达式可知：将两式相乘较合理，得 AB·BC·sin15°·cos15°=a^2，∴ $2S_{\triangle ABC}\cdot\sin15°\cos15°=a2$．∵2sin15°COS15°＝sin30°＝$\frac{1}{2}$，∴$S_{\triangle ABC}=a^2$，即$S_{\triangle ABC}=2a^2$，∴此种猜想显然也得到了肯定．

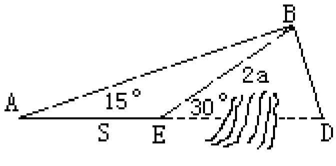


图 (5)

为了让学生再次深切体会联想的作用，我也提供一例，要求学生完成其

思维过程。为测河对岸树高 BD，某人要 A 处测得树顶 B 的仰角为 15°，然后朝 BD 前进距离 S，到达 E 处，测得 B的仰角为30°，求BD。由如图（5）易得出：$BD=\frac{1}{2}S$。现在要求你怎样以此完成本文开头的这个证明题？这时学生们通过仔细观察此图，发现它正是本文开头所提之例图形中的一个部分，于是很快联想到用此解决开头这个例题的方法之一就是构造含 30°角的 Rt△BED。

总之，教学中重视让学生观察题目的特征，引导学生寻找特征量与结论间的可能通道，展开丰富的有益的联想，敢于作出各种不同的猜想，然后再引导学生作严密的逻辑验证，反复进行，猜想变得越科学而大胆，联想则越丰富而灵活，学生的思维品质肯定会大大得到改善。

培养学生的思维能力

河北省高阳县龙化总校 宋金旺 郝江生 宫跃庄 苑洪泉

培养学生的思维能力是中学数学教学的重要任务，是加强素质教育，提高学生分析问题和解决问题能力的关键。九年制义务教育大纲明确指出，要把对学生的思维能力的培养作为中学数学教学的主要内容。那么，在初中数学的教学过程中，如何培养，提高学生的思维能力呢？

一、教师的教学活动要适应学生的思维特点

教育心理学的研究表明：青少年的思维发展分为三个阶段：直觉行动思维——具体形象思维——抽象逻辑思维。初中阶段是青少年通过具体形象思维逐步过渡到抽象逻辑思维的发展时期。因此，教师在数学的教学活动中，要适应并充分利用这个思维特点展开教学，以此逐步促进学生的思维发展。

（一）启发引导，使学生自觉完成由旧知到新知的过渡

利用旧知得出新知，促进知识的迁移、深化，这是由数学知识本身的特点和人的认识规律所决定的。在初中数学的教学过程中，教师要利用这个特点，遵循这个规律开展教学活动，通过旧知识与新知识之间的内在联系，启发引导学生，使学生获取新知识的过程变为学生的自觉行为。

例如，在初三几何关于“扇形面积”和“弧长”两个计算公式的教学过程中，首先对小学阶段学过的圆面积公式 $S=\pi R^2$ 和圆周长公式 $c=2\pi R$ 做了充分复习，使学生充分了解公式中每个字母所表示的意义及各个数量之间的关系，然后提出下面问题：把半径为 R 的圆的周角 360 等分后，1°的圆心角所对的弧长及所对应的扇形面积是多少呢？学生很容易答出分别是 $\frac{2\pi R}{360}$ 和 $\frac{\pi R}{180}$ 和 $\frac{\pi R^2}{360}$。接着又提出n°的圆心角所对的弧长及所对应的扇形面积又是多少呢？学生也不难得出结论分别是：$\frac{n\pi R}{180}$ 和 $\frac{n\pi R^2}{360}$，从而很容易、很自然地得出弧长公式 $l=\frac{n\pi R}{180}$ 和扇形面积公式 $S=\frac{n\pi R^2}{360}$。通过这样的教学过程，使学生能够把新知识与旧知识有机地结合起来，推陈出新，收到了良好的教学效果。

（二）教师的教学活动要适应并充分利用青少年学生的性格特点

青少年学生处于求知欲旺盛的阶段，他们好奇心大，富有想象力大，遇事总爱刨根问底，还喜欢发表自己的见解。教师在教学中，应充分认识学生的这个性格特点，并利用这些特点，发挥学生的学习积极性，促进学生思维能力的发展提高。

例如，在初中代数第三册关于分母有理化的教学过程中，为加深学生对分母有理化的深刻理解，我们安排了这样一个分母有理化的例题：$\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$，然后征求解法，一位学生按分母有理化的一般方法步骤很快写出了解题过程：

$$\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$=\frac{(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}=\sqrt{a}-\sqrt{b}.$$

还有不少学生用同样的方法进行了分母有理化。做完后，我对这种解答做出了“错误”的结论。许多学生感到十分意外，于是，我给出了另一种解法：

$$\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}$$

$$=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

这下学生们更茫然了，结果完全一样怎么错了呢？看到学生们的好奇心已经激发出来，于是，我便做了讲解：

因为当$a>0$，$b>0$，$a=b$时，$\sqrt{a}-\sqrt{b}=0$，原式分子、分母同乘以（$\sqrt{a}-\sqrt{b}$），也就是分子、分母同乘以零，根据分式的基本性质：分式的分子、分母同乘以一个不为零的数或式子时，分数值才不变，本题只有当$a\neq b$时才有$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq 0$，而本题没有附加条件 $a\neq b$，所以，第一种解法是错误的。而第二种解法应用了乘法公式中的平方差公式：$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$，就避开了分式的分子、分母同乘以$(\sqrt{a}-\sqrt{b})$的式子。用此种方法教学，学生印象很深，同时，启发学生在分析问题时要全面、细致、深刻。

二、培养学生形成良好的思维习惯

在教学过程中，通过任课教师的教育、启发、引导，使学生在学习过程中形成良好的思维习惯，对提高学生的思维能力是至关重要的。

（一）培养学生思维的广阔性

思维的广阔性，是指在思维过程中，全面地看问题，在教学实践中，要使学生着眼于事物间的相互联系，多方面多角度分析研究问题，要注意引导学生养成全面看问题和分析问题的思维习惯。

例如，对于绝对值意义的理解，在学习了“正数绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零”后，为学生加深对绝对值的全面理解，我挑选了许多有针对性的例题，如：当$|a|=-a$ 时，a 是什么数？学生很容易答出 $a<0$ 是负数，这种回答只注意了“负数绝对值是它的相反数”“a 的相反数是-a”，而忽略了“零的绝对值是零，零的相反数也是零”，因此得出“零的绝对值也等于它的相反数”这个结论。因此，正确答案应是$a\leq 0$。

（二）培养学生思维的深刻性

思维的深刻性，是指在思维过程中，不被表象所迷惑，而应深入地研究问题，能从纷繁复杂的表象中，发现最本质的问题。在教学过程中，通过易混概念的比较，解答方法的辨析，加强对学生思维深刻性的培养。

例如，初一代数中学习了“倒数”概念后，让学生讨论命题：a 的倒数是$\frac{1}{a}$，如果学生不联系分数除法中“分母不能为0”的知识，可能认为这是

正确的。其实，a的倒数是$\frac{1}{a}$必须具备条件：$a \neq 0$，否则，命题是错误的。

（三）培养学生思维的灵活性

思维的灵活性是指在思维过程中根据客观条件的变化情况及时地用发展的观点对待事物。在教学中，通过多种形式的变式训练，加强对学生思维灵活性的培养。

变式训练的形式是多种多样的。如在初一代数一元一次方程的应用教学中，可采用“填未知数”“改换条件”“要求用不同的相等关系列方程”等方法来教这部分知识。如应用题：

甲从 A 到 B，以每小时 5 千米的速度行走，2 小时后，乙骑自行车从 A 出发追甲，自行车速度为每小时 14 千米，结果二人同时到达 B 地，求 AB 两地距离。当学生列出方程：$\frac{x}{5} - \frac{x}{14} = 2$后，紧接着改换条件：若甲比乙先到半小时，$AB$两地距离又是多少呢？学生在原来思维的基础上不难列出方程$\frac{x}{5} - \frac{x}{14} = 2 - \frac{1}{2}$。从而把一个较复杂问题简单化了。

（四）培养学生思维的独立性

思维的独立性是指一个人在思维过程中不盲目随从别人，不依赖别人，也不迷信权威，而是独立地运用自己的大脑去分析、思考问题、寻求正确答案。只有善于独立思考，才能对事物做出正确的评价。世界著名天文学家哥白尼也只有在批判地学习前人知识的基础上，通过自己长期地观测、分析、研究，才推翻了统治欧洲几百年的“地心说”，极大地推动了天文学的发展。

（五）培养学生思维的创造性

思维的创造性是指在思维过程中，最大限度地发挥个人的主观能动性，用发展变化的观点观察事物、分析问题，做到去粗取精，去伪存真，完成由表象到实质，由具体到抽象的飞跃，创造性的思维是科学技术得以发展的基础，是人类社会发展的条件。因此，在学校教学工作中，应从小就逐步培养青少年学生思维的创造性。在教学工作中，要注意引导学生逐步掌握“综合”“归纳”“总结”等学习手段，在此基础上，形成自己的观点和看法。

如在学习“圆”一章，不少学生对如何添加辅助线感到比较困难，我们就针对这个难点进行了大量的探讨分析，与同学们一起总结归纳出一套行之有效的方法，还编成了顺口溜：见了圆，别为难，首先要把半径连，两圆相切作公切，两圆相交作公弦；相切相交仍然难，千万别忘连心线。

培养学生的思维能力，方法是多种多样的。要根据学生的具体情况采用适当的，科学的方法。这就要求教育工作得在教学实践中，多研究探讨好的教学方法，最大限度地提高学生的思维能力。

浅谈数学教学中的“转化”作用

浙江淳安梓桐镇中心小学 胡国柱

“转化”是重要的数学思想。教师面对意外发生的情况，敏感地洞悉学生思维活动的态势，迅速作出反应。及时地采取恰当措施，是处理问题的一种教学艺术。要培养学生的思维能力，必须有一个科学的“转化”途径，也就是开拓知识面，实现从“未知”向已知的转化过程。“转化”能充分发挥学生的主体作用，能培养学生独立获取知识的能力，为提高素质教育服务。现就“转化”的形式谈几点粗浅的看法。

一、“新旧”转化

1．由旧及新的转化。认知结构中是否有适当起作用的观念可以利用，是否重视基础知识的转化，是决定新的学习与保持的重要的认知变量。因此，教学时，教师要研究学生原有的认知结构，紧扣教学目标，处理好“放”与“导”，即把教师的主导作用与学生的主体作用有机地结合起来。如：在教复杂的分数除法应用题可由简单的分数除法应用题转化而来。①某校有男生500 人，女生 450 人，女生人数是男生的几分之几？这是分数除法应用题的基本知识（对应量÷标准量=对应分率）。根据数学逻辑推理，由旧知向新知转化；②某校有男生 500 人，女生 450 人，女生比男生少几分之几？③某校有男生 500 人,女生 450 人,女生比男生少的人数占全校学生数的几分之几？这些题目的条件相同，但问题却越来越深。让学生独立解答这些问题，能取得事半功倍的教学效果。

2．由新及旧的转化。新知识又可以转化为学生已学过的旧知识，这就要根据知识间的内在联系，从知识、思维、学法等角度去精心设计好练习题。如在巩固“比例的意义和性质”时设计的一组多功能练习题。让学生去观察结构特征，发掘内在联系。

①$2:4$ ②$6:3$ ③$1.5:4.5$ ④$\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$

⑤1∶0.5 ⑥0.1∶0.5 ⑦20∶4 ⑧2∶6

这一组多功能练习题，在课文中能发挥三次作用。

①回顾求比值。（为巩固新知“比例的意义和性质”作铺垫）

②巩固比例概念，找出能组成比例的组数。

（1）$2:4=\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$ （2）$1.5:4.5=2:6$ （3）1∶0.5=6∶3

3．巩固新知“比例的性质”。让学生用上面的式子转化成正反两个方面加以验证。

因为$2:4=\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$，所以$4\times\frac{1}{4}=2\times\frac{1}{2}$，即$1=1$。

因为 1.5∶4.5=2∶6，所以 1.5×6=4.5×2，即 9=9。

因为 1∶0.5=6∶3，所以 1×3=0.5×6，即 3=3。

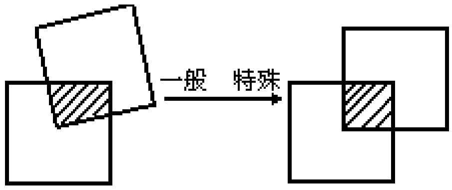
从 20∶4≠0.1∶0.5 这个式子可以说明：因为 20∶4≠0.1∶0.5，所以 4×0.1≠20×0.5。

由新及旧的转化显然能起到引入、深化、巩固和综合比较的作用。

二、特殊一般的转化

当教师原来有意设计的图形列式计算，难度超过学生接受能力时，教师

要启发学生自行操作，把一般的图形转化成特殊图形，着力培养学生的分析、操作能力，对拓开学生思维的敏捷性是有作用的。如下图：两个正方形的边长均为 4 厘米，一个正方形的顶点位于另一个正方形的中心，求阴影部分的面积。



当学生困惑时，教师只需要求观察图形，用自作的二个正方形旋转摆放，使一个正方形的顶点也位于另一个的中心，但它们的边互相平行。这时阴影部分的面积就明显了。面积为$4\times4\times\frac{1}{4}=4$（平方厘米）。这一恰到好处的点拨，使学生茅塞顿开，问题迎刃而解。从而使全班同学均衡地发展思维，为主动地获取知识提供素材。

三、顺向向逆向转化

思考问题的方法是多种多样的，有些应用题的解答方法是采用“倒剥皮”的方法更为简便。在学生顺解后，再启发学生逆向思考，持顺思逆，有利于培养学生解题策略上的转化，优化了思维意识。

如：一桶油第一次用去了$\frac{3}{7}$，第二次用去余下的$\frac{1}{4}$，还剩18千克，这桶油原来重多少千克？

〔提示：找出 18 千克的对应分率〕

顺解：$18\div[1-\frac{3}{7}-1-\frac{3}{7}\times\frac{1}{4}]=42$（千克）

〔提示：把余下的量也看作单位“1”〕

逆解：$18\div(1-\frac{1}{4})\div(1-\frac{3}{7})=42$（千克）

四、繁简转化

解题策略的优化，引导学生善于运用知识进行由繁到简的转化，是培养小学生创造性思维的有效途径。这不仅在于思维角度的恰当，知识的灵活运用，而且在于思维的敏捷性。

如：第一钢厂今年头 3 个月节约电 375000 千瓦特小时，照这样计算，一年（12 个月）可以节约电多少千瓦特小时？因为头三个月是第一季度，一年有四个季度，因此，不需要用月来计算，而采用季度作单位计算简便。以“季”单位代替“月”单位来计算，虽然在计算上只省略一步，但是，在思维上却跨越了一大步。有计划地逐步增加思维跨度的训练，对培养学生思维是起作用的。

五、难易转化

由难及易的转化。有些数学题中的条件因为不是直接给出的，而是隐在其中，这就增加了思考的难度。针对这一问题，教师要启发学生，观察已有的条件，还缺少什么条件，需要我们急待解决的问题是什么，让学生依据题意去思考。

如：把平行四边形分成两部分，已知梯形的面积比三角形的面积多 13.6

平方厘米，梯形的高为 2 厘米，求下底 ED 是多少厘米？

当学生困惑不解、难以入手时，教师提示学生要添辅助线，使学生解决这道题有了明确的思路，扩展了思索的范围，列出了梯形下底为 13.6÷2=6.8（厘米），这样既提高了学生的兴趣，又培养了学生的设想能力。对学习难题有了信心。

六、现象与实质的转化

增加思维跨度的训练，这不仅在于减缩一两步运算，而在于从整体上观察、分析、把握问题的实质，摆脱非本质的迷惑，为从现象向实质转化提供了方便。如：一辆货车从甲地到乙地，原计划每小时行驶 35 千米，6 小时到达。实际上只用了 5 小时就赶到乙地，实际每小时比原计划多行驶多少千米？

此题，从现象角度来分析，应当用实际每小时的速度减去原计划每小时的速度，而实际速度必须是两地路程除以实际行驶的时间。即 35×6÷5-35=7（千米）。

一旦学生分析并掌握这一现象的来龙去脉，不妨再来一次透过现象来看该问题的实质。

从实质角度来分析，原计划 6 小时到达，实际只用了 5 小时，提前了一小时。这一小时应行的路程，应该平均分在 5 小时内行驶，所以每小时应比原计划多行驶 35÷5=7（千米）。

此法一出现，学生立即活跃起来了。“实质”的简便，使学生大开眼界，开拓了思路，以后解题就不会局限于例题了。全体同学也有了新的认识。

“转化”是开拓思路的过程，起到优化课堂、提高素质的作用。

“转化”形式是多种多样的，为了提高学生的思维能力，需要我们在以后的进程中去探索研究。

数学能力培养

——数学语言的识别和应用

江西省铜鼓中学 马敢飞

多年来，很多人都在研究数学能力的问题。数学能力是顺利完成数学活动的那些稳定心理特点的有机结合——既含智力因素（特别是思维品质）成分，又含能力因素（特别是操作能力）成分。《中学数学大纲》中明确规定“要重视能力的培养”，在数学中要根据数学本身的特点，着重培养学生的运算能力、逻辑能力和空间想象能力。要使学生逐步学会分析、综合、归纳、演绎、概括、抽象、类比等重要的思想方法。同时要重视培养学生的独立思考和自学能力。而以上这些都离不开数学语言的识别和应用。根据恩格斯的经典定义：纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，为了能够从纯粹的状态中研究这些形式和关系，必须使它们完全脱离自己的内容，于是便导致了符号的出现：用特殊的数学符号进行运算、数量、数量关系和空间性质的习惯符号的指定。从而把数学对象所共有的基本关系和联系的结构描绘得更加精确和完整。

数学同其它学科一样，有它自身的语言系统。数学语言以文字、符号、数字、图形等为词，以这些“词”之间的逻辑联系和表述规则为“语”法。中学数学中数学语言有文字语言、符号语言、图象语言、集合论语言和数理逻辑语言等。

数学语言既是数学学习的内容，又是数学应用的工具。学生在学习数学的过程中，要准确交流数学思想，正确表达数学观念，进行数学的推理、论证等都不可避免地会用到数学语言。学生要能顺利地进行数学学习，就必须具备较强的识别理解和应用数学语言的能力。因此教师在数学教学活动中，必须加强识别理解和应用数学语言能力的训练。

一、数学语言的识别和理解

学生的概念思维首先表现在识别和理解数学语言，它包括把普通语言转化为数学语言，对数学语言进行正确的解释，明确语言的内涵。

1．理解语言的意义

著名数学教育家弗赖登塔尔指出：“学生必须有意识地使用代数语言，不仅会使用公式，还要知道为何这样用而不那样用，否则代数将成为无意义的游戏。”事实上，他的话对数学语言的学习也有同样的意义。就像高一代数开篇——“集合”这一节，就是先指定（引进）集合与集合的表示法和集合的关系的符号。

如：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A、B 的交集，记作 $A\cap B$。由于学生刚刚接触到集合这一概念，对属于这个词还不能正确理解，所以对书本上交集的概念只能停留在记忆上，而不能真正理解。若我们改一种说法：由集合 A、B 所有公共元素组成的集合叫做集合 A、B 的交集，则学生比较容易接受。又如高一代数上册第 8 页例 4：

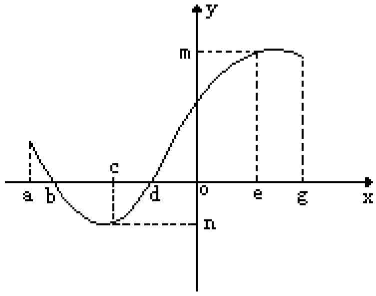
设 $A=\{(x,y)\mid 4x+y=6\}$，$B=\{(x,y)\mid 3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$。

由于学生刚刚学习集合这一内容，对集合表示法（特别是描述法）的含义不很清楚，特别是能力差的同学对给出的集合 A 或 B 的意义不理解，不能准确地把符号语言解释出来。因而对这道题束手无策。而能力强的同学则能把 A 这一集合符号准确的理解为“二元一次不定方程的所有解的集合”或“直

线 4x+y=6 上所有点的集合”，所以能顺利求解。

2．明确语言的内涵

数学语言（如符号语言）简洁、抽象、概括（如图象语言）、直观。它的丰富内涵没有语言本身明示，而要另用文字语言叙述。



如我们应该从函数 y=f（x）的图象中读到：

（1）函数的定义域为（a，g），值域为〔n，m〕。

（2）函数在 x=c 时有极小值 n，x=e 时，有极大值 m。

（3）函数在〔a，c〕，〔e，g〕上单调递减，在〔c，e〕上单调递增。

（4）在 x=b、d 时，f（x）=0，在 x∈（b，d）时，f（x）＜0；在 x∈（a，b）∪（d，g）时 f（x）＞0。

（5）函数是非奇非偶函数。

以上这些理解在学生的学习活动中是至关重要的。

3．排除数学语言之间的相互干扰。

数学语言特别是符号语言，由于某些旧符号与新符号之间存在着一些表面上的形似，使得一部分学生在识别和使用数学符号时出现错误。如：$\log_a$（b+c），sin（A+B）与 c（a+b）外观形状非常类似，即使教师在教学中反复强调其不同，但有一些学生先入为主，从第一印象中就主观的认定 $\log_a$（b+c），sin（A+B）和 c（a+b）=ca+cb 一样，而写成 $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$，sin（A+B）=sinA+sinB。因此教师在教学中要帮助学生弄清新旧符号的区别，并通过特殊值来加以验证，从而排除学生的误解。

二、数学语言的识别和应用

在学生解题的运算、推理论证过程中，首先要对解题的信息用数学语言进行准确表述，或者把实际问题转换为数学语言，用符号、字母、图象表示每个概念的含意，以便进行正确推理及运算。

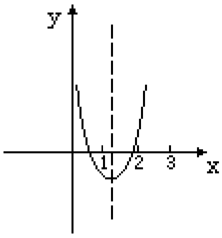
1．纯数学语言的转换和应用。

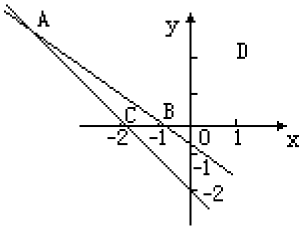
在数学中同一概念，可以用不同的数学语言加以表达。如椭圆方程可以用标准式：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，可以用极坐标 $\rho=\frac{e\rho}{1-e\cos\rho}(0<e<1)$，还可以用复数｜$z-z_1$｜+（2a＞｜$Z_1Z_2$｜a∈R，z，$z_1$，$z_2$∈C）。每一类语言都有它自身的结构、模式、特点，而它们又互相沟通，善于进行语言的转换，很多数学问题只要稍微作一点语言转换，问题的本质特征就显示在眼前。

例：实系数方程 $x^2+ax+2b=0$ 的一根在（0，1）之间，另一根在（1，2）之间，求 $\frac{b-2}{a-1}$ 的范围。

分析：若直接利用求根公式或韦达定理，则步履维艰，若把数的关系转化为图象语言，则条件便转化到图象上，令 f（x）=$x^2+ax+ab$。

可得$\begin{cases} f(0)>0 \\ f(1)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$ 即$\begin{cases} b>0 \\ 1+a+2b>0 \\ 2+a+b>0 \end{cases}$

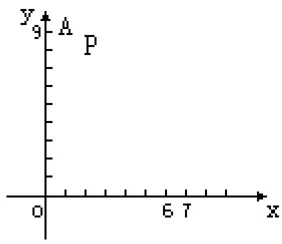




它是（a，b）所要满足的条件，用图象表示点（a，b）的区域是△ABC的内部，又可理解$\frac{b-2}{a-1}$的几何意义为点（a，b）与点（1，2）连线的斜率，易知$0=K_{AD}<\frac{b-2}{a-1}<K_{BD}=1$。

2．实际问题与纯数学语言的转换和应用。

随着 1993 年高考中出现应用问题到 1995 年、1996 年将应用问题列为解答题，数学应用意识得到了加强。高考复习也把应用意识的培养作为一个重要内容。尽管如此，1995 年第 24 题得分率仅为 32%，1996 年文科第 24 题得分率为 9%，理科第 23 题得分率为 31%。而这些应用题，失分的关键不在数学本身，而在于数学语言的表达能力以及数学的阅读理解能力。如上海市 1996 年高考数学第 20 题：



在如图所示的直角坐标系中，一运动物体经过点 A（0，9），其轨迹方程是 $y=ax^2+c$（a＜0） D=（6，7）为 x 轴上给定区间。

（1）为使物体落在 D 内，求 a 的取值范围。

（2）若物体运动时，又经过点 P（2，8.1），问它能否在 D 内？并说明理由。

在本题中，不是常见的“在函数中已知参数 a 的取值范围，求自变量的取值范围”。而一改传统，将命题中的条件与结论逆换，并冠以“运动、轨迹，物体落在 D 内”等概念。那么有很多同学被这些概念所迷惑，难以下笔。事实上，如果去掉最起码的联系实际的包装，用纯数学语言加以表达：设抛物线 $y=ax^2+c$（a＜0），过点 A（0，9）。

（1）若抛物线与 x 正半轴交点在（6，7）内，求 a 的取值范围。（2）若抛物线又经过点 P（2，8.1），问抛物线与 x 轴正半轴交点是否在（6，7）内？并说明理由。

则这道别开生面的新题就成为司空见惯的问题。

总之，我们在数学教学中一定要注重数学语言的教学，充分发挥数学语言的工具作用。使学生能准确理解数学语言，正确使用数学语言，为数学学

习铺平道路。

关于数学教学的素质化研究

浙江省绍兴县斗门中学 朱国荣

全面实施素质教育是国家强盛的需要。我们必须把“应试教育”逐步转轨到“素质教育”，使我国的教育跃上新台阶。

数学教育是整个学校教育的重要组成部分之一，由于实施九年制义务教育，必有一部分“慢生”出现。素质教育必须让每个学生的个性都得到和谐、充分的发展。一方面，要把成绩差的学生打好基础，让学生能通过对所学知识内化，达到学生的正迁移；另一方面，又要考虑少数优秀的学生，让他们继续冒尖，出类拔萃，那面对水平参差不齐的几十名学生怎么办呢？

一、改善教学结构

（一）分层教学。由于学生的认知基础差异，反映在学生成绩上，大致形成好、中、差三类。对此我采取分类施教的办法，目的是让不同类学生在不同程度上学有所得。具体做法如下：

1．划分层次。教师先摸清学生的特点和基础，对学生进行较客观的分类，分为 A、B、C 三类，基本上能体现差、中、好三类。

2．分类设问，分类施教。针对这三类学生提出不同的目标，在课堂上设置一些从易到难问题，基础题由 A 类学生回答，稍难题由 B 类学生回答，提高题由 C 类学生回答，这样使每个学生都能充分发挥自己的能力。在教学时要充分顾及三层次，补充和解释三类问题。

3．分类练习、测试，分类指导。备课时每节课都要精心设计一些与例题类似的变式题，分 A、B、C 三类，然后由各类学生进行板演，对反馈出来的信息及时分类指导、矫正。另外，测试和作业也分层次，这样有利于提高学生的信心。每一章上完后，每个学生出一份试卷，A 类学生出的试卷由 A 类做，依次类推，并让做好后由命题者改。

4．调整层次。经过一段时间教学，各类学生会出现一些变化，教师要及时鼓励学生向高一层次发展，但也可能有个别学生进入低层次，尽可能使所有学生随时处于最佳学习状态中，使每类学生学习感到轻松快乐。

（二）实施小组教学。分小组目的是为了提高学习效率，激发全体学生的学习兴趣，使教学成为一个充满活力和激情活动。具体做法如下：

1．确定组长，明确职责。一般平均每组为 4—6 人，由 C 类学生担任组长。要求组长对本组成员尤其 A 类学生加强进行自学情况、作业情况、错题汇总簿等方面督促和检查，同时及时解答 A、B 两类学生遗留下来的问题，这样促进了“慢生”的转化和进步。

2．组员确定。把全班学生分成 A、B、C 三类后公布，由组长自己去挑选，为使分组公平化、合理化，把 A、B 两类尽量平均分到各组，使各组实力接近。

3．开展竞赛。教师把各组名单及类别列成表格形式，各组之间同类学生进行解题、答问竞赛等。具体项目有：必答题（板演）、抢答题、出题解题擂台赛等，这样能唤起滞后生的参与意识，激发他们的学习热情和学习主动性。

4．考核评比。每一学期对各小组考核两次，成绩好的组要表彰，每人追加平时分；成绩差的组要批评，每人扣平时分，对连续出现 5 个错的学生要降级处分。这样有利于小组整体水平提高，有利于小组内形成精诚合作，你追我赶，共同提高的局面。

二、培养学生自学能力

素质教育侧重于人的素质培养和发展。教师在授之以鱼同时，更重要的是教之以渔，要培养学生的自学能力和进取精神，让他们能终身学习。

由于初中学生自学能力差，学生普遍没有看书习惯，教师要分步进行引导学生自学。

（一）依靠教师自学。教师先向学生介绍名人自学成才的故事，同时指出科学的思维方法和学习方法，讲明主动学习好处多，然后领着学生由粗到细地阅读。粗读为了解一些数学概念，如定理、公式、法则、数学符号和术语等；细读为了使上述基础知识不仅能再认，而且能再现，能学会知识的应用。

（二）指导学生自学。这一阶段中教师针对教材的教学目的和重点、难点，给学生布置自学提纲，主要以思考题形式出现，并要充分体现 A、B、C 各层次的梯度性，这样让学生有的放矢地自学。

（三）学生基本独立自学。这一阶段中教师先不出问题，但要求每位学生在课外写份自学笔记，内容有：①本节出现的定义、定理、公式、法则、符合和术语等；②在分析例题时，在哪个地方较难或看不懂，用线条在课本中划出来，以便在讲解时更加集中精力听；③找出本节课中最容易错的地方；④其他还有什么问题需要在课堂上提出来；⑤对本节课小结。

三、优化组合教学过程

素质教育讲究知识的入门教育，教师在课前 5 分钟左右时间，利用多种形式来唤起学生的数学兴趣和学习欲望。

（一）思维体操 广播操可锻炼身体，而思维体操可锻炼“脑体”，具体操练如下：

1．设置悬念。悬念从心理学角度讲，就是人们心理活动中的一种强烈想念和紧张心理。这种心理活动，具有很大的诱惑力，给人造成一种急于求知的情境。教师可从生活实际中引出问题，结合课内知识，设置悬念。如在讲三角形中位线定理前，先出这样一题：怎样测量一条河的宽？学生们一定会提出很多答案。但能不能用其他方法来测量河的宽呢？回答是肯定的，学生们都感到惊讶，然后引入新课。

2．设置悖论。矛盾和困难是最好的教具，引入悖论目的，为了培养学生们的执著探索积极态度。如在讲 Rt△全等的判定一节中，可先复习三角形全等的 SAS 定理。然后出这样一题：在两个 Rt△中，若它们的斜边和一条直角边对应相等，能否判定这两个 Rt△全等呢？学生们可能会作出否定回答，但事实上这两个 Rt△是全等的。这样就产生了矛盾，从而产生强烈追求原因的原望。

3．以旧引新。为激发学生回忆已有知识，试图解决问题的欲望，吸引学生的注意力，这样复习了旧知识，又为学习新知识打下埋伏，为新知识出场而布置好舞台。

4．安排故事。介绍古今中外数学家小时候读书方法和探索数学规律而呕心沥血的动人故事，培养学生不甘落后，勇于进取，敢于创新的心理品格。

（二）优化组合教学方法。教学方法是在教学过程中，教师和学生为实现教学目标，完成教学任务而采取的教与学相互作用的活动方式总称。现代教学论要求是，不仅要传授知识，更重要的是发展学生的智能和培养学生的实际操作能力。教学方法的划分有多种多样，从教师主导作用和学生主体作

用的发挥程度可分为四种基本教学方法：讲授启示法、问题研讨法、引导探究法和应用实践法。

1．讲授启示法。这种方法是以教师讲授为主，学生通过听来接受知识。在讲授时要从大部分学生的认识水平出发，注重启示不同层次学生的思维活动。此法的优点是耗时最省，但学生动口、动手机会较少，适用于信息性教学内容和难度稍大的例题讲解。

2．问题研讨法。这种方法是以学生提问题和教师出问题结合起来。问题教学的基础是思维源于问题。教师要创造机会让学生提出问题，鼓励学生讨论问题，强调用脑子读书，克服思维的惰性，充分调动学生的非智力因素，让课堂充满求知欲（问题意识）和表现欲（参与意识）。教师在设置问题时要充分体现 A、B、C 三层次的难度，让不同学生能有“跳一跳摘到桃子”的感觉。但这种方法比较费时，适用于学生自学后难度适中的教学内容。

3．引导探究法。这种方法注重学生在学习过程中的体验性。能充分发挥学生的主观能动性，积极调动学生动脑、动口、动手、动眼等各种思维器官，从特殊事例中进行洞察、展望、分析、归纳，然后进行验证。学生取得初步成功后，会对学习产生浓厚的兴趣，使他们的创造性思维和迁移力都大得到发展。但由于教材内容的制约，运用时难度较高，适合于难度不太大的公式和定理的结论得出和证明。如在讲圆周角定理之前，可先引导学生用量角器量一下，当圆心角度数分别为 180°、90°、60°时所对弧上的圆周角的度数，然后找出规律，猜想结论。

4．应用实践法。这种方法要求学生运用已学过的知识，来解决具体实际问题。同时为了巩固知识技能和技巧的方法，检查学生掌握知识的程度，教师先出一组变式题进行多题一解，举一反三；一题多解，触类旁通，培养逆向思维能力和发展思维能力各小组同类学生间互相出题、评议，还可以进行擂台赛、抢答比赛等多种形式，但由于学生练习时间长，适合于习题课、复习课或知识应用课。

教学的优化组合有两个基本标准；其一是效果与质量的标准：其二是时间标准。即教师用尽可能少的时间完成教学任务，发挥最大的效率，学生获得最大限度的发展。由于每节课的教学要求、内容均不相同，教学方法也随之改变，不能一成不变，而且素质教学的课堂教学目标是多元化的，所以必须把多种教学方法结合起来，不同的课要安排不同的教学方法。

（三）信息交流的立体化。根据信息反馈原理，任何系统只有通过信息反馈，才能实现控制。课堂教学过程实质上就是教师和学生之间进行信息传递和反馈调控的过程。教学中师生之间信息传递有四种模式：

1．单向式。教师与学生保持单向的信息传递，教师通过这种模式，来传授知识，解释疑难，学生只能接收信息。适用于讲授启示法。

2．双向式。教师和学生既发出信息出接受信息。教师出题后由学生解答，从反馈信息中及时指出错误，帮助纠正。适用于问题研讨法和引导探究法。

3．多向性。教师与学生保持双向教学信息传递，同时允许学生之间进行信息交换。各小组内由组长负责进行适当规模的讨论，寻找解题方法。对有疑虑问题，组长作进一步解释；若组长也不会做的题，可向教师提出，然后集中讲解，适用于问题研讨法和引导探究法。

4．环节。教师成为教学信息传递中心，教师与小组、小组与小组教师与学生、学生与学生都有发生信息和接受信息的过程，促进全班同类异组学生

进行双向信息传递。在教师启发引导下，学生积极主动地解决问题，教师从输出教学信息过程中以及从学生输入教学信息的反馈过程中，及时获取各种反馈信息，摸清学生的思路，进行诊断性练习，以便及时矫正。适用于应用实践法。

在教学过程中，首先要选择好教学方法，改变传统的讲台与课桌间经纬分明的界线，要有利于师生间、学生间的教学信息沟通，以便教师准确、全面、及时地接收各方面信息，有效地调节和控制教学活动，提高教学效果。

（四）小结 由各小组长轮流对每一节课进行小结，着重讲①本节课重点与难点；②指出哪些地方容易搞错；③解回思路是什么。若另外组有反对意见则可提出修改，教师补充完整。

总之，素质教育要教会学生会学习、会生存、会创造，要发展学生的智能，培养学生的交际能力。教师要改善教学结构、指导学生学习方法，优化组合教学过程，实现以教师为主导与学生为主体的统一、知识掌握与智能发展的统一、个性发展与全面发展的统一，为我国走向现代化培养高素质的人才。

教学过程中如何引导学生思维

浙江省文成县双桂乡中心小学 雷昌强

在教学领域中，如何在传授知识的过程中发展学生智力，培养学生能力，是广大教师议论的中心。而培养思维能力又是培养和发展学生智力的核心。下面我就在小学数学教学过程中如何启发学生思考，培养思维能力，谈谈自己一些粗浅的看法，供大家参考。

一、巧设情境，促进思维

数学是一门抽象性较高的学科。因此，我们要精心设计教学过程，利用现代教学媒体（幻灯、投影、录像、图画、录音等）和讲故事、游戏、表演、竞赛等教学手段，创设出趣味横溢的情境，点燃起学生心中学习动力之火，引发学生探求知识奥秘的愿望，引导学生积极主动去思考问题。

如教学“分数的大小比较”时，一上课就先让学生听故事：

师：小朋友，你们爱听故事吗？

生：爱听！

师：好，老师讲一个唐僧师徒四人去西天取经的故事。不过听完这个故事，要请小朋友们回答问题，你们注意听了。

有一天，天气非常热，孙悟空叫猪八戒去找西瓜来解渴，不久，八戒浑身汗淋淋地抱着个大西瓜回来。悟空说：“为了公平些，每人吃 1/4 吧”，八戒瞪大了眼睛，满脸不高兴地说：“西瓜是我找来的，应该多分一点给我，我要吃 1/6，最少也要 1/5”，悟空听了直笑，连说：“好，好，”，马上切了 1/6 给八戒，大家高高兴兴在吃西瓜，可贪吃的八戒这时在一旁拍打着自己的脑袋，连说：“傻瓜，真傻！”这是为什么呢？……

（学生在下议论，气氛活跃）

师：今天我们就来学习“分数大小的比较”看看八戒傻在什么地方。一段生动形象的小故事，创设了最佳的教学情境，激起学生解疑兴趣，引导着他不由自主地进入问题的情境。

二、巧设疑问，激发思维

古人说：“学起于思，思源于疑。”未知欲往往是从“？”开始。因此课堂教学中，教师要善于运用设疑这一重要的教学手段，精心设计教学活动，不断地激发学生去生疑、释疑，从而使教学过程环环相扣，步步深入，把学生的思维引向“山外青山楼外楼”的境地。

如教学“圆的认识”时，这样引入：

师：你们在日常生活中见到哪些物体是圆形的？

生：圆桌子，杯口，硬币，车轮等都是圆形的。

师：对，不管什么车轮都是圆形的。假如我们将车轮改用方形，扁圆形可以吗？

生：不行，车子前进会发生困难，上下颠簸。

师：那么车轮为什么一定要用圆形的呢？（生答不上）这个问题同学们可能没有想过，这节课我们就围绕“圆”的特征来解决这个问题。（板书课题：“圆的认识”）

这样通过设疑引进新课，激起学生的求知欲，他们期望着给予解答，同时，他们也很快进行思考。

三、动手操作，启迪思维

“手和脑之间有着千丝万缕的联系，手使脑得到发展；脑使手得到发展，使之变成思维的工具和镜子。”因此，在教学过程中，有目的有组织地让学生摆一摆、画一画、折一折、量一量等实践活动。使他们在“动”中学，“动”中思。

如教学“有余数的除法”时，这样来安排：

师：小朋友，这节课，我们来做一个分苹果的游戏，好吗？

生：好！

师：请小朋友把准备好的 9 个“苹果”与“盘子”拿出来，老师要求把 9 个“苹果”分装在“盘子”里。每盘放几个，由小朋友自己决定，但每个盘子里的“苹果”要一样多。大家要边动手分，边观察，看看分到最后的情况是怎样的。

（学生各自动手在桌子上分“苹果”）

师：谁说说，你是怎样分的？每盘分了几个？分了几盘？分到最后的情况是怎样的？并且说出算式。

生：（1）每盘分 3 个，分了 3 盘。9÷3=3（盘）

（2）每盘分 1 个，分了 9 盘。9÷1=9（盘）

（3）每盘分 9 个，分了 1 盘。9÷9=1（盘）

师：如果每盘分 2 个，会怎么样呢？小朋友试着分分看，边分边看看分到最后会怎么样。

生：（5）每盘分 4 个，分了 2 盘，还多 1 个。9÷4=2（盘）多 1 个。

（6）每盘分 5 个，分了 1 盘，还多 4 个。9÷5=1（盘）多 4 个。

（7）每盘分 6 个，分了 1 盘，还多 3 个。9÷6=1（盘）多 3 个。……

师：请小朋友比一比前三种分法与后几种分法有什么不同？

生：前三种分法，每盘分的苹果一样多，分到最后分完；后几种分法，每盘要也一样多，分到最后还有多余，余下苹果不够再分一盘了。

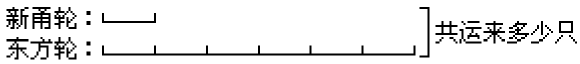
师：像后几种分法那样，每盘的也一样多，最后剩下来的那个数，就叫余数。今天这节课我们就来学习“有余数的除法”板书。

这样的操作活动就能引起和促进学生把外显的动作过程与内隐的思维活动紧密地结合起来，使之成为“动作的思维”与“思维的动作”，推进学生理解知识意义，发展了学生的思维。

四、寓新于旧，帮助思维

学生学习新知识、解决新问题，总离不开原有的知识经验，通过对原有知识的再认识与再应用，学生的思维更为活跃，这时若能及时地适度地引导学生把知识拓宽与引申，不但可以进一步完善和充实学生的认识结构，而且可以极大地激发学生的学习兴趣，开阔学生的视野，促进学生思维的发展。当然这里的拓宽与引申必须把握时机，掌握尺度，只有当学生求知欲望的勃发如弓上之弦，新知识的推出已成瓜熟蒂落之势时，才能收到理想的效果。因此，教师要找准新知识在旧知识上的“连接点”，并围绕“连接点”，组织准备题，让学生在习旧的基础上不知不觉地进入新知识学习，从而有效地促进学生思维的发展。如教学“几倍求和”的应用题时。先出示准备题：(1)新甬轮运来集装箱是 250 只，东方轮运来的集装箱是新甬轮的 6 倍。东方轮运来集装箱多少只？全体学生练习，指名板演，并要求说出列式的依据。250×6=1500（只）答：东方轮运来集装箱 1500 只。生：求一个数的几倍是多少用乘法。（2）新甬轮运来集装箱 250 只，东方轮运来的集装箱 1500 只，两

艘轮船共运来多少只？学生板演，其余随练：250+1500=1750（只）答：两艘轮船共运来 1750 只。师：准备题（1）（2）有什么相同点和不同点？生：第一个条件相同，第二个条件和问题不相同。师：去掉第（1）题的问题和第（2）题的两个条件，就成了下面的例题：例 1：新甬轮运来集装箱 250 只，东方轮运来集装箱是新甬轮的 6 倍。两艘轮船共运来集装箱多少只？A、生读题后讲出条件和问题 B、画出线段图



C、例 1 与准备题(2）比较有什么不同？D、要求两般轮船共运来集装箱多少只？先求什么？根据哪两个条件求？再求什么？

E、谁能列式解答？指名口述，教师板书并提问算式的意义，理解“250”为什么要用两次。

这样的提问，使学生在学到知识的同时，强化了思维训练，能力得到提高，亲身体验到学习数学的乐趣。

五、计算点拨，诱导思维

培养学生计算能力是小学最主要的内容这一。因此，在学生计算的过程中，教师进行适当的点拨，引导学生积极地思维。

便如教学“循环小数”时，可以这样进行：

师：请同学们用坚式计算下列两道小数除法题：

5÷3=　　　　　　　　　70.7÷33=

（集体练习，指名板演，——学生渐渐地显出不耐烦的神色，并小声交换意见，有学生陆续举手，……）

生甲：老帅，这两道题的计算怎么没完没了的？

生乙：这两道题真怪！除来除去总有余数？

师：大家能边算边观察边思考，真好！在除法计算中，总是有些题除不尽。如果大家耐心地再往下除几步，就会在余数与商的小数部分发现一种更为有趣的现象。

生 1：我发现第一题的余数老是出现“4”，商的小数部分老是出现“6”。

生 2：第二题余数不断出现的数字是有规律的，总是先“14”再“8”再“14”再“8”……

生 3 商的小数部分不渐出现的数字也是有规律的，总是“4”、“2”、“4”、“2”的。

师：对！这就是说，商的小数部分的数是依次不断重复出现的。

师：第一题如果继续除下去，商会出现什么数字？

生：还会不断出现“6”（师在横式上写上商 1.666……）

师：第二题如果继续除下去呢？

生：商里会不断的依次重复出现“4”“2”。

（师在横式上写上商 2.14242……）

师：现在，我们来观察这两个商的小数部分，它们从哪一位起，有几个数字在依次不断重复出现？

生 1：第一题的商，从小数部分的第一位起，有一个数字“6”在依次不断重复出现。

生 2：第二题的商，从小数部分的第二位起，有两个数字“4”“2”在依次不断重复出现。

师：余数与商的小数部分的数字依次不断重复出现，像这样的小数就叫做循环小数，这就是我们这节课要研究的内容。（板书课题：循环小数）

这样，学生对循环小数的本质意义已经有了充分而全面的感性认识，即可引导学生进入理性概括，展开抽象思维，理解循环小数的概念。

总之，教师在学生获取知识的过程中，要善于增趣、设疑、操作、联想、点拨，启发引导学生思考。只有这样，才能在传授知识的同时，教会学生思考方法，才能使学生的智能得到较好的发展。

启迪智慧　　培养能力

——再谈启读完讲练教学法

湖北省长阳县龙舟坪中学 覃守员

每个教师都在自觉不自觉地运用着启、读、究、讲、练的教学方法，其效果和感受各有千秋。

我以为：启就是启发思维，是教师根据教材内容并结合学生实际，创设和诱发问题的情境，启发学生的求知欲望；读是学生阅读教材，边读边思考问题；究是抓住教材的重点、难点，展开讨论和探究，让学生亲自参与探索和发现新知识；讲和练则是在启、读、究的基础上，教师进一步，揭示知识的内在联系和本质特征，抓住中心问题，深刻分析，精讲质疑，揭示规律，从而使学生对知识形成一个完整的逻辑系统，最后通过精心设计，组织练习，将知识应用于实践。

这种教学方法既适用于新课的教学，又适用于复习课的教学，不仅可用于一个小的教学内容，而且更适合较大单元的教学。我在多年的教学实践中，将“函数图象及性质”、“两角和与差的三角函数”、“等差数列与等比数列”、“多面体和旋转体的面积及体积”、“圆锥曲线的方程”等等，按单元进行教学，取得了一些成绩。下面仅以“圆锥曲线的方程”一单元的教学为例作点说明。

我将椭圆、双曲线、抛物线合为一个单元，大致分五个步骤进行。

一、启发引路。介绍本单元的概貌、知识发展线索及处理方法。我首先介绍了本单元的任务是研究圆锥曲线的标准方程和几何性质。接着指出研究问题的思想方法是选择恰当的坐标系，建立标准方程，把形的问题转化为数的问题（方程）来研究，再通过标准方程又把数的问题转化为形来讨论，进而研究这三种曲线的几何性质，并指出三种曲线的研究方法类同，以椭圆作为突破口。这样学生便能居高临下，为下一步阅读探究创造条件。

二、阅读探究。阅读不是简单看书，应按教师设计去阅读、去思考。我先让学生动手（事先准备好细绳、图钉、铅笔、三角板）绘出椭圆、双曲线、抛物线的图形，引出定义，并通过选择恰当坐标系，建立标准方程，然后引导学生分析标准方程，讨论它们的图形和几何性质。这一工作完全是放手让学生去完成，再组织学生交流各自的探究成果。多数学生能推导出它们的标准方程，但对几何性质研究得不够全面，这时再要求学生去阅读课文，并对照自己的研究结论是否正确，切实弄清各几何量（长轴、短轴、实轴、虚轴、焦点、焦距、离心率、准线、渐近线）的含义。在此基础上，让学生根据提纲边阅读边思考，以取得规律性的认识。

1．建立椭圆、双曲线、抛物线方程的思想方法是什么？它是怎样将形的问题转化为数的问题来研究的？

2.怎样从它们的标准方程的不同表达式中掌握它们的图形特征和位置关系？

3.确定它们的方程各需几个独立条件？椭圆、双曲线方程中的 a、b、c 和 e 有什么关系？它们的几何意义各是什么？抛物线方程中的 p 对抛物线有何影响？

还要求学生在阅读的同时，完成课本上的部分基础练习题。

三、精讲质疑。在阅读探究的基础上，教师作重点讲授、解惑和质疑工

作。我结合阅读提纲的思考题，着重分析建立各曲线方程的条件、方法、途径及曲线间的异同，使学生形成完整的知识系统。

四、题组训练。在精讲基础上精练，为此，教师必须精心设计和组织练习，要做到有目的、有计划地将重点、难点和方法集中表现出来，有针对性地进行训练。为解决“按给定条件确定圆锥曲线的方程”问题，我拟定了如下题组：

1．已知椭圆的中心在坐标原点，长轴和短轴分别落在坐标轴上，并经过点（6，0），且长轴是短轴的 2 倍，求其标准方程。

2．已知椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 的两个顶点在双曲线的焦点上，而双曲线的两个顶点又在椭圆的焦点上，求这个双曲线的标准方程。

3．抛物线 $y^2=2px$（p＞0）有一内接直角三角形，直角顶点在原点，一直角边的方程是 $y=2x$，斜边长是 $5\sqrt{3}$，求此抛物线的标准方程。

五、总结提高。由学生整理单元知识体系，总结方法和规律，写好单元小结进行交流，最后教师总结评讲。还可引导学生撰写小论文，使知识进一步深化。

上述五步是互想联系的，前三步是学生探究发现，获取知识的活动，后两步是将知识应用于实践而掌握技能。

实践证明，启、读、究、讲、练这种教学方法可以较好地调动学生学习的主动性，使学生由被动的接受变为主动探求，由被动的记忆变为主动的思考，并从中学会看书和研究问题的方法，学生思维得到发展，分析问题和解决问题的能力得以提高。

但是，也必须强调，启、读、究、讲、练五个环节是相辅相成，相互渗透的，其中，启是引路，读是基础，究是关键，讲是提高，练是应用。它不是固定模式，也并非是缺一不可的，教学中不能死搬硬套，平均使用力量，而应有所侧重，只有根据教材内容，结合学生实际，灵活运用，方能收到满意的效果。

倡导启、读、究、讲、练教学法，对巩固双基，培养能力，改进旧的教学方法也是十分有益的。

1．有利于使学生重视课本，重视基础知识的学习，掌握好基本概念、基本原理和基本方法，同时通过阅读探究，培养了学生的自学能力和学习习惯；

2．有利于培养学生独立获取知识和探索发现的能力，帮助学生掌握科学的思维方法，这样学生在研究问题时就能做到举一反三，触类旁通，自辟蹊径，方法多变，灵活运用；

3．尤其在当今改革的大潮中，它更有利于彻底改变教师满堂灌、包办代替、注入式的教学方法，迫使教师千方百计地引导学生去观察、分析、想象、发现和探索，迫使教师不断学习，不断更新自己的知识结构和教学观念，积极探索教改新路。

上述拙见，敬请指教。

中师生数学能力综合发展实验与研究

山东省东营师范学校 巩汝训 鞠锡田 丁彦开

一、实验研究的目的

本实验研究以辩证唯物主义为指导，遵循中师教育教学规律和中师教学特点，运用整体原理，探索中师数学能力综合发展的途径，形成切合中师数学教学实际，以发展能力为核心的课堂教学模式，促进中师生数学素质的全面提高。

二、实验研究的过程

实验从 1993 年 9 月开始，在 90 名新生中随机取样，均等分为两个班，随机确定一个班为实验班。根据效果、质量和时间、精力双优化的原则，实验班学生时间上的支出以不超过其他学生的学习时间为限。其他条件与另一个班相当。确定 1993 年 9 月至 1996 年 7 月为实验的第一个阶段。

三、实验研究的主要内容

（一）探讨中师生数学能力结构

关于数学能力的结构，国内外数学家、心理学家都有各自不同的见解，至今尚无定论。我们认为教师对数学能力结构的理解，直接影响着他对学生数学能力的培养。《中师数学教学大纲》指出：数学教学要培养学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力，以及运用所学知识解决问题的能力。通过学习与探索，我们认为北京师范大学林崇德教授提出的“数学能力是三种能力（运算能力、空间想象能力和逻辑思维能力）与五种思维品质（敏捷）性、灵活性、深刻性、独创性、批判性）的一个统一整体”这种观点比较全面。他还强调指出：三种能力与五种思维品质的关系不是并列的关系，而是一个开放性的动态系统，它们的交叉关系形成了十五个交叉点。这就为培养和发展学生的数学能力提供了操作性比较强的具体目标。

（二）探索发展学生数学能力的基本途径

数学教学实质上是数学思维活动的教学，而思维活动是学生知识、智力、情感共同参与的过程。我们在对数学能力结构作上述理解的基础上，探索出一条以概括能力为重点，以语言表达能力为载体，以非智力因素为动力的中师生数学能力综合发展的基本途径。

1．概括能力的培养。

概括能力是“数学三大能力”的基础。教学中我们主要采取以下措施进行培养：

第一，明确概括的主导思路，引导学生从猜想中发现，在发现中猜想。在教学中，我们注意分析教材的知识结构和学生的认知结构，主要弄清哪些是学生原有认知结构所适应并可以同化的，哪些是不相适应需要调整以顺应的，从而确定发现猜想的主要内容，设计好猜想发现的方案，并坚持在关键问题上放手让学生猜想、发现。

第二，通过变式、反思、系统化，积极推动同化、顺应的深入进行。发展思维的教学，不能终止于推理活动的完成，而必须在获得结论之后，加顾思维过程，检讨得失，展开想象，加强对原理、通法的认识，联系以往所学知识中有共同本质的东西，概括出带有普遍性的规律。为此，我们注意在课堂上抓好这几个教学环节。通过变式，引导学生从不同的方向、不同的角度、不同的情况来说明问题，使学生认识事物间的本质联系和区别，促进以概括

为基础的思维品质的发展；通过反思，推动同化、顺应的深入进行，使学生在学习知识过程中进行再发现、再探索；通过引导学生分析知识间的联系，发现不同的交接点，从多角度、多方面、多层次把知识系统化，提高学生的概括能力。

第三，在例题、习题教学中重视问题类化和预想解题方案。主要抓好两个环节，一是让学生熟练掌握基本题型、思路和方法。这是问题类化和预想解题方案的前提和基础；二是注意揭示解题的思维过程，只有将解题中尝试、否定、调整，直至成功的真实思维过程揭示出来，才能使学生将教师的示范逐步“内化”为自己的思维过程。

2．语言表达能力的培养。

促进数学思想的交流，是当今数学教育发展的方向。加强中师生语言表达能力的培养，不仅是培养学生从事小学数学教学能力的需要，而且是发展学生思维能力的重要途径。课堂上，我们注意引导学生讨论，要求学生回答问题，不仅要语言宏亮，普通话准确，还要思路清晰，言简意赅，表达流利。同时注意自然语言、数学语言的相互转化和有机结合。对深奥抽象的数学结论要求学生尝试用自然语言和数学语言表达出来，使学生在表达的过程中体验数学语言的魅力，加深对知识的理解和运用。

3．非智力因素的培养。

非智力因素是心理发展动力系统中至关重要的一个因素。没有内在动力的推动，发展任何能力都是不可能的。我们在整个实验过程中加强了非智力因素的培养。一是结合中师《心理学》课程的学习，使学生正确认识自己心理发展的状况，教给学生心理训练的方法；二是努力建立民主、平等、和谐、相互激励、共同向上的师生关系，使学生在友好的学习活动氛围中形成良好的思维品质；三是教学中采取多种形式激发学生的学习兴趣。通过上述措施，学生的非智力因素得到培养，为数学能力的发展注入了催化剂。

（三）实验总结发展学生数学能力的典型教学方法

教学方法是教学过程里最重要的组成部分之一，对学生数学能力培养有着重要影响。我们在实验过程中作了认真的学习和探讨，认为启发式教学是教学方法体系的指导思想，是一种重要的教学原则。因此，我们以启发式教学思想为指导，实验并总结了发展学生数学能力的典型教学方法。

1．“启发——讨论”式教学法。

这种方法的特点是：教师根据教学目标创设讨论环境，以学生为主体，针对知识点展开讨论，使学生在讨论中发展个性，提高能力。其教学程序为：①个体学习：教师精心选择材料，提出问题，指明重点、难点，学生自学；②群体探究：学生分成 3—6 人的小组，展开探究，推选主讲人发言；③相互讨论：对小组的发言展开讨论，教师启发引导；④归纳小结：师生归纳正确结论，形成知识网络。

2．目标教学法。

这种方法的特点是：以布卢姆的掌握学习策略为指导，依据课时教学目标优化课堂设计，注重教学变量的控制和反馈调整，强化课堂训练，提高学生当堂目标的达成度。其基本的教学环节为：①认定目标：教师出示教学目标，师生共同认定；②精讲点拨：教师精讲“新知识的新环节”，一切活动都要在教师的启发诱导下，经过学生的主观努力完成；③系列训练：精心设计训练题组进行强化训练，使学生在形成技能的同时，发展能力；④当堂检

测：对照教材目标，进行形成性检查，计算学生的达成度；⑤总结评价：归纳知识，总结规律，明确问题，使知识深化、升华。

四、实验研究的结果

实验在不加重学生负担的前提下，促进了学生数学基本知识的掌握，促进了学生能力的全面发展，得到了学生的密切配合。很多同学谈到三年来的最大收获是“主观上有了培养能力的自我意识和方法，并产生了将来在教学中培养小学生能力的强烈欲望。”实验初我们对学生学习情况进行了调查，其中对数学能力发展有认识的占 34%，有自我发展意识的仅占 18.5%，经过三年的实验，学生对能力发展非常感兴趣的占 46%，实验班的学生毕业后从事小学数学教学的人数远高于参照班。从两个班的入学成绩与结业成绩对比看也非常明显。

班级	人数（人）	平均分（）		标准差	
		入学成绩	毕业成绩	入学	毕业
实验班	45	90.87	76.70	12.03	9.81
参照班	45	91.64	73.3	9.14	10.19

结束语

在向素质教育转轨的今天，转变教师的观念，提高他们的素质尤为重要。而作为向基础教育输送师资的中等师范学校，我们必须率先进行教育教学改革。从这个角度看，我们进行的中师数学能力综合发展的实验与研究，对于“双向成才”具有重要而深远的意义。当然，由于水平所限，我们的探索还不够。我们将进一步总结经验，找出不足，改进措施，推进实验向更高层次发展。

浅谈数学解题中的创造性思维

湖南省永州市逸夫中学　蒋连明　冯玉珍

创造性思维是一种创新求异的思维，发展创造性思维是能力培养的一个重要方面，而解题是培养学生创造性思维的有效途径。本文试从解数学题这一侧面对此略加浅述。

一、求异创新

在数学例题中，要敢于打破常规，克服习惯性思维的束缚，跳出常规解法的圈子。

例 1 已知函数 f（x）=（x-1）a^x+b^x，g（x）=$xa^{x-1}b$，当 a、 b∈R^+， n∈N 时，比较 f（n）与 g（n）的大小。

本例常用比较法、数学归纳法，结合运用不等式（a^k—b^k）（a—b）＞0 可获解，但因为变形技巧性强，如不具有熟练的运算变形能力，是较难获得解答的，倘若从其结构特征入手，则可导即获解。

解　f（n）=（n—1）a^n+b^n，g（n）=$na^{n-1}b$

从幂指数及 g（n）的系数 n 入手，将 b^n 降为 b，则很快类比均值不等式，得

f（n）＝（n-1）　a^n+b^n

=$a^n+a^n+\cdots+a^n+b^n$

等号当 n=l 或 a=b 时取等号。

综合得（1）当 n=1 或 a=b 时 f（n）=g（n）（2）当 n≥2，n∈N 且 a≠b 时 f（n）＞g（n）．

不难看出，这一解法简捷多了。

二、数形结合

有些问题，单纯从“数”的角度去分析探求，需要分类讨论，运算繁冗，但如能构造出直观图形来刻划问题的条件和结论，则错综复杂的关系往往清晰可辨，解题思路顿开。请看下例：

例2 当$0<a<1, 0<b<1$，证明：$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(1-a)^2+b^2}+\sqrt{(1-b)^2+a^2}$

$+\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2}\geq 2\sqrt{2}.$

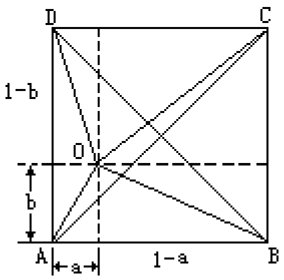


图 一

本题若用代数方法直接证明，必须把不等式的两边经过若干次的乘方才能把根号全部去掉，显然计算麻烦。但仔细分析本题的特征：不等式左边四个根式全是$\sqrt{x^2+y^2}$的形式，这使我们联想起平几里的勾股定理；不等式的右边是$2\sqrt{2}$，而$\sqrt{2}$又使我们联想起正方形的对角线之长。这样就找到了一条新的解题途径：构造正方形来证明。

证明：如图一所示，作一个边长为 1 的正方形，分正方形的一边为 b，$1-b$；另一边为 a，$1-a$，则：$OD=\sqrt{a^2+(1-b)^2}, OC=\sqrt{(1-b)^2+(1-a)^2}$

< /PGN0204.TXT / PGN >

$OB=\sqrt{(1-a)^2+b^2}, OA=\sqrt{a^2+b^2}$

（当点 O 是正方形的中心时取等号）

∴OA＋OB＋OC＋OD≥AC＋BD（※）

所以上五个等式同时代入不等式（※）得

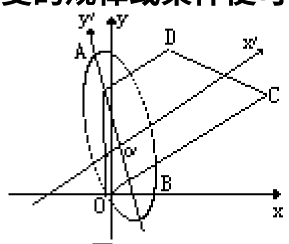
$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(1-a)^2+b^2}+\sqrt{(1-b)^2+a^2}$

$+\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2}\geq 2\sqrt{2}$

由此可见，数形结合所产生的“速效”与“高能”的作用是何等之大。

三、动静结合

“动”和“静”是相对的。有些元素和量从位置、大小的角度来看是“动”的，但如果它们满足某种不变的规律或条件便可视为“静”的。



图二

例 3 在坐标平面 XOY 上有一运动着的梯形 ABCD，∠C=45°，$|AB|=|AD|=2\sqrt{3}$，$\angle A=90°$，此梯形在满足$|OA|+|OB|=4$的条件下运动，求原点到直线 CD 的最短距离。

本题若以原点 O 为参照系，则梯形按|OA|＋|OB|=4 作刚体运动，动直线 CD 在 XOY 中的轨迹方程将是十图二分复杂的，如果改变参照系，以 AB 所在的直线为 y'轴，AB 的中垂线为 x'轴建立起动着的坐标系 x'oy'，如图二。∵$|AB|=2\sqrt{3}$，$|OA|+|OB|=4$．∴坐标原点O相对于动坐标系 x'oy'来说，轨迹是长轴为 4，短轴为 2 的椭圆，即

$$\begin{cases} x'=\cos\theta \\ y'=2\sin\theta \end{cases}（\theta 为参数，0\leqslant\theta\leqslant 2\pi）$$

这样，原问题可转化为动点 O（cosθ， 2sinθ）到定直线 CD：$x'+y'-3\sqrt{3}=0$的距离的最小值。

解$d=\dfrac{|\cos\theta+2\sin\theta-3\sqrt{3}|}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{|\sqrt{5}\sin(\theta+\phi)-3\sqrt{3}|}{\sqrt{2}}$

其中$\sin\phi=\dfrac{1}{\sqrt{5}}, \cos\phi=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

易知，当 sin（θ+φ）=1 时，点 O 到直线 CD 的距离最短，最小值为：

$d_{min}\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

四、综合渗透

在加强“双基”能力培养的基础上要把代数、几何、三角、解几的概念与运算、知识与技能等综合渗透，解题时应注意综合运用。

例 4 怎样在一个椭圆内作一个内接矩形，使它的面积最大，其面积有多大？

这是涉及到几何、三角、代数的综合题并且是用椭圆的参数方程解起来较简便的题

解：如图三。设椭圆的参数方程为 $\begin{cases} x=a\cos\theta \\ y=b\sin\theta \end{cases}$ $(0\leqslant\theta\leqslant 2\pi)$

ABCD 为内接矩形则 A 点的坐标为(acosθ,bsinθ)于是 |AB|=|2asinθ|

|AD|=|2bsinθ|∴ABCD 的面积

=|14absinθcosθ1|

=2ab|sin2θ|∵|sin2θ|≤1

依题意当 2θ=90°即θ=45°时,ABCD 的面积最大,其面积为 2ab|sin90°|=2ab 因此在椭圆上取 A 点，使它的坐标为：

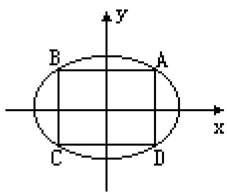


图 三

观察 操作　联想 变异

——在几何形体教学中培养创造性思维

福建省漳浦县杜浔中心小学　林庆龙

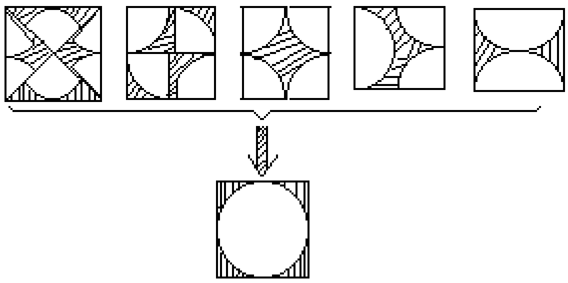
如何在几何形体的教学中培养学生的创造性思维能力呢？我除经常加强分析、综合、判断、推理等基本思维训练外，还着重采用“观察、操作、联想、变异”的方法。

一、注意观察，启迪思维

任何创造，都开始于观察；要培养学生的创造性思维能力，首先是引导学生善于观察。在几何形体初步知识的教学中，课本中提到的结论大多不是通过严格的逻辑推理，而主要是由图形和实物教具，借助于直觉思维得到的，因而引导学生善于观察，探求知识，就显得十分重要。

在观察中，让学生把直观的抽象化，以揭示概念的本质。如对火柴盒、木箱、录音带盒等实物的观察，尽管它们的大小、颜色、材料不同，但共同拥有的特征是六个面（每个面都是长方形或有两个相对的面是正方形），八个顶点，十二条棱（平行的四条棱分别相等）。通过观察，比较、抽象出长方体的概念。

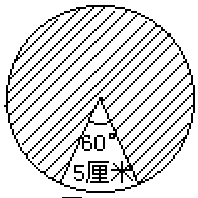
在观察中，诱导学生进行异中求同的思维训练。如求（图—1）中各图形中阴影部分的面积（图中正方形边长都是 10 厘米）。在组织学生讨论发言中，首先考虑能否计算出阴影部分的面积？学生通过观察各图形的特点，直觉判断出直接计算是比较繁琐的，再让学生通过认真地观察分析，领悟到各图中的空白部分尽管不同，但有一个共同的都可以凑成一个以正方形边长为直径的圆。这样，不必通过逐图计算，由直觉思维便可判断这五个图形的阴影部分的面积都是相等的，结果都是由正方形的面积减去以其边长为直径的圆的面积的差（见第六个图）。



图（-1）

在观察中，让学生同中辨异，区分近似对象。近似的几何形体，总难免存在着共有的相同点与各自的不同点。这就需要通过观察并用比较的方法，找出它们的异同点。如平行四边形和梯形都是四边形，但是平行四边形是两组对边分别平行的四边形，而梯形却是只有一组对边平行的四边形。只有在同中辨异，才能加深对形体特征的认识。就是在同一个图形中，由于所求的部分不同，也需要训练学生进行同中辨异。如（图—2），求图中阴影部分或空白部分的面积。这两个扇形有共同的已知条件，即 $r=5$ 厘米，但空白部分扇形的圆心角度数 $n°=60°$，而阴影部分的扇形的圆心角的度数 $n°=360°-60°=300°$，由于圆心角度数的不同，两部分扇形面积也就不同了。

二、动作操作，培养兴趣

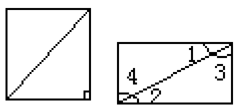


图(-2)

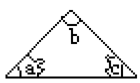
学生初学几何图形，除了学会观察实物或图形外，还应该让学生动手，不仅是动手画图，动手丈量长度，动手拆、拼图形，更需要动手操作实物。例如，教学“三角形内角和”时，发给学生每人长方形、三角形、正方形硬纸各一张。学生把正方形沿对角线对折，发现构成的两个三角形都有一个直角，其余两个都是直角的一半。学生又把长方形也沿角线对折，教师问：“这样的三角形的内角和是什么情况？”一个学生马上回答：“把长方形分成两个相等的三角形，已如长方形有四个直角，因此，一个三角形三个内角之和应是两个直角，即等于一个平角 180°”，由此可见，学生已经发现直角三角形的三个内角之和了（见图—3），接着都是让学生把标有记号 a、b、c（见图—4）的三角形的三个内角拼在一起。为了把三角形三个内角拼在一起，学生试着用折叠的方法，都失败，于是有的用撕角的方法，有的把它们剪开，拼成像（图—5）所示的情况，发现三个角正好拼成一个平角，这时，学生就明显地懂得了三角形的内角和是 180°。

三、加强联想，发展想象

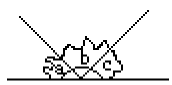
知识可以激发想象，但如果不把想象力的培养渗透于知识传授之中，学生就会死读书，创造性思维就会受到极大的限制。我们选择一些问题，让学生根据学过的知识判断题中事物的结构形态是属于哪种几何形体，该找哪些需知条件，运



图(-3)



图(-4)



图(-5)

用什么公式进行有关的计算。例如，启迪学生联想这样的问题：“一台抽水机，装上内直径是 20 厘米的水管进行灌田，每秒钟射速为 4 米，这台抽水机开动 50 秒钟，可灌水多少立方米？”我们启发学生进行想象：（1）水管里射出来的水柱是什么形状的？为什么？（水柱的形状圆柱形，因为水管是空心圆柱，水管的横截面是圆形，水从圆水管射出就形成一束圆柱形的水柱）。（2）要求 1 秒钟射出的水有多少立方米，必须知道什么条件？（水管的横截面积作为圆水柱的底面积，每秒钟的射速作为圆水柱的高）。这样，学生通过具体问题联想几何知识，想象几何形象，找出计算的几何条件，问题就解决了。又如，“有一个六面涂漆的长方体，长 12 厘米，宽 8 厘米，高 5 厘米，把它截成棱长是 1 厘米的小正方体。那么这些小正方体中，三面涂漆的有（　　）个，两面涂漆的有（　　）个，一面涂漆的（　　）个，无漆的有（　　）个”。我们可以引导学生进行想象：（1）三面涂漆的小正方体在原方体所处位置是什么地方？（在长方体的顶点上）那么这类小正方体有多少个呢？为什么？（因为长方体有 8 个顶点，所以三面涂漆的小正方体有 8 个）。（2）同样的道理，两面涂漆和一面徐漆的小正方体在原长方体所处位置以如何呢？前者处在长方体的十二条棱上，后者处长方体的六个面上），引导学生通过想象、类比、综合出求两面涂漆的方法与求长方体棱长

总和的方法相同，求一面徐漆个数的方法与求长方体的表面积方法相同，只是所用的长、宽、高比原来长方体的长、宽、高均少 2 厘米，这样，我们便能很快地示出这两类小正方体的个数。（3）要求无漆的小正方体的个数，可引导学生想象把原长方体的表面上下、左右、前后各劈掉一层棱长是 1 厘米的小正方体，里面剩下的长方体，再截成棱长是 1 厘米的小正方体，要求出这些小正方体的个数，只要求出这个剩下长方体的体积是多少立方厘米，便能截成多少个，其计算方法与求长方体的体积方法相同，只是所用的长、宽、高比原来长方体的长、宽、高均少 2 厘米。这样，这类“ 涂漆截决 ”问题，便在创造性地与学过的有关如何公式联系起来的想象思维活动中迎刃而解了。

四、运用变异，培养发散性思维能力

要培养学生创造性思维，鼓励学生别出心裁，敢于创新，就必须采用变异的教学手段。一道题目的基本结构，是条件和问题两大部分。可以提出已知条件，让学生补上各种问题也可提出问题让学生补上已知条件，这是进行发散性思维训练的一个有效办法。例如，“ 一块圆方板——。它的面积是多少？ ”学生争先恐后地提出条件：（1）半径 3 米；（2）直径 8 厘米；（3）周长是 12.56 分米。这样的练习，使学生弄清题目结构的前提下，进一步沟通已知数量与未知量之间的关系，防止绝对化地把条件或问题看死。学生具体计算解答时，同学们很快地依据圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 求出第（1）道题目的答案，在解答第（2）道题目时，同学依据一般的解题思路先求出半径 r=4 厘米，再依据 $S=\pi r^2$ 求出圆的面积，这时，有一位同学举手发言说他发明直接运用直径d求圆面积公式的方 < /PGN0212.TXT / PGN > 法：$S=\pi(\frac{d}{2})2=\frac{1}{4}\pi d^2$，其理由

为$r=\frac{d}{2}$，所以$S=\pi r^2=\pi(\frac{d}{2})^2=\pi\cdot\frac{d}{2}\cdot\frac{d}{2}=\frac{1}{4}\pi d^2$。我高度表扬了这位富有创造精神的

学生创造热情。接着，我因势利导，提出了“ 能不能直接利用圆的周长求出圆的面积呢？ ”经过短时而又激烈的讨论，终于有的学生受上述新公式推导的启发，提出直接利用圆的周长求圆的面积公式：$S=\frac{C^2}{4\pi}$，其推理过程为：因为

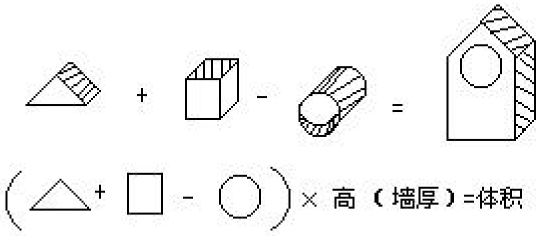
$r=\frac{C}{2\pi}$，所以$S=\pi r^2=\pi(\frac{C}{2\pi})^2=\pi\cdot\frac{C}{2\pi}\cdot\frac{C}{2\pi}=\frac{c^2}{4\pi}$。学生懂得计算圆面积两个新公

解答（2）、（3）题，并对比以前解法，说出这两个计算圆面积新公式的适用范围及其各自优点。并特别指出：在知道圆的周长的情况下，运用公式 $S=\frac{C^2}{4\pi}$ 求面积时，计算过程中可通过约分得到准确答案。

激励学生善于运用学过的多种几何知识，从多角度，多渠道寻找解题途径，进行一题多解，也是培养发散性思维有效办法。我选用或设计一些灵活性强的习题：“ 一个长方体，底面积边长 4 分米，高 2.4 分米，要求用刀切成相等的四小块，有几种切法？ ”学生们很感兴趣，热烈讨论先后说出了五种较为简单的切法。从纵刀的角度出发：（1）纵垂刀（三次刀）；（2）按上面对边中点垂切（两次刀）；（3）按上面对角垂切（两次刀）。从横刀角度出发；（4）横平刀；（5）先横后纵各一刀。但是第（3）种切法较佳。

再如，让学生计算下面山形墙的体积，一般学生把山墙分解为（见图—6）

而直观形象地求出山墙的体积。而有的学生有较高的想象力，根据这道山墙的厚度都是一样的，就假设把这道山墙平倒在平面上，根据底面积×高=体积，采用显然，后者的解法比前简便得多。



图（-6）

几年来，我在几何形体教学中，善于运用观察、操作、联想、变异等做法，培养了学生的创造性思维品质，提高了学生的分析问题和解决问题的能力，取得了良好的教学效果。

数学规律应让学生自己发现

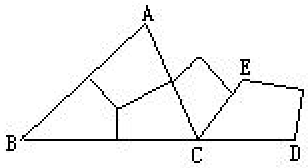
河南省南阳市宛城区金华乡初中 郭中甫

所谓规律，就是事物之间内在的必然的联系。数学规律就是在数学定义下，空间形式和数量关系所表现的一种内在的必然的联系。像数学中的定理、定律、法则、公式等，它们都是数学规律，这是无数数学家的心血，是人类智慧的结晶，是数学的主要内容。也是数学教学的主要内容，据统计，初中数学中就有200多条，占授课时数的$\frac{1}{4}$以上。这些内容的教学质量的优劣，不仅直接影响着学生数学知识的掌握，还影响着学生思维能力的提高。教学时，如何向学生揭示这些数学规律，使学生能较顺利地理解它、掌握它、运用它，达到数学大纲的要求呢？我认为，这些规律应让学生自己发现。具体地说，就是在处理这方面的教材时，教师要创设思维情境，启发诱导学生，使他用观察、归纳、类比、猜想和推理等思维方法，经过分析、思考、概括，独立地发现数学规律。下面谈一下我常用的做法，敬请同行指教。

一、指导学生观察实物模象，发现数学规律

在讲“三角形内角和定理”这节课时，可让学生观察一个三角形纸片，按图示方法剪开，再按如图方法拼在一起，引导学生观察∠BCD 是一个什么样的角？教师此时出示提示性填空题：“三角形的内角和等于____度。”学生经过观察会发现三角形内角和定理，并且通过观察实物发现这个定理的证明方法，突出了本节课的重点，突破了难点。既激发起学生的学习兴趣，又提高了学生发现问题、解决问题的能力。在讲图形的对称性，垂径定理等都可以用这种方法。

二、启导学生复习旧知识，发现数学规律



在讲授一元二次方程的求根公式时，可让学生先做如下题目：

用配方法解下列方程：

1．$x^2-6x+4=0$

2．$2x^2-7x-4=0$

3．$x^2+px+q=0$（$p^2-4q\geq 0$）

4．$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，$b^2-4ac\geq 0$）

要求四个学生板演，其余学生在下面自做，教师巡视指导。学生在学会用配方法解方程后，这几个题目是能做出来的。待大多数学生做出后，教师评讲，鼓励学生，及时矫正，讲到第4题时，教师可启发学生：“前面我们在学一元二次方程的意义时说过，任何一个一元二次方程都可以表示成$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）的形式，现在我们又用配方法求出了$ax^2+bx+c=0$（a

$\neq 0$，$b^2-4ac \geq 0$）的两根是$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，这就是说，解一元二次方程时，先把它化成一般形式，在$b^2-4ac \geq 0$时，它的根就是$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。这种方法叫公式法，

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

叫一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）的求根公式。”这样在复习旧知识的过程中，教师加以诱导，学生发现了新的数学规律，这样做学生不但巩固了旧知识，而且对新知识印象深刻，记忆牢固。类似于这种课型在初中数学教材中较多，如乘法公式，三角形中位线定理，切线长定理等，均可让学生这样发现。

三、诱导学生类比，发现数学规律

类比是根据两类事物某些方面的相同或相似之处，进而推出它们在其它方面也有可能相同或相似的思维方法。如在讲分式的基本性质和运算法则时，教师可先诱导学生：“分式和分数有很多相似的地方，同学们回忆一下分数的基本性质和运算法则，然后把它改述成分式的对应内容”。学生经过回忆和改述，就能较顺利地认识和理解公式的基本性质和运算法则，这样对讲这些知识起到了水到渠成的作用。在讲一元一次不等式的解法时，可向学生提示一元一次不等式和一元一次方程有相似的同解原理，所以一元一次不等式的解法和一元一次方程的解法也有相似的地方。应用类比的方法，发现的结论不一定正确，但在引导学生发现规律方面却具有重要的作用。

四、激发学生猜想，发现数学规律

猜想是对研究对象经过观察、分析、比较、概括等方法，对研究对象的性质做出推测性结论的思维方法，其实让学生发现数学规律都离不开猜想的思维方法。如讲平行线的性质时，教师可先引导学生复习平行线的判定定理：“同位角相等，则两直线平行”，进一步引导学生：“同位角不等，则两直线会怎样呢？”学生经过画图观察，猜测到：“同位角不等，则两直线不平行”，教师再引导学生“两直线平行，同位角会怎样呢？”学生会根据图形猜想到：“两直线平行，则同位角相等。”像这样启发学生经过观察、分析猜想到数学规律，在初中数学教学中应用较多，像已学过一个定理再探讨它的逆命题的真假性，有时还可以根据图形或已知条件，猜想它的某些性质。培养学生的猜想能力，有利于培养学生的发散型思维和直觉思维，提高学生思维品质和做题能力。

五、指导学生归纳，发现数学规律

归纳是从特殊到一般的思维方法，在初中数学教学中，有很多定理可以让学生通过特例去认识。如在学习一元二次方程的根与系数的关系时，可向学生出示这样两个题目：

1．解方程，并求出方程两根的和与积，将它们填入表中，然后比较这两根的和与积跟方程的系数有何关系？

方程	两　根	两根的和	两根的积
$x^2-5x+6=0$			
$x^2-2x-3=0$			

教师巡视指导，学生利用旧知识（一元二次方程的解法和意义）能熟练地填表，在填表过程中，经过比较分析，发现了这两个方程的根与系数的关系：“方程的两根之和等于一次项系数的相反数，两根的积等于常数项。”教师板书结论。

接着同学生出示第二个题目：（要求同 1 题）

$ax^2+bx+c=0$	x_1	x_2	x_1+x_2	$x_1 \cdot x_2$
$2x^2+5x-3=0$				
$3x^2-2x-1=0$				

二次项系数不为 1 的一元二次方程的根与系数的关系表现得不明显，但学生受 1 题的启示，加上所选的两个方程是系数互质且有有理根的整系数方程，所以学生填表过程中也能发现这两个方程的根与系数的关系；提问学生，及时矫正，板书结论。教师进一步启发学生：“前面两个方程和后面两个方程的根与系数的关系不同，这是为什么呢？”这一问题又引起了学生的思考，他们很快发现：“前两个方程的二次项系数为 1。”教师：“（感叹地）哦！原来这四个方程的根与系数的关系是相同的，是不是所有的一元二次方程的根与系数都有这样的关系呢？”（学生思考）教师板书课题，然后指出：“这个答案是肯定的，这个结论是 400 多年前数学家韦达发现的，所以有的书上叫韦达定理。”

这个定理是一元二次方程的一个重要性质，在处理教材时，是通过特例，让学生经过观察、分析、概括、归纳出一般结论，这种不完全的归纳，尽管说发现的结论不能说是定理，但对理解定理起到了认识的升华作用。在发现过程中，学生经过活动，得出了结论，会产生一种快慰感，特别是教师指出这是 400 多年前数学家韦达发现的，学生会产生一种自豪感，从而激发了学生的学习兴趣和求知欲望，激活学生的智力。这样类型的课，在初中数学教材中很多，像幂的运算法则，锐角三角函数的增减性等。

学生发现数学规律，还可以用其它方法，其关键都在于教师的“导”，教师要善于创设思维情境，及时调控课堂气氛，把握学生的思维动向，初中数学的某些规律，学生是能自己发现的。这里说的发现和科学家的发现是不同的，学生发现这些规律是为了认识它、掌握它。所以教师有时用廖廖数语的启示，有时编写引导性题目，只要能使学生推测出结论，甚至只处于愤悱状态，就可以看作学生已发现了规律，仅此就能较顺利地达到教学目的，提高教学质量。

让学生发现数学规律，是古今中外教育学家和教学工作者的共识，著名的美国教育学家布鲁纳认为：学生和科学家的智力活动一样，都是认识过程，是主动地获取知识和发展智力的过程，它主张学生发现学习；我国教学论著《学记》中指出：“君子之教，喻也，道而弗牵，强而弗抑，开而弗达。”这里的“喻”就是启发诱导，“开而弗达”，就是说教师应指出学习的门径，

而不要代替学生作出结论；近年来，上海市青浦县的数学教改经验之一是：“在讲授法的同时辅以“尝试指导’的方法”，即在教师的指导下，创设问题情境，使学生形成认知“冲突”后，引导学生探究知识的尝试，这里的“尝试”也就是让学生自主活动，自己发现。

本人十多年的教学实践，使我体会到：让学生自己发现数学规律有以下优点：首先是较好地体现了“数学教学主要是数学活动的教学”的这一教学思想。学生在发现过程中，眼、耳、手、口、脑并用，读、写、听、看、思相结合，这样自然能够增强认知和记忆效果。初中生具有一定的认知水平和思维能力，能用旧知识同化出新知识，准确地把握知识的脉络，沟通各方面知识之间的联系；其次可以最大限度地调动学生思维的积极性，密切学生和数学的感情，提高学生学习兴趣，增强学好数学的信心，变“要我学数学”为“我要学数学”；长期使用这种方法，还能培养和提高学生的自学能力，变学生“学会数学”为“会学数学”。近年来，本人在初中数学教学中，较多地使用这种方法处理教材，学生不论在掌握知识方面，还是能力的提高方面，都较其它班效果要好。中招考试的各项指标在全区均名列前茅，数学竞赛，多次获区、市、省级奖励。

由于本人水平有限，文中难免有不当之处，诚请老师们批评。同时，我也愿和老师们一起在教学实践中，不断学习教育理论，改革教学方法，总结教改经验，提高教学质量，为培养社会主义有文化的劳动者和接班人做出贡献。

正确处理八个关系 切实强化素质教育

江苏省如皋龙舌中学 刘国仕

实施应试教育向素质教育的转轨，不仅符合世界教育发展趋势和我国基础教育实际，也是社会发展的迫切需要和 21 世纪对人才的必然要求。本文就数学教学中如何突出素质教育谈一谈粗浅认识。

一、弄清应试教育与素质教育的关系

几十年来，应试教育为我国社会主义建设培养了一批又一批优秀人才，在有些方面已赶上或超过了世界先进水平，但随着社会的发展，人类文明的不断进步，知识量的迅猛剧增，已使应试教育逐渐显得陈旧落后，已越来越不能适应时代的需要，诸多弊端已日渐暴露。比如，应试教育只顾少数学生，一切为升学服务，大搞题海战术，增加了学生课业负担；考什么学科就开什么课，考什么内容就教什么内容，学生的德、智、体、美、劳得不到全面发展；评价学生只看分数而忽视个性特长，这就制约了个性和潜能的发展，将使一大批学习困难的学生失去学习的兴趣和信心，限制了各层次人才的培养。古今中外有许多伟大的科学家，如爱迪生、爱因斯坦、达尔文、华罗庚等，他们在学习上未必都很出色，甚至爱迪生的老师还曾认为爱迪生在学习上是“ 不可挽救 ”的，但他后来竟成了对人类作出巨大贡献的伟大科学家。这些杰出人物的成长经历能告诉我们什么呢？我认为那种“ 高分低能 ”和“ 差生不差 ”的说法确有道理。事实上，社会对人才的需求是多元化、多层次的。这就需要我们的教育也要多元化多层次，再也不能将分数和人才划上等号。评价学生要以知识、能力、素质等多方面为依据进行综合考评。素质教育强调的是全面发展和整体发展，它不仅要求德智体美劳全面发展，而且要使学生个性得到充分的、自由的、和谐的发展，不仅要开发智力，而且还要培养非智力因素及提高思想品德素质和心理素质等；不仅要教学生学会，还要教学生会学。素质教育不以考试为指挥棒，不管你考什么，如何考，它教给学生的是最基本的知识和技能，是对学生将来有用的知识和技能，考试只是一种检测手段，而不是评价学生优劣的唯一标准。

二、摆正教师与学生的关系

素质教育要求在教学过程中以学生为主体，教师为主导。在充分发挥教师的主导作用下，广泛地让学生积极参与，努力思考，亲自实践，教师只能是引路人，而具体的路还要学生自己去走，教师切不可包办代替。教师要充分发挥学生的主观能动性，注意培养学生的自我意识、竞争意识、创新意识、自我调控能力和创造思维能力。要按学生心理发展规律、学习规律，创造条件促使每个学生实现教学目标。学生是教学的主体，教师要尊重学生，理解、信任学生，和学生交知心朋友，帮助学生纠正错误和不良行为习惯。教师本身要为人师表，用情感、人格、行为去影响学生、教育学生，使学生的身心在情境交融的学习活动中得到充分自由和谐的发展。

三、正确处理难与易的关系

素质教育要求学生掌握本学科最基本的知识和技能，重点应放在技能的培养上。因此我们在教学过程中要准确把握大纲，切勿随意提高或降低大纲要求，但在实际教学中仍有部分教师存在着“ 揠苗助长 ”的做法，总认为大纲的要求太低，学生不愿听。在教基础知识时一带而过，常常概念讲得抽象，例题举得繁难。其结果是，学生难的学不会，容易的又学不扎实，这种“ 眼

高手低”的现象在初三学生中相当普遍。因此在教学中由易到难，由浅入深是十分必要的。学生只有熟练地掌握了容易的，才有可能进一步掌握难的。教师要切实做好基本知识和基本技能的教学，要善于运用生动而又确切的事例来打比喻，使学生对学习产生极大兴趣。在进行难点教学时，要善于运用直观性原则，把幻灯机、投影机、多媒体电脑搬进课堂，化抽象为具体，化无声为有声，化静为动，充分调动学生各感觉器官参与到教学过程，使各教学难点顺利解决。

四、重视新知与旧知的关系

数学是一门联系紧密的学科，前面的旧知识尚未弄懂，要想学好新知识是比较困难的。但在教学中一些教师常常忽视旧知识的作用，一味讲新知识，到头来新知识学不好，旧知识又记不牢，教学效果低下。因此正确处理好新旧知识间的关系有利于教学效果的提高。教师应努力探索新旧知识之间的内在联系，经常注意联系旧知识引进新知识，运用类比、对比的方法使学生在旧知识的基础上获取新知识。例如在教园式分解时，可先复习整式的乘法；在教二元二次方程组时，可先复习二元一次方程组的解法。这样以旧引新，使新旧知识融为一体，容易记忆，容易掌握，这也是整体性教学的一个体现。

五、正确处理多与少的关系

在应试教育向素质教育转轨的今天，仍有不少学校尤其在毕业班教学中仍存在着“题海战”，学生负担沉重，这与素质教育背道而驰。有的教师授课时讲得面面俱到，抓不住重点，表面上似乎内容讲得多，题目练得多，但实际上学生只是生吞活剥不消化，其结果是样样粗通，个个稀松，知识不少，能力不强。因此在数学教学中切记“少而精”的原则，使学生在学会的同时会学。在教学中弄清什么详讲、略讲或不讲，条理要清晰，重点要突出，主次要分明，详略得当，这样才能收到事半功倍之效。

六、协调讲与练的关系

在教学中仍有教师上课“满堂灌”，学生听得昏头转向，而有的教师又是“满堂练”，学生在题海里不能自拔，这些教法都不可取。讲与练要体现学生为主体，教师为主导。讲与练是教学中两个不可缺少的元素，两者不可相互替代，只有协调好两者的关系，方可收到良好的效果。针对初中各阶段学生的实际，采用讲练结合的方法，有助于及时获得学生反馈的信息。当然具体的课有具体的讲练方法，有的可先讲后练，有的可边讲边练，有的可先试练，再讨论，再练等。总之一节课要充分让学生动口、动脑、动手，至少要留出 20 分钟的时间让学生去练，这也是减轻学生负担的一项举措。

七、突出整体和部分的关系

数学是一个系统性很强的学科，在教学中整体性越突出对学生提高越快。因此在教学开始时首先应突出整体目标，注重知识的整体结构，然后再根据学生的实际在整体的控制下分解成若干部分，最后再回到整体上来。数学的每一章或每一节都是一个相对独立的知识系统，每一章节开始时要引导学生统览全局，画出知识结构图表，从整体出发来认识所要学的内容，防止学生“只见树木，不见森林”，以便学生带有鲜明的目的性、强烈的意识性进行学习，然后再根据整体目标设计分节教学方案，当各分节教学完成后，再帮助学生完善认识结构，最后还是回到整体结构中，这样学生所掌握的知识就是一个“团结”的整体，不易遗忘，便于运用。

八、培优和补差的关系

素质教育是面向全体学生的教育，无论是优等生还是“差生”，受教育的机会人人均等。由于九年义务教育的普及，使初中学生学习数学的基础差异进一步扩大。如何转化“差生”已成为广大教育工作者普遍关注的问题。笔者认为首先应转变教者的观点，克服对差生的偏见，纠正认为这些学生天生就不是学数学的料的看法。由于学生之间的个别差异客观存在，在教学中应选择适当的方法因材施教。培优在教学中一贯放在重要位置。培优和补差都是素质教育的要求，它将为社会输送各行各业所需要的各层次的合格人才。

强化参与意识 提高思维能力

——《三角形面积公式的推导》研讨课设计

福建省韶安县实验小学 李银妹

福建省韶安县四都中心小学 李慧权

学生是学习的主人，在教学中强化参与意识，充分调动学生的积极性，优化课堂结构，对提高学生的思维能力起着十分重要的作用。通过学生的参与活动，既可以激发学生学习数学的习趣，又可使学生比较容易地理解、掌握所学的知识。下面是我让学生通过一系列的实践操作活动，来进行《三角形面积公式的推导》的，具体做法如下：

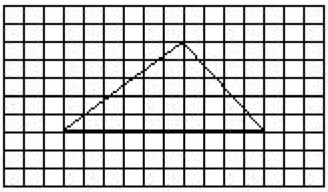
一、新旧联系，孕育新知

1．以旧引新。平面图形面积计算的系统性强，新知识一般都是由旧知识的引伸、发展而来的，为沟通新旧知识的联系，我先精心设计了旧知识的练习：

（1）如何计算长方形、平行四边形的面积？

（2）平行四边形的面积公式是怎样推导的？

（3）数格，教师出示有方格的三角形的教具板（每格为 1 平方厘米，未满一格的算半格）



2．提出目标。几何部分的知识，抽象性强，学生的抽象思难又较差，因此，教学时更应该通过直观的演示，让学生有机会参与对知识的探索，亲自动手，体验知识的发生和发展过程，从中发现和认识新的知识。为此，当出示课题“三角形的面积公式”后，我提出了如下几点要求：

（1）自己动手：用两个完全一样的三角形（课前准备的），拼成（可以剪接）一个已学过的求积图形（长方形或平行四边形）

（2）拼好后，认真观察与思考。

①拼成一个什么样的图形？这些图形你认识吗？

②新拼成的图形的底、高和面积与原三角形有什么关系？

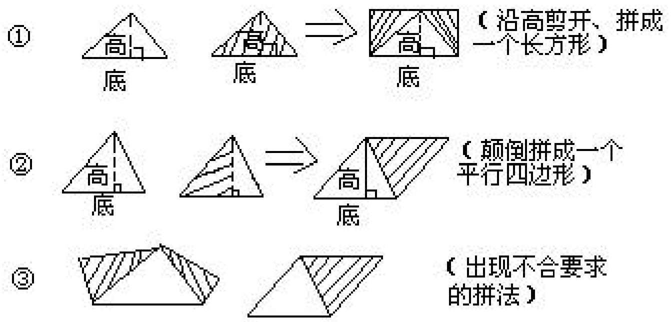
③怎样借助拼好的图形面积公式推导出三角形的面积公式。

这样，让学生明白要做什么，怎样操作，应注意什么，并设计好需要思考的问题，让学生带着问题去操作、比较、分析，从中获得新知识。

二、直观操作，获得新知

在课堂教学中让学生直接参与演练，引导学生在操作中思维，在思维中探求，从中获得规律性的认识，因此，教三角形的面积时，我向学生提出课题，指明目标后，让学生动手操作，遐思畅想，独立思考，探究推导过程。

1．操作，这是本课的中心环节，小学生形成数学概念是由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡，借助操作活动引导学生通过的感性材料的观察，比较、分析逐步上升到理性认识。当学生明确了学习要求后，便开始进行探索性操作，大致有以下几种拼法：



让学生通过逐一观察，发现和纠正不合格的拼法（要求拼成已会求的面积图形）

2．引导推理

长方形、平行四边形的面积计算是三角形的基础，三角形的面积计算又是长方形、平行四边形的延伸和发展，通过学生操作后，我着重引导学生参与观察和分析，探究新知。

拼成后长方形（或平行四边形）的长（底）和宽（高）分别是原三角形的底和高，而面积是原三角形的 2 倍，三角形的面积是长方形（或平行四边形）的一半，根据学生的叙述设计如下板书：让学生通过观察、分析、比较，归纳总结出三角形的面积计算公式：

三角形的面积=底×高÷2

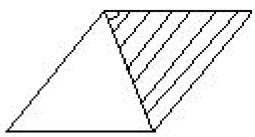
3．联系比较

当学生通过自己的推理，归纳求面积公式后，我也拿出两个完全一样的三角形说："老师也来拼拼看，"按照课本所示演示一遍，让学生看清楚，然后请同学们打开课本，看看课本上所说的与我们得出的结论是否一致，这样，学生带着问题看书，自然认真、仔细，当他们看到自己的结论与书本相同时，成功的喜悦更增强了他们探究新知的兴趣和信心，对公式的印象尤其深刻，掌握得更牢固。

三、练习巩固，强化新知

精心设计巩固性练习，旨在加深学生对新知识的理解，弄清本质属性和纵横联系，由感性认识升华到理性认识，同时，教师也可获得反馈信息，检验新授效果，进而采取强化和矫正措施，为此，我设计了如下练习：

1．三角形的面积计算公式为什么要除以"2"？

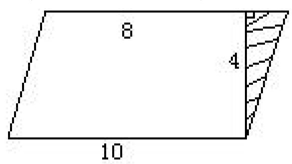


2．下图平行四边形的面积为 40 平方厘米，求阴影部分即三角形的面积。

3．一块三角形钢板底边长 4.5 分米，高 3.4 分米，这块钢板的面积是多少平方分米？

4．稍有坡度的练习

求下图阴影部分的面积：（单位：厘米）



5．让学生自己小结，自己理清脉络，分析总结三角形面积计算公式的推

导过程。

通过练习的常规训练，使学生达到巩固新知识，强化新旧知识的联系，从中了解学生的学习过程和学习方法。

通过这节课的教学，我体会到：良好的课堂设计，必须注重强化学生的参与意识，充分调动他们的学习积极性，这样能使学生在获得新知识的基础上，又从中掌握了学习方法，充分体现了教师的主导作用和学生的主体作用，从而达到“ 教 ”为“ 不教 ”的目的。

浅谈数学教学中创造性思维的培养

江苏省海安县老坝港乡中心小学 余育新 沈萍

《九年义务教育小学数学教学大纲》中明确规定：“要培养学生初步的逻辑思维能力”，这是由数学学科特点和人才培养目标所确定的。如果说思维是能力的核心，那么创造性思维则是思维的灵魂。在小学教学中，我们应根据学生的年龄及心理特点，有针对性地对他们进行训练，逐步培养他们的创造性思维。

一、立足实际，扎实抓好双基教学

对于小学生来说，思维训练要早起步，但必须是学生具备了一定的基础知识，经过了扎实的基本训练，才能使思维遵循着正确的方向活动。这是因为：

1．数学知识好比一个网络，每一章每一节都是这张“网”上的一个“结”，前后联系很紧。例如，学习 20 以内进位加法，只有当学生牢固地掌握了 10 以内数的加减，初步认识了数位，以及十个一是一个十的十进位制计数法，才有可能通过学习 20 以内进位加法来实现思维能力的训练。

2．从个体发展来说，儿童从学前期的具体形象思维向小学阶段的抽象逻辑思维过渡，这种过渡并不是一个简单的过程，不是立即实现的，而是循序渐进、逐步实现的。

因此，教学中对学生进行思维训练不能于求成，不能超越双基，只能在抓好双基的同时，逐步推进思维发展。如由具体形象到借助表象到抽象，由顺向到逆向等。

二、提供机会，诱导学生，重视创造性思维训练

小学生创造性思维的培养，有赖于教师做好以下几项工作。

1．创设问题情境，激发好奇心和求知欲，给学生提供直觉思维的机会。儿童的好奇心和求知欲是观察事物、认识世界的一种内在动力，教学中教师要善于引导，有意识地加以培养；要善于创设问题情境，提出难度适中的问题，让学生大胆进行直觉思维，积极发表独立见解。如有这样一道选择题。

$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{12}$、$\frac{1}{20}$、$\frac{1}{30}$这五个分数的和是（）：A.$\frac{5}{6}$，B.1$\frac{1}{30}$C.1$\frac{1}{60}$D．1。此题如果“硬”算

果引导学生观察这几个数的特征，学生不难发现：$\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{6}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，……，

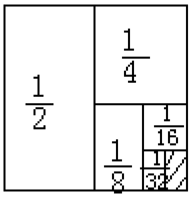
$\frac{1}{30}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$，则有$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=$ （$1-\frac{1}{2}$） + （$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$） + （$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$） （$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$）

+ （$\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$） $=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$，故选A。

如果教师进一步启发学生运用直觉思维进行估算，则会更加迅速。把一张正方形纸的面积看作“1”，将它对折，然后取其一半再对折，如此连续五次（如右图），即可看出$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}<1$，又因为$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}<\frac{1}{2}$

< /PGN0233.TXT / PGN > $+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$（证明略），故

有$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}<1$，四个答案中只有$\frac{5}{6}<1$，因此断定选A。



2．善于启发诱导，培养和发展发散思维能力。学生发散思维的培养离不开教师的启发诱导，因此教师在教学中应不失时机地克服学生的定势思维对解题的消极影响，开拓他们的思路，激发探究欲望，点燃发散思维的火花。（1）联想训练。开展联想训练，引导学生从一种数学情境想到另外一种或几种数学情境，这是发展发散思维的一项重要工作。常用的形式有因果联想、相近联想、可逆联想等。如看到男生有 24 人，女生有 16 人，就要联想到男女生共几人；男生比女生多几人；男生是女生的几倍……。这是因果联想。如果是下面的情形：

男生是女生的3**倍→女生是男生的**$\frac{1}{3}$

男生比女生多2**倍 女生比男生少**$\frac{2}{3}$

男生是总人数的$\frac{3}{4}$ **女生是总人数的**$\frac{2}{3}$

男女生之比是 3∶1。那么这种联想是相近联想。可逆联想如：“王师傅 5 小时加工 60 个零件，一小时能加工多少个零件？”还应反过来问：“加工 1 个零件需多少小时？”（2）一题多解训练。这种训练要求学生灵活运用有关知识，广开思路，从多方面思考问题，提出多种设想从中找想出解决问题的方法。如课本中有这样一道练习题：一件工程单独由甲做，需要 8 小时，单独由乙做，需要 12 小时，甲先单独做 5 小时后，剩下的由乙单独做完，乙还要多少小时？

第一种解法：归一法$12-12\div 8\times 5=4\frac{1}{2}$ **（小时）。**

第二种解法：工程问题法$(1-\frac{1}{8}\times 5)\div\frac{1}{12}=4\frac{1}{2}$**小时。**

第三种解法：分数问题法$12\times\frac{8-5}{8}=4\frac{1}{2}$ **（小时）。**

第四种解法：比例法$8:128-5=\ :x, x=4\frac{1}{2}$ **（小时）。**

第五种解法：方程法，设乙单独做完剩下的工程要用x**小时，**
$\frac{1}{8}\times 5+\frac{1}{12}x=1, x=4\frac{1}{2}$ **（小时）。** **此外还有一题多变训练，一解多题训练，以及改编应用题，开展兴趣活动等等。在这些训练活动中培养他们从不同侧面观察问题、分析问题的能力，发展他们思维的独特性和新颖性，鼓励他们按自己的想法进行活动，这些都有利于儿童发散思维的发展，从而促进创造性思维的发展。**

3．精心设计练习，提高思维训练质量，提倡多思与首创精神。学生的创造性思维是在教学过程中通过有目的地训练得到培养和提高的，因此思维训练应注意层次，讲究质量，以提高练习效果。如有这样一道选择题：在一次

产品检验中合格产品有 100 件，次品只有 2 件，次品率是（　　）A．大于 2%；B．小于 2%；C．等于 2%。这种题目能训练学生周密地、有条理地思维，全面地考虑问题。有些思维心粗的学生很容易在这里“失足”而误选 C。再如 4+4+4+2+4+4=？有的学生逐项累加，有些学生采用 4×5+2 的方法，个别思维特别活跃的儿童想出 5×5-3 或 2×11 的方法,像这样练习就能训练儿童思维的独创性。

为了培养学生的创造性思维能力，原则上讲不仅要在教学的每一个环节、每一个知识点、每一道题的求解上突出训练，也要在教学的同时，探求和揭示数学问题的规律性东西，展示出数学思想方法和规律被揭示、被发现的过程，从而达到学生学习知识，发展创造性思维的目的。

浅谈在数学教学中培养能力

黑龙江省饶河农场中学 李文生

目前，学习心理学的不同流派以及所提倡的不同教法的讨论，也反映在数学教学上，行为主义的联结说认为学习是刺激——反应的联结，从而把学习数学解释为“听口令、做动作”那样的被动反应过程。这其实是外因决定论的机械唯物主义。与之相应的教学方法（如程序教学）过分强调对象按外来程序作出反应，这就不可避免地妨碍了人的智力发展。但在教学手段方面，如何调动学生强烈的学习愿望，使学生在学习过程中作到“领悟”，同时又要注意发展能力，我认为应做好三件事，即提高学生数学兴趣，培养学生爱动脑筋的习惯以及自学能力。

一、提高学生学数学的兴趣，诱发求知欲

中学生缺乏毅力，粗心大意，考虑问题常常带有片面性，行动受感情支配的较多。但好新奇，求知心切，爱表露自己。结合这一心理特征，用一些趣味性问题把学生吸引到数学学习上来是必要的。除了搞好正常教学外，根据教学进度经常在课内外讲科学家的故事，世界科技发展形势，同时选择一些有启发性的趣味数学题让学生思考。如（1）华罗庚自学成才的故事；（2）求 2^{100}，3^{100}，4^{100}，…9^{100} 的末位数字，（3）《九章算术比类大全》中，远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯，（4）完成一项任务需要 5 名工人，其中至少有 2 名熟练工人，现有工人 9 名，其中熟练工人 4 名，问有多少种分配方法？等。由于中学生对于“猎奇”、“发现”都很感兴趣，这些问题能很快吸引住学生。经过引导，他们能从中发现规律，进行思考，做出解答。这些问题既让学生了解了数学天地广阔，又让他们懂得任何一个较深的问题，都是建立在数学的基础知识之上的。许多浅显的道理，激发了他们的求知欲望，调动了他们动脑筋的积极性。同时，通过解答某些问题又让学生潜移默化学到了分析、解决问题的方法，提高了他们观察、归纳、分析、推理的能力。但要注意引起兴趣须落实到学习知识和提高能力上避免走到单纯追求趣味，忽视正课学习的邪路上去。就拿上面第（4）个问题说吧，虽然高二学习了加法原理、乘法原理和求组合公式，但有的学生思考问题的方法仍存在不周密的错误。通过认真部析，它起到的作用是，在提高兴趣的同时让学生掌握把复杂事件转化（分解）成简单事件的能力，这种转化的辩证思想是有助于培养学生分析问题和解决问题的能力。

二、培养学生爱动脑筋的习惯，提高分析问题的能力

除了趣味问题让学生独立思考或启发学生思考外在教学中还经常提出一些有助于理解概念、性质和辨别异同的问题让学生深思，帮助学生真正掌握数学知识。

我在学生学完有理数一章后，让学生思考这样一组判断题：（1）两个数的绝对值相等，则这两个数相等（　　），（2）自然数是整数，反之整数是自然数（　　）；（3）a 是有理数，则 a^2 必为正值（　　）；（4）任何a的倒数是 $\frac{1}{a}$ （）；（5）3a一定大于 -3a（）；（6）两个有理数中较大的绝对值也较大（）；（7）如果分数 $\frac{a}{b}$ 小于1，则a一定小于b（）；

（8）a-｜a｜不可能是正数（　　）；（9）两个有理数之和一定大于每个有理数（　　）；（10）两个负数的和一定比这两个负数小（　　）。

这组判断题对突破“有理数”一章中的“负数”，或者说是“符号”这一关键有很大的作用，从（8）、（9）、（10）题中，学生明显地体会到负数在运算中所起的作用，往往和我们过去习惯的那一套相反，这就进一步加深了对正、负数概念的理解。这样做比单纯死背运算法则好，加强了概念教学，提高了运算能力。

为了发展学生的思维，培养能力，有时搞一点较难的问题是必要的。但要注意学生的可接受性。一是在课本的基础上拔高；二是分步提问。如编成“发现题”形式，或由易到难组成题组，以形成阶梯让学生攀登。例如“已知烟囱的上下底直径和高，在烟囱中间打一道箍，已知箍离底面的距离，求箍的直径。”题目不难，但有些学生却把截面看成两个相似梯形用相似的性质去做，犯了错误。我就问学生：（1）两个多边形在怎样的情况下才相似？（2）纵截面图上的梯形（包括去掉箍的那个大的共三个）相似吗？（3）平行于梯形底面的直线处在什么位置，才能把原梯形分成两个相似梯形？（4）上题中的那条直线的位置怎样画出？（5）原题的正确解法应当是怎样的？这样加深了学生对概念的理解，纠正了错误，留下的印象是很深刻的，无论在知识还是在能力上，都得到了一定的深化和提高。

数学学习过程中，还常常出现一些“形式”与“实质”的矛盾，我要求学生经常从题目、概念的实质去想一想，不要一开始就不加思索地从形式上去解决问题。例如：

（1）在复习算术根的概念时，从二次根式和根号下是一个数的平方，归纳出根号下是一个字母的平方的情形，然后让学生通过思考回答：根号下还会出现其它什么情形的完全平方式？应该如何开方？使学生对算术根概念掌握得更牢固，避免犯$\sqrt{a2} = a$这一形式上的错误。

（2）学习了负指数、分数指数的概念后，我要求学生一定要时刻记住负指数、分数指数概念的实质，不犯“$a\frac{1}{3} = \frac{1}{a^3}$”、“$(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$”等形式上的

往习惯于一开始就将分数指数化为根式，使解题造成不必要的麻烦，我又及时地指出引入负指数、分数指数可以起到方便运算的作用，只要避免了错误，就可以大胆地使用负指数，分数指数进行指数式的化简运算。

在学生通过动脑筋找到问题的解法以至作出答案以后，还要常常告诫学生想一想自己的解答是否严密、全面，是否有多余的东西或漏掉了某种特殊情况。如作除以某个式子变换时，要注意到除式不应为零；解方程要习惯验根；假设直线方程为 y=kx+b 时要考虑斜率不存在的直线是否是原题的解等等，养成这些好习惯对于提高能力是极为有益的。

三、重视自学能力的培养

在科学技术飞速发展的今天，知识更新的速度很快，如果学生现在和将来都只会被动地接受知识，就会远远落后于时代。在此，必须培养学生的自学能力，发展他们的创造性以便解决将来工作中出现的新问题，适应祖国建设的需要。因此，培养学生的自学能力在教学中是一个非常重要的一环，我的具体做法是：

（1）从初一开始就注意学生阅读能力的培养，教材中比较容易的部分不

讲，较难的部分是布置思考题，由学生自己看书并让学生仿课本例题做练习。有时通过提问，加深对某些重要概念的理解，巩固阅读效果。另外向一些成绩好有兴趣的同学介绍一些通俗易懂的小册子，以尽快提高他们的阅读能力。

（2）让一些求知欲强成绩好的学生对明天或下星期要讲的内容进行预习，既培养了他们的自学能力，在讲该课时，发挥他们的小先生的作用。

（3）我将他们自学的内容讲一个梗概，让他们自学比较主动。在放寒暑假之前适当的布置一些阅读任务，教会学生写读书笔记，介绍一些对新知识的主要研究方法，师生心理同步，使他们少走弯路，顺利地完成自学任务。

学生自学以后，我随时了解进展情况对学生感到困难，发生梗塞的地方及时进行疏通。此外，可请有专长的老师作些讲座，以激励学生自学，让知识与能力同时发展，这样做可提高学生的学习兴趣，丰富他们的数学知识。

重视课前预习 培养自学能力

安徽省六安市张店初中 崔其昌 金 文

目前，大多数初中学生不会阅读数学课本，对即将学习的新内容心中无数。大部分学生只把课本当作习题集。我们有的教师在课堂教学中也是照书讲书，反复讲，多次重复，不注意指导学生进行课前预习以及阅读课外参考书籍。学生在被动地听课，而没有解决问题的需要。比如，有位教师上课就讲："今天我们学习分母有理化。"然后是板书课题，怎样进行分母有理化，方法步骤一一指明。课上完了，至于为什么要学习分母有理化、老师没有讲，学生也不问。学生学习处于一种盲目接受状态。实际上重视学生阅读课本，进行课前预习，引导学生提出问题、分析问题和解决问题，有意识地培养学生的自学能力，应成为初中数学课堂教学的重要环节。

怎样指导学生阅读课本，进行课前预习呢？教师首先应给学生提出预习的要求、重点、方法，也可以给出预习提纲，教学生如何抓住重点。比如，应告诉学生数学教材各章节的知识结构，一般由基本概念、定理、法则、公式以及它们之间的基本关系所组成。学生知道这些关系后，就找到了钻研课本的方法和途径，也就会大胆地提出问题，发现矛盾，使学习处于一种积极主动的状态。

一、设疑式预习

对一单元或一章节的新知识，教师可设置提纲，提出疑问，让学生带着问题去预习。如在指导学生预习二次根式的四则运算这部分知识时，可设置如下问题：1．二次根式四则运算顺序是怎样安排的？2．二次根式为什么先学乘除，后学加减？是否是课本安排错了？3．二次根式先学加减后学乘除行不行？4.二次根式的加减法与乘除法之间的过渡桥梁是什么？学生为了寻找答案，便会积极地看书预习，思考问题，在以后的课堂学习过程中，学生们慢慢地懂得：原来二次根式的乘除法比加减法容易。这是因为加减法要涉及到最简二次根式和同类二次根式的概念。而要把一个二次根式化成最简二次根式，又要用到积的算术平方根的性质和将分母有理化的方法。由此可知，学习最简二次根式与同类二次根式是学习二次根式的加减运算的必要准备。而"最简二次根式"这一小节正是作为乘除法走向加减法的过渡桥梁。因此，同学们深有感触地说，真是加减乘除，上有苍穹；乘除加减，妙在其中。又如，为引进分母有理化这一新课题，教师可设置如下问题，让学生预习：1.分式的基本性质是怎样叙述的？公式是怎样表达的？2．用简便方法计算$\frac{1}{\sqrt{2}}$的近似值（精确到0.01），3．分母有理化的根据是什么：学生通过自学后，在位同学在课堂上提出疑问：分母有理化，讲到"分母"，是不是二次根式可以包含分式？在以后的学习过程中，教师在课堂上归纳小结，给学生解疑：这里我们说"分母"，是我们把有关的二次根式看成"分式的形式"，而决不是承认二次根式可以包含分式。而分母有理化的根据就是"将被除式（分子）与除式（分母）都乘以同一个适当的式子，商式的值不变。"在计算$\frac{1}{\sqrt{2}}$的近似值时，同学们在预习时出现两种解法：一种是先把分子分母同乘以$\sqrt{2}$，很快算出结果；另一种是直接用1被$\sqrt{2}$

的近似值 1.414 除。最后，在课堂上，通过比较，教师总结，一致肯定前一种方法的优越性，从而教师自然顺利地引进了课题。再如，对二次函数单元的教学，当学生学完二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质后，可安排以下问题让学生预习；1．画出函数 $y=2x^2$，$y=2x^2+3$，$y=2(x+3)^2$ 及 $y=2(x+3)^2+3$ 有图象；2．这四个函数图象之间有怎样的联系？3．由 $y=2x^2$ 的图象和性质怎样得到 $y=2x^2+3$，$y=2(x+3)^2$，$y=2(x+3)^2+3$ 的图象和性质？4．对二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 进行怎样的变形就可得到 y=a（x+m）2+n 的形式？学生们通过作图比较，认真阅读思考，当他们正处于一种“口欲言而不能”的积极思维状态时，在教师的指导下总结并得出？对于上述后种形式的二次函数，其图象都是形状相同，只是位置不同的正确结论。

二、发现式预习

教师先不把课本中的现成结论告诉学生，而是引导学生对与新知识有关的旧知识进行回顾和联想，最终通过学生大脑的思维活动，去发现并得出结论。如预习“分式的通分”，可按以下方法进行：1．让学生通分：$\frac{3}{2},\frac{1}{4},\frac{5}{8},2$．回答问题：分数通分，几个分数的最简公分母是怎样确定的？3．分式的通分与分数的通分有何联系？公式通分的关键是什么？学生通过预习，带着这些似懂非懂的问题，进行课堂学习，通过分析比较，发现“分式”与“分数”之间有许多相似之处。如分式、分数的基本性质，加减乘除四则运算的法则等。而分式通分的关键也是找出最简公分母。但分式的分母较分数的分母复杂一些，它可以是单项式，也可以是多项式。如果遇到分母是多项式，能分解因式尽量分解因式，然后再找最简公分母。最后，在教师的引导下，由学生自己发现确定几个分式的最简公分母的方法，为学习分式的加减法铺平了道路。比方对“圆的性质”这一单元的预习，指导学生先搞清等腰三角形的有关性质，然后加以分析比较，努力挖掘并发现“圆”和“等腰三角形”这两部分知识所蕴含的关系：如扇形与等腰三角形；过圆心的直线与过等腰三角形顶点的直线；平分弧的直线与等腰三角形顶角的平分线；垂直于弦的直线与垂直等腰三角形底边的直线；平分弦的直线与平分等腰三角形底边的直线等。学生在新旧知识的比较中，发现并注意到“圆”和“等腰三角形”这两部分知识在研究方法上的相似之外，学生就不难由等腰三角形的性质——等腰三角形顶角的平分线与底边上的高和中线互相重合，经过演变可得到垂径定理及其逆定理。

小议引旧激疑激趣

湖北省秭归县芝兰乡石柱中心小学 秦华波

激疑激趣指在教学活动中，教师采取各种途径，引出一些学生感兴趣的事例和问题，激起学生质疑，产生学习兴趣，诱发学生探究问题的积极性，培养其创造性思维的一种方法。

古人曰：“学起于思，思源于疑，小疑则小进，大疑则大进。”爱因斯坦曾说：“提出一个问题往往比解决一个问题更重要。”实践证明：激起小学生质疑问题，唤起小学生的学习兴趣，是培养小学生创造性思维的重要条件。智力的发展是和人的具体活动密切相关的。对于小学生来说，探究问题的积极性，首先源于学习兴趣。兴趣既是入门的老师，又是直接推动学生主动学习，积极思维的内在动力。大教育家夸美纽斯曾说：“兴趣是创造一条欢乐和光明的教学环境的主要途径之一。”当小学生对某一事物或问题发生了兴趣时，他就会积极主动，心情愉快地去探究。兴趣愈浓，注意力就愈集中，求知愈就愈旺盛，思维、记忆等多种智力活动也最有成效，学生所提出的问题也就愈多。

教师在教学过程中应从学生的实际出发，挖掘教材的内在因素，引出一些儿童感兴趣的事例，有意识地设置一些必要的疑难问题，启发学生的思维，诱发学生的探索欲望，造成学生对所学内容感到时时有问题，有许多矛盾必须解决的情境。根据学生的旧知识设置疑问，促使学生产生联想，对比所讲的新内容，思考它们之间的联系，能从而激起探索问题的欲望。

比如给出这样一道计算题：$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$，要求学生计算。学生们从左向右

加，算出来的结果是$2\frac{3}{5}$。我们应肯定这种算法是对的，但除了这种方法外还有没有其他的运算方法呢？我们讲了新课分数乘法运算后，让学生们继续演算以上题目。学生们经过思议，又想出了八种计算方法。

其一是学习成绩平时较差的学生在老师的启发下列出的两种算式。

①把相同的加数首先相加，然后加上不同的那个加数。即：$(\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5})+\frac{1}{5}+(\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5})$

②主要运用乘法的定义，即先把两块相同加数的求和利用乘法求出来，然后再相加，列式为：$\frac{2}{5}\times 3+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\times 3$

其二：下面③、④两种算式是学习成绩一般的同学列出的，列式时并阐明思考问题的方法。

③进一步运用乘法的定义来思考，从而使思维更进一步达到此目的。即：$(\frac{2}{5}\times 3)\times 2+\frac{1}{5}$

④抛开局部思考的束缚，纵观全局，从整体出发运用乘法定义来思考，列式，使计算更简便。即：$\frac{2}{5}\times 6+\frac{1}{5}$

其三：是平时学习成绩中上层的同学又是如何来考虑和思维的呢？他们

用到以前所所学的旧知识，从而得出了以下几种算法，使思考问题换了一个角度，对比来看较前几种先进。

⑤运用同分母分数相加，因为它们的分数单位相同，观察算式有多少个这样的分数单位，然后分两部分求之。即：$\frac{1}{5}\times 7+\frac{1}{5}\times 6$

⑥不从局部看，从整体出发，因为整个算式都是同分母，再看最小的是$\frac{1}{5}$，而$\frac{1}{5}$又是$\frac{2}{5}$的分数单位，且每一个$\frac{2}{5}$中有2个$\frac{1}{5}$这样的单位。在整个算式中把每一项先看成$\frac{1}{5}$，其有7个这样的单位，这样把$\frac{2}{5}$当作$\frac{1}{5}$来算，6个$\frac{2}{5}$少算了6个$\frac{1}{5}$，少加的应加上，因而可得到：$\frac{1}{5}\times 7+\frac{6}{5}$

⑦⑧是智力较强思维能力较好，且思考问题的方法和角度较特别的学生的算法。

⑦$\frac{1}{5}\times 7+\frac{1}{5}\times 7-\frac{1}{5}$　　⑧$\frac{1}{5}\times 14-\frac{1}{5}$

他们首先不顺其自然，不受式子的束缚，从反面来考虑，即从减法角度来考虑算法，因为一共 7 个分数且 6 个相同，只有一个不同，就把不同的那个当成相同的来算，因为多算了就应减去，因而可得到⑧，而⑦是在⑥的基础上从相反角度考虑的。

这样做使该题达到了较完美的一些算法和思考方法，层层深入，循序渐进，既照顾到差生和中等生的学习，又满足了上等生和优等生求知的欲望，使每个学生都学有所得。

以上是我从本班的实际出发进行教学的一点做法，并粗浅地认为：教师应对学生的种种疑问及解答问题的方式，特别是对有创见性能直接迅速地解答的思维方式给予肯定和培养。通过新旧知识的融汇贯通，改变了习惯上解决问题的形式，让学生在学习上逐渐差成对知识纵向，横向的综合思维和发散思维的习惯，提高解决问题的能力和技能。

浅谈小学数学概念教学中的思维训练

山东省烟台市浒口完小 王绍波

思维能力是小学数学素质教育的核心，发展学生的思维能力是小学数学教学的主要任务之一。下面仅就小学数学概念教学中如何对学生进行思维训练，培养和提高学生的思维能力，谈几点肤浅的体会。

一、在概念引入中激发学生的思维

1．在直观引入中激发学生的思维

小学生学习新概念，一般从感知具体事物，获得感性认识开始的，所以在教学中一定要根据教学内容，有目的地提供适当的实物、教具或学具引导学生观察和操作，为概念的建立打好基础。如在讲求平均数应用题之前通过学生亲自动手操作引入概念，可以使学生获得鲜明的感知。讲授前在每个同学桌上放三堆塑料棒，每堆根数不等，分别是 2、4、6，让学生把根数不同的塑料棒想法移动一下，使每堆的根数相等。这时学生的积极性很高，通过操作为建立“平均数”概念积累了感性材料。

2．在所设悬念的引诱中激发学生的思维

亚里士多德说过：“思维是从惊讶和问题开始的。”有经验的老师常常先提出能激发学生积极思维的问题，造成悬念，然后引导学生思考、分析、探究问题的解答。如在教循环小数前，可以出这样一道设疑题：“2÷3”的商中，小数点后面第 87 位上的数是几？让学生从惊讶中造成悬念，在急于探求问题的情境中兴趣盎然地学习新知。

3．从旧知识的引入中激发学生的思维

数学知识的系统性很强，新知识总是在已有知识的基础上发展而来的。所以许多新概念可以通过联系紧密的旧概念直接引入。在引入过程中抓住它们内涵的差异引导学生在旧知识的基础上逐步建立起新的概念。如两步计算应用题教学，我先出示连续两问的一题：二年级做了 80 朵红花，比三年级少做 25 朵，三年级做了多少朵？两个年级共做了多少朵？在学生分步解答后，抽掉第一问，成为一道两步计算应用题。学生对解决“两个年级共做多少朵”尚有思维痕迹，再经过进一步分析，学生就能由一步计算的简单应用题的结构出发，认识两步计算应用题的基本结构特征，找到数量关系，理解并掌握两步计算应用题的一般解题思路和方法，从而提高了学生分析问题和解答问题的思维能力。

4．以故事引入激发学生的思维

结合实际用有趣的小故事引入概念，可以唤起学生头脑中的表象，激发学生的思维。如在讲“分数的初步认识”时，老师可以讲一个小故事：“孙悟空他们 4 人到西天取经，一天孙悟空弄来 8 个桃子，平均分给 4 个人，每人分两个，他们都很高兴。第二天他又弄来 4 个桃子，平均分给 4 个人，每人 1 个，第三天他只弄来一个桃子，猪八戒说：我要！孙悟空说：“不能光给你一个人，咱们 4 人得平均分。同学们想一想该怎样分？每人分多少？”当学生的注意力集中后，老师接着说，这节课我们学习“分数的初步认识”，学完后，大家就会分了？这样必然促使学生积极思维。

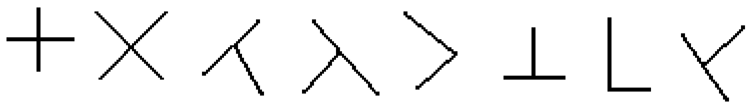
二、在理解概念的过程中深化学生的思维

1．在突出概念本质属性过程中深化学生的思维

概念的理解是概念教学的中心环节，学生理解和建立概念是“内化”的

过程，是学生分析、综合、比较、抽象、概括的结果，所以概念教学只靠教师“满堂灌”、“注入式”、学生死记硬背是不行的，只有在概念引入之后引导学生自己主动探索，激发、深化学生思维，才能理解概念。

如学生认识了“标准位置”的图形以后，还需采用变位的图形去训练学生的思维，目的是突出概念的本质内涵，讲垂直时让学生辨认下面 8 幅图中，



每两条直线是不是垂直？为什么？这样可以防止学生把标准位置误认为是本质属性，或误认为只有交叉的直线才有垂直的可能。

2．在改变概念本质属性的过程中检验学生的思维

在学生学习概念后，为进一步理解概念，检验学生的思维，往往需要设计一些改变本质内涵的一组题，让学生真正理解概念。如学习“数的整除”后，设计：“判断下面各式哪些是整除，哪些不是？为什么？”

①15÷0.3=50　　　　　　　　②200÷25=8

③1260÷20=63　　　　　　　④47÷9=5……2

通过判断，可以看出②、③式是整除，①、④式不是整除，因为整除的定义是“一个整数除以另一个不为零的整数，商是整数而没有余数。”这样通过判断、说理，不仅加深了学生对整除含义的认识，而且训练了学生的思维。

3．在抽象概括中发展学生的思维

概念的形成不是一次完成的，要经过一个反复的过程，同样，概念的抽象与概括也要注意多层次、分阶段地进行。如教学乘数是三位数的乘法时，可以先引导学生进行乘数是一、二位数的乘法计算，再引导学生做百位数乘多位数的计算，最后启发学生说出三位数乘多位数的计算方法是“先用乘数每一位上的数分别去乘被乘数，……”这样经过多层次的概括，加深对概念的理解、巩固和运用，发展学生的思维。

三、在概念的巩固过程中强化学生的思维

学生对概念的掌握也不是一次就能完成的，需要由具体到抽象，再由抽象到具体的多次反复。所以在概念的巩固中要注意强化学生的思维。

1．在概念的巩固中重要的概念要注意复述，通过复述引导学生进行“有目的的记忆”，引导复述前教师要注意设计恰当的启发式问题，在复述过程中要注意学生逻辑思维能力的培养，而不是让学生机械重复地记忆。

2．引导学生开动脑筋举出实例，通过实例来说明概念，加深对概念的理解使之具体化。如根据乘法运算定律在□和○里填上适当的符号或数。a×236=□×□、（b+20）×3=□×□○□×□……这样不仅可检验学生对概念理解的程度，也有利于学生学会将数学知识具体化的方法。

3．精心编写思维训练题，创造思维训练的情境。要根据教学的重点，围绕思维训练的目的设计形式不同的思维训练题进行口头和书面训练。训练应具有针对性、层次性、多样性、发展性，做到基本训练要实在，变式训练要灵活，综合训练要系统，发展性训练要体现开发智力。

四、在概念的应用中拓宽学生的思维

学生的认识经历了从感性到理性，再由理性到实践两次飞跃。由于应用是一次大的飞跃，相对来说更为困难，从而也就对学生的智力活动要求较高。

学生学习概念的目的是为的应用，通过应用可以加深对概念的认识。如教完乘法分配律这一节课后，可设计以下几道题进行练习：

①根据乘法分配律，把下面的算式写成两个积相加的形式，使等号两边相等

（38+25）×2=____×____+____×____

7×（43+24）=____×____+____×____

②根据乘法分配律，把相等的两个式子用等号连接起来。

15×2+4

（15+4）×2　　15×2+4×2

8×21+8×7

8×（21+7）

8×21×8×7

③填空 8×47+8×53=____×（____+____）

165×14+14×35=（____+____）×____

④在横线上填数，使算式能运用乘法分配律进行简便计算。

____×15+____×15；17×6+____×____通过这些练习，加深了对概念的理解，发展了学生的思维。

五、在概念的深化过程中系统学生的思维

在概念的熟练运用中发展学生的思维，还要注意找出概念间的纵向和横向联系，组成科学的概念体系，发展学生的数学能力。

如：

小数的概念
- 小数的意义
- 小数的读法
- 小数的写法
- 小数的性质
- 小数大小的比较
- ……

这样系统化不仅有利于概念的巩固、深化，也有利于知识的应用，并在概念认知系统形成过程中发展学生思维，培养学生学习数学的兴趣和能力。

自辅教学与常规教学在平面几何证题中推理能力的研究

湖南省湘阴县文星镇城关中学 罗兆人

中科院心理研究所卢仲衡教授说：“能力是人类赖以生存的条件，但是人的能力有大小。”“一个人有能力的强弱会决定他掌握各种活动的成效影响活动效率的高低，”“能力是在掌握知识的过程中形成和发展起来的，而一定的能力又是进一步掌握知识、技能的必要条件。”

在平面几何证题中，培养学生的推理能力，就是培养学生观察问题、分析问题的再造能力和创造能力及认识能力的一条重要途径。

卢仲衡教授根据九条心理学原则及七条教学创造性地编写了《初中数学自学辅导教材，摒弃了旧的教育思想，改革了常规的教学形式和教学方法，创立了“启、读、练、知、结”的崭新课堂模式，对培养学生平面几何证题中的推理能力取得了明显的教学效果。

从1970年上学期到1992年上学期，我一直担任初三数学课，使用的是人教社的教材。自1992年下学期开始使用自辅教材，从初一到初三毕业，接着又从初一开始到现在已进入第二轮实验的第三个学期。

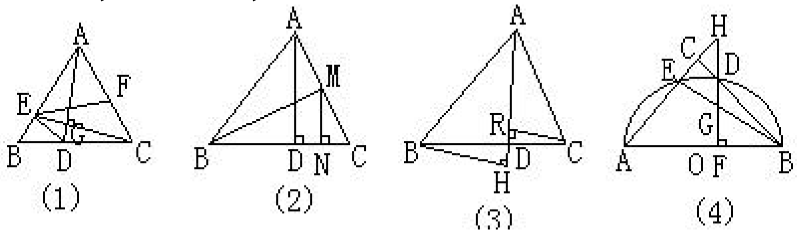
几年来，我在自辅教学中，对培养学生平面几何证题能力进行了认真的研究。

一、研究方法与结果

研究Ⅰ：用九二届学生三年二学期总复习——几何部分的五道测试题(满分100分，时间60分钟）对九五届学生在同时期进行测试。试题是：

1．如图1，已知EF∥BC，EC平分∠FED，且AD⊥EC于G，求AE=AC

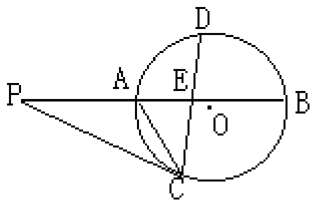
2．如图2在△ABC中，AD是BC上的高，M为AC边上的一点，∠MBC=30°，MN⊥BC于N，且AD=BM，求证：M为AC的中点。



3．如图3已知AD是△ABC∠A的平分线，BH⊥AD于H，CR⊥AD于R，求证：$\frac{AB}{AC}=\frac{DH}{DR}$.

4．如图4已知△ABC的AB边是圆O的直径，另两边BC和AC分别交半圆于D、E、两点，DF⊥AB于F，交BE于G，交AC的延长线于H，求证：（1）$\frac{BF}{HF}=\frac{GF}{AF}$（2）$DF^2=HF\cdot GF$.

5．如图5，P是圆O外一点，过P作圆O的切线PC，切点是C，割线PB交圆O于A、B两点，D是AD的中点，$\overset{\frown}{CD}$交AB于E，求证：（1）$\angle PCE=\angle PEC$，（2）$\frac{AF}{BE}=\frac{PC}{PB}$.



这五道题，既有基础题，又有较难题，还有综合题。

表 I 实验班与常规班成绩比较表

班别	参考人数	人平分	及格率	优秀率
实验班 C43	64	72.4	78.2	42.3
常规班 C30	60	68.3	69.7	36.2

从表 I 可见，自辅教学班比常规教学班的学生，在平面几何证题中的推理能力要强。

研究 II：对两轮自辅教学班都在二年一学期学完三角形一章后，学生初步学会推理证明方法，选取五道题进行测试（满分 100 分，时间 45 分钟）试题是：

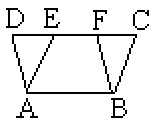


图1

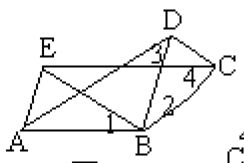


图2

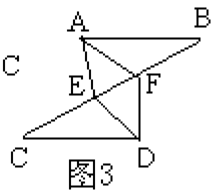


图3

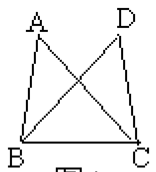


图4

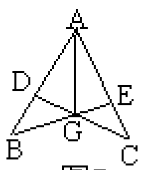


图5

1．已知：如图，点 E、F 在 DC 上，DF=EC，AD=BC，∠D=∠C，求证：△AED≌△BFC

2．已知，如图∠1=∠2，∠3=∠4，EC=AD．求证：AB=BE，BC=DB．

3．已知，如图 AB=CE，AE=DF，CE=FB，求证：AF=DE

4．已知：如图 AB=DC，AC=DB，求证：∠A=∠D

5．已知：如图 AB=AC，AD=AE，BE 和 CD 相交于 G，求证：AG 平分∠BAC。

这五道题既有变式题，又有需要作辅助线的题，还有较难题，各题之间有一定梯度，能从多方面考察学生在平面几何证题中的推理能力。

表 II 两轮实验班成绩比较表

班别	参考人数	人平分	及格率	优秀率
二轮实验班 C58	70	78.9	83.7	51.3
一轮实验班 C43	64	71.8	74.5	45

从表 II 可以看出，由于我在自辅教学中不断学习，不断探索，不断总结，取得了经验，第二轮实验比第一轮实验学生在平面几何证题中推理能力又有提高。

平面几何证题中，学生推理能力的形成和发展，提高了思维能力，开发了智力，并使能力得到了迁移。1996 年 10 月 10 日卢仲衡教授一行来我校检查指导自辅教学工作时，在我班听了一节“ 公式方程的解法 ”课。课堂上他们看到了学生较强的自学能力和解题能力。同时还看到了一个学生在黑板上准确迅速地解答了一道难度较大的题。课后卢教授对我的教学工作给予了高度评价。

二、成功原因剖析

自辅教学之所以能获得成功，究其原因从理论上分析有以下四点：

1．自辅教材符合学生的心理特征和年龄特征。着眼于全体学生都能起步自学，高而可攀，便于学生“ 认知结构 ”的优化。按新大纲要求又把平面几何中的第一、二章内容放到一年二学期学习，这样更适合学生自学，自辅教材根据“ 按步思维 ”“ 步子适当，从小步逐渐过渡到大步 ”的原则做了大量的必要的铺垫。这就为学生通过自学较早地获得推理能力，为形成良好的认知结构打下了基础。

2．自辅教材根据“ 运算根据外化 ”“ 从展开到压缩 ”编写强化了学生对几何定义、定理、例题的证法过程的理解和解题思路的探索，有效地培养了学生抽象概括能力和逻辑思维能力。

3．自辅教材贯彻了“ 可逆性联想 ”，在例题证法中采取一题多证，练习题中又采取先出些一题多证只要学生注明每一步推理的理由的填空题，然后再出些一题多证的习题，有利于逐步培养学生的发散思维，创造思维和智力的开发。有效地使学生掌握证题中多途径的推理方法。教材又尽量采取“ 变式复习，避免机械性重复 ”，更利于学生进一步灵活运用知识去进行推理，促使学生知识的巩固与迁移。从而使学生有效地获得几何证题中的推理能力。

4．自辅教学从模式上讲是“ 启、读、练、知、结 ”。在约 30 分钟时间内“ 读、练、知 ”交错进行，使学生的多种感官有机结合，充分发挥了学生学习的主动性。教师既能在“ 启、结 ”中全面辅导，又能在学生自学的同时进行个别指导，既提高了差生又培养了优生。这样对不同层次的学生都能学有所得，各有所获，促使了整体水平的提高。

三、几点体会

1．自辅教学能有效地迅速地使学生获得知识和自学能力。联合国教科文组织终身教育局长保罗 · 郎格朗说“ 未来的文盲再不是不认识字的人而是没有学会怎样学习的人。 ”自辅教学正是培养学生做“ 学会怎样学习的人 ”，这是我们教师应坚定的一条信念，要解放思想，在教学中大胆走出一条改革的新路。

2．自辅教学是进行素质教育的有效途径。这种崭新的课堂模式是置学生为主体，既能使他们充分地发挥主观能动性，同时更便于教师的课堂管理，有利于教师对学生的心理疏导。既能对学生进行宏观调控，又能对学生进行个别辅导，发现问题及时解决，为进行素质教育提供机遇。

3．使用自辅教材，绝不能采取常规教学方法施教，必须严格按照它的模式进行。自辅教学不是“ 无师自通 ”的“ 灵丹妙药 ”，同样要强调“ 名师出高徒 ”。因此还需要我们不断探索，不断改进，千方百计提高教学质量，为培养跨世纪人才而努力工作。

小学数学教学如何培养学生的思维能力

内蒙古鄂旗甘河铁路小学 冯丽芬

九年义务教育全日制小学数学大纲在教学目的和要求里提出，“培养学生初步的逻辑思维能力”。要求教师“结合有关内容的教学，培养学生进行初步的分析、综合、比较、抽象和概括，对简单的问题进行判断、推理，逐步学会有条理、有根据地思考问题。”这些要求是小学数学教学的基本要求。因此教师在教学中必须有意识地培养与发展学生的思维能力。

如何在小学数学教学中培养学生的思维能力呢？我是这样做的：

一、丰富学生的感性认识

人们对事物的认识，总是从具体到抽象、从特殊到一般、从简单到复杂、从感性认识上升到理性认识，这是组织教学、培养思维能力的一项基本规律。特别是小学生，他们年龄小、知识少，缺乏经验，往往不了解事物内部的本质联系，只是根据事物外部特征进行概括和做出判断。因此，教学时，教师要注意创设情境，运用各种手段，使学生获得丰富的感性认识。

1．初次感知要重视

感知是人脑对当前客观事物的直接反映，它是人们认识活动的最初阶段。离开感知，认识就不能深化。小学生在接触某一事物时，在很大程度上取决于第一次感知。心理学研究表明：第一次没有感知准确的事物，以后即使重复多次，也难以消除造成的模糊印象。所以，教学时一定要重视小学生初次感知。例如：教学“圆周率”，我是这样做的：首先要求学生准备直径分别为 1 分米、2 分米、3 分米的圆圈，然后做实验，分别量出圆圈的直径和周长。从测量中发现，直径 1 分米的圆，周长是 3 分米多一点；直径 2 分米的圆，周长是 6 分米多一点；直径 3 分米的圆，周长是 9 分米多一点。而后再让学生计算圆周长大约是圆直径的几倍，从中找出规律。同学们在实验中充分感知到圆的周长是它的直径 3 倍多一些。教师再加以指导，学生就形成了这样的概念：“圆的周长总是直径长度的 3 倍多一些。这个倍数是个固定的数，我们把它叫做圆周率”。

2．调动各种器官

小学生的思维特点之一是它的爱动性，即儿童的思维活动往往和一定的情境，一定的动作联系在一起，它是随着情景的改变以及对具体事物的实际操作而展开的。为此，教学中要从直观形象入手，让学生从听、看、动手操作，尽可能调动学生的各种感官，从而获得多方面的感性认识。例如：教学“解方程”和“方程的解”的概念比较抽象，难理解。为弄清概念，我让学生根据已掌握的求未知数的方法，求出 $x+20=100$，$23\times x=69$，$x-50=100$，$x\div 5=15$ 中 x 的值，并将求出的值分别代入原方程。引导学生观察各等式的左右两边是否相等，从而加深理解“方程的解”这一概念。这一抽象概念同时说明：像刚才那样动手求未知数（x）的过程，就叫做“解方程”。这样使学生在实践中获得了准确概念。

二、培养学生正确的思维方法

培养学生的思维能力，关键是引导学生掌握思维的方法。教学中，我注意让学生掌握比较、分析、综合、概括等思维方法。

1．比较

比较是辨别事物的异同。数学知识抽象而严密，容易混淆，在教一个新

知识时要与它相近似的知识作比较，使学生对事物的认识不断深化。如等分与包含，约数与倍数，整除与除尽，周长与面积，质数与合数，正比例与反比例的教学。通过比较，让学生找出它们的区别与联系，从而形成清晰的概念。

2．分析、综合

分析与综合的思维方法是解题的关键。我们在解决问题中，总是把分析与综合两种方法联系起来应用。如：反比例关系是两个变量之间的一种特定的数量关系。教学中，先引导学生研究例题，通过分析，抓住其中涉及的两种变量以及它们之间的数量关系，启发学生思考，两种变量中，一种量变化，另一种量也随着变化，变化的规律怎样呢？学生再将观察到的数量关系的特点综合起来，两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果两种量中相对的两个数的积一定，那么这两种量就叫做成反比例的量。通过分析综合，使学生掌握了反比例的概念。

3．概括

概括则要在丰富的感性材料基础上，抽出共同的本质属性，然后运用抽象的知识解决具体问题。通过概括，使对事物的感性认识转化为理性认识。如教学“ 能被 2 整除的数的特征 ”，我是这样做的：

（1）说出 2 的倍数：2、4、6、8、10、12、14、16、18、20……

（2）观察这些数能否被 2 整除？为什么？

（3）观察这些数的个位有什么特征。（小组讨论）

（4）概括出能被 2 整除的数的特征。

三、教学中加强思维训练

每个人的思维能力有所不同。教学中要注意从以下几方面训练学生的思维能力，从中培养学生良好的思维品质。

1．审题训练

教学中注意引导学生在解题时认真审题。如在解应用题时，要求他们说出题目中已知的是什么，问题是什么，哪些话是关键字句。经常进行这样的训练，可使学生在审题时，认真细心，为求解打下基础。

2．变式训练

教学中进行变式训练，对学生理解知识有着重要的作用，它可以训练思维的深刻性。因此，在设计练习题时，要注意变化形式。如简算$13\frac{13}{20}\times 20$，一般解题思路为$13\times 20+\frac{13}{20}\times 20$。在练习时，可把这种类型的题变为$19\frac{10}{11}\times 22$呈现给学生，寻找计算方法，此题应用$(20-\frac{1}{11})\times 22$的$=20\times 22-\frac{1}{11}\times 22$方法算最为简便。

3．一题多解的训练

学生在思维过程中，往往会出现一种定势，就是习惯的单一思路去思考问题。教学中教师应注意引导学生进行同题异思，这样可以训练思维的广阔性、灵活性。例如：教学按比例分配解应用题。例 1，农业专业组计划在 2400 公亩地里播种粮食作物和经济作物，播种分亩数的比是 3∶2，两种作物各播种多少公亩？先讲解用比例分配解答比题的方法。

3+2=5

粮食作物：$2400\times\frac{3}{5}=1440$**（公亩）**

经济作物：$2440\times\frac{2}{5}=960$**（公亩）**

再启发学生找出解答此题的不同方法。

（倍比）：2400×〔3÷（3+2）〕=1440（公亩）

2400×〔2÷（3+2）〕=960（公亩）

（归一）：2400÷（3+2）×3=1440（公亩）

2400÷（3+2）×2=960（公亩）

2400÷（3+2）×2=960（公亩）

（分数）①把粮食作物看作单位“1**”，经济作物是粮食作物的**$\frac{2}{3}$

$2400\div(1+\frac{2}{3})=1440$**（公亩）**

$1440\times\frac{2}{3}=960$**（公亩）**

②把经济作物看做单位“1**”，粮食作物是经济作物的**$\frac{3}{2}$**。**

$2400\div(1+\frac{3}{2})=960$**（公亩）** < /PGN0266.TXT / PGN >

$960\times\frac{3}{2}=1440$**（公亩）此外，一题多变，补充问题与条件，自编习题等项目练习，也是训练学生思维能力的有效途径。**

发展学生的思维能力，还必须遵循学生的认知规律和心理特点，经过教师有意识的长期训练和培养，才能完成大纲规定的教学任务，提高和发展学生的思维能力。