

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

世界科技全景百卷书 (85)

数学家

 **BOOK**  
网络资源 中国风



## 刘徽

### 我国古代的数学成就

在初中代数里，你肯定学过负数概念和正负数加减法的法则。并且你的计算可能相当熟练。然而，你是否知道，世界上是谁最早提出了负数概念和正负数的加减法法则吗？

在初中你应该也学过解一元一次方程，一元二次方程，二元一次方程组，三元一次方程组等等，各种类型的方程问题，名目繁多。但你可知道，“方程”这个名词究竟是怎么来的？是谁在世界上最早提出了一次方程的定义和完整的解法？

早在两千多年以前，我国古代数学家就引进了负数概念和负数加减法法则。在《九章算术》和《方程》一章，有一个题是说“今有卖牛二、羊五，以买十三豕，有余钱一千；卖牛三，豕三，以买九羊，钱适足；卖羊六，豕八，以买五牛，钱不足六百。问牛、羊、豕价格几何？”“术曰：如方程，置牛二，羊五正，豕十三负，余钱数正；次置牛三正，羊九负，豕三正；次置牛五负，羊六正，豕八正，不足钱负。以正负术入之。”列成现代方程即为：

$$\begin{cases} 2x + 5y - 13z = 1000 \\ 3x - 9y + 3z = 0 \\ 1 - 5x + 6y + 8z = -600 \end{cases}$$

负数出现在各项系数及常数项中，这是第一次突破正数的范围。这在世界数学史上也是领先的。和古老的印度相比，公元7世纪印度婆罗门笈多的著作中才出现负数的概念。欧洲大约在17世纪才对负数有比较正确的认识。我国古代数学家对负数的引进，有力地扩大了数的领域，是人类对数的认识过程中迈出的重要一步，这是中国古代数学家的一项杰出贡献。关于方程组的解法，也是我国古代数学最早提出的。比西方要早一千五百年，同样居世界领先地位。

### 注释《九章算术》

除此之外，还有很多数学问题的研究成果我国古代要比西方国家早几百年，并一直处于领先地位。我国古代数学家刘徽注释的《九章算术》便是当时的代表性著作。刘徽出生于公元3世纪（约225~295年），是魏晋时期一位杰出的数学家，是我国古代数学理论的奠基人。他主要是生活在三国时代的魏国，据查证可能是山东淄川一带人。他曾从事过度量衡考校工作，研究过天文历法，还进行过野外测量，但他主要还是进行数学研究工作。他反复地学习和研究了《九章算术》。263年，也就是距今1700年前的时候，他就全面系统地给《九章算术》注释了10卷。在刘徽的注解中，包含了他的许多天才性创见和补充，这是他一生中取得的最大的功绩。

《九章算术》是我国算经十书中最重要的一部，也是我国流传最早的数学著作之一。他不一个人独立完成的作品，也不是在同一个时代里完成的。

它系统地归纳了战国、秦、汉封建制从创立到巩固这一段时期内的数学成就。现在流传的《九章算术》是刘徽的注释本。

《九章算术》是以应用问题的形式表达出来的。一共收入了 246 个问题，按数学性质不同共分为九章：

第一章“方田章”38 个问题。主要介绍田亩面积的计算。

第二章“粟米章”46 个问题。主要讲解各种比例的算法。

第三章“衰分章”20 个问题。是讨论按比例分配的问题。

第四章“少广章”24 个问题。是讲开平方、开立方的计算方法。

第五章“商功章”28 个问题。是介绍各种形状的体积计算方法。

第六章“均输章”28 个问题。是讲如何按人口数量，路途远近等条件合理安排各地的赋税及分派工役等问题的计算方法。

第七章“盈不足章”20 个问题。是讲解算术中盈亏问题的解法及比例问题。

第八章“方程章”18 个问题。是讲联立方程组的解法。

第九章“勾股章”24 个问题。是讲应用勾股定理求解应用问题。

刘徽为《九章算术》作注释，不是简单的对一部古老数学专著的注解，而是把他自己的许多研究成果充实到了里边。他经过多年刻苦钻研，对“九章算术”中一些不完整的公式和定理作出了逻辑证明，对一些不是很明确的概念提出了确切而又严格的定义。他使中国古代的一部数学遗产变得更充实完整了。

刘徽对圆周率进行了研究。他否定古人在《九章算术》中把圆周率取作 3 的做法。他认为：用 3 表示 的值是极不精确的。“周三径一”仅是圆内接六边形的周长与圆径之比。他经过多年苦心钻研，创造出了科学的方法——割圆术。是以一尺（33 厘米）为半径作圆，然后作这个圆的内接正六边形，逐倍增加边数，计算出正十二边形，正二十四边形，正四十八边形，正九十六边形，一直算到正一百九十二边形的面积，求出圆周率 等于 3.141024，相当于 3.14。后来人们为纪念刘徽的成就称此率为“徽率”。刘徽这种让内接正多边形边数逐倍增加，边数越多，就越和圆周贴近的思想，在当时条件下是非常不简单的。显然他当时已有了“极限”的思想。这种思想方法是后来的数学家发现数学规律后，而经常采用的方法。

刘徽的一生刚直不阿，在任何条件下都敢于发表自己的见解，敢于修正前人的错误。他在研究数学的过程中，不仅重视理论研究，而且也很注意理论联系实际。他的治学精神是大胆、谨慎、认真。他对自己还没有解答的问题，把自己感到困难的地方老实地写出来，留待后人去解决。

如：我国古代称球为立圆。在《九章算术》中将球的体积公式定为  $V = \frac{9}{16} D^3$

。刘徽分析了这个公式的不精确性，但他一时又解决不了。他说：“敢不厥疑以候能言者。”意思是：“我解决不了，留给以后的能人吧。”二百多年以后，祖暅继承了其父祖冲之的事业，在刘徽研究的基础上，彻底精确地解决了球体积公式。

## 刘徽的成就

刘徽具有高度的抽象概括能力。他善于在深入实践的基础上精炼出一般

的数学原理，并解决了许多重大的理论性问题。后人把刘徽的数学成就集中起来，认为他为我国古代数学在世界上取得了十个领先，它们是：

- 1) 他最早提出了分数除法法则。
- 2) 他最早给出最小公倍数的严格定义。
- 3) 他最早应用小数。
- 4) 他最早提出非平方数开方的近似值公式。
- 5) 他最早提出负数的定义及加法法则。
- 6) 他最早把比例和“三数法则”结合起来。

$$\left( \text{若 } a : b = c : x, \text{ 则 } x = \frac{bc}{a} \right)$$

- 7) 他最早提出一次方程的定义及完整解法。
- 8) 他最早创造出割圆术，计算出圆周率即“徽率”。
- 9) 他最早用无穷分割法证明了圆锥体的体积公式。
- 10) 他最早创造“重差术”，解决了可望而不可及目标的测量问题。

## 欧几里得

### 言传身教

欧几里得大约生于公元前 325 年，他是古希腊数学家，他的名字与几何学结下了不解之缘，他因为编著《几何原本》而闻名于世，但关于他的生平事迹知道的却很少，他是亚历山大学派的奠基人。早年可能受教于柏拉图，应托勒密王的邀请在亚历山大授徒，托勒密曾请教欧几里得，问他是否能把证明搞得稍微简单易懂一些，欧几里得顶撞国王说：“在几何学中是没有皇上走的平坦之道的。”他是一位温良敦厚的教育家。

另外有一次，一个学生刚刚学完了第一个命题，就问：“学了几何学之后将能得到些什么？”欧几里得随即叫人给他三个钱币，说：“他想在学习获取实利。”足见，欧几里得治学严谨，反对不肯刻苦钻研投机取巧的思想作风。

在公元前 6 世纪，古埃及、巴比伦的几何知识传入希腊，和希腊发达的哲学思想，特别是形式逻辑相结合，大大推进了几何学的发展。在公元前 6 世纪到公元前 3 世纪期间，希腊人非常想利用逻辑法则把大量的、经验性的、零散的几何知识整理成一个严密完整的系统，到了公元前 3 世纪，已经基本形成了“古典几何”，从而使数学进入了“黄金时代”。柏拉图就曾在其学派的大门上书写大型条幅“不懂几何学的人莫入”。欧几里得的《几何原本》正是在这样一个时期，继承和发扬了前人的研究成果，取之精华汇集而成的。

### 《几何原本》

欧氏《几何原本》推论了一系列公理、公设，并以此作为全书的起点。共 13 卷，目前中学几何教材的绝大部分都是欧氏《几何原本》的内容。

勾股定理在欧氏《几何原本》中的地位是很突出的，在西方，勾股定理被称作毕达哥拉斯定理，但是追究其发现的时间，在我国和古代的巴比伦、印度都比毕达哥拉斯早几百年，所以我们称它勾股定理或商高定理。在欧氏《几何原本》中，勾股定理的证明方法是：以直角三角形的三条边为边，分别向外作正方形，然后利用面积方法加以证明，人们非常赞同这种巧妙的构思，因此目前中学课本中还普遍保留这种方法。

据说，英国的哲学家霍布斯一次偶然翻阅欧氏的《几何原本》，看到勾股定理的证明，根本不相信这样的推论，看过后十分惊讶，情不自禁地喊道：“上帝啊，这不可能”，于是他就从后往前仔细地阅读了每个命题的证明，直到公理和公设，最终还是被其证明过程的严谨、清晰所折服。

欧氏《几何原本》的部分内容与早期智人学派研究三个著名几何作图问题有关，特别是圆内接正多边形的作图方法。欧氏的《几何原本》只把用没有刻度的直尺画直线，用圆规画圆列为公理，限定了“尺规”作图。于是几何作图就出现了“可能”与“不可能”的情况。在这里欧几里得只给出了正三、四、五、六、十五边形的作法，加上连续地二等分弧，可以扩展到正  $2^n$ 、 $3(2^n)$ 、 $5(2^n)$ 、 $15(2^n)$  边形。因此，我们可以想象欧几里得一定还尝试过别的正多边形的作图方法，只是没有作出来而已。所以欧氏《几何原本》问世后，正多边形作图引起了人们的极大兴趣。

欧氏《几何原本》中的比例论，是全书的最高成就。在这之前，毕达哥拉斯派也有比例论，但并不适用于不可公度的量的比，欧几里得为了摆脱这一困境，在这里叙述了欧道克索斯的比例论。定义了两个比相等即定义了比例，适用于一切可公度与不可公度的量，它挽救了毕氏学派的相似形等理论，是非常重要的成就。

据说有一位捷克斯洛伐克的牧师布尔查诺，在布拉格度假时，突然间生了病，浑身发冷，疼痛难耐。为了分散注意力便拿起了欧氏的《几何原本》，当他阅读到比例论时，即被这种高明的处理所震撼，无比兴奋以致完全忘记了自己的疼痛。事后，每当他的朋友生病时，他就推荐其阅读欧氏《几何原本》的比例论。

欧氏《几何原本》吸取了泰勒斯和柏拉图的演绎证明和演绎推理，完整的体现了亚里士多得的数学逻辑思想，成为公理化方法建立演绎体系的最早典范，更是数学逻辑思维训练的最好教材。但是，它在某些方面还存在着逻辑上的缺陷，并曾经引发了数学史上著名的“第五公设试证”活动，19世纪初因此而诞生了罗巴切夫斯基几何。罗氏几何的诞生，打破了欧氏几何一统空间的观念，促进了人类对几何学广阔的领域作进一步的探讨。随后，展开了大规模的欧氏《几何原本》公理系统的逻辑修补工作。德国数学家希尔伯特，用近代的观点集修补之精华，在1879年发表了《几何基础》，提出了欧氏几何一个完整的简洁的公理系统，使欧氏几何达到了高度的抽象化、逻辑化、数学化，把公理化方法推向了现代化，建立起了一种统一的公理体系。这也是欧氏《几何原本》对几何学发展作出的重大贡献。

欧氏《几何原本》一出世就迅速而且彻底地取代了在它之前的一切同类型著作，甚至使它们就此消声匿迹。

最早的中译本是1607年（明代万历35年）由意大利传教士利玛窦和徐光启合译出版的，只译了15卷本的前6卷，它是我国第一部数学翻译著作。取名为《几何原本》，中文“几何”的名称就是从这里开始的。而后9卷的引入是在两个半世纪后的1857年由清朝的学者李善兰和英国人韦列亚力翻译补充的。

## 列昂哈德·欧拉

### 开除回家

列昂哈德·欧拉是18世纪数学界的中心人物。他在几何、微积分、力学、天文学、数论，甚至在生物学等方面都有着重要建树。特别是在天灾人祸的打击面前，欧拉仍然顽强不屈、进击不止，为后人留下了宝贵的财富，充分表现了这位数学家对数学信念的执著追求。他堪称我们大家的楷模，是我们所有人的老师。

欧拉降生在一个乡村牧师的家庭，也因此，他才能在邻居同年龄孩子羡慕和妒忌的目光下，进入那座令人瞩目、神往的学校。对于老欧拉来说，这是理所当然的，凭着自己的家传祖教，凭着小欧拉的聪明伶俐，儿子将来肯定是一名出类拔萃的教门后起之秀，或许能进入罗马教廷去供职呢？每当想起儿子的锦绣前程，以及因此而来的荣誉，老欧拉总是乐不可支。

自从欧拉在课堂上汲取了许多高远深奥的学问之后，对自然界的了解就更加充满信心，但与此同时又对一些问题疑惑不解，如：天上的星星有多少颗？他百思不得其解，只好求教于父亲和老师。老欧拉对这类稀奇古怪的问题膛目结舌，无言以答；老师也只是温和地摸着小欧拉的头顶，漫不经心地说：“这是无关紧要的。我们只需知道，天空上的星星都是上帝亲手镶上去的。”这真的无关紧要吗？既然上帝亲手制作了星星，为什么记不住它们的数目呢？小欧拉开始对信仰上帝的绝对权威产生了动摇的念头，他不止一次地问道：上帝到底在哪里？他果真无时不在、无所不能吗？

神学校里出了“叛逆”的学生，这还了得？小欧拉由于整天在思考这些问题，因而听课不专心，考试答非所问……终于有一天，老欧拉被叫到神学校，领回了被学校开除的儿子。

不满10岁的小欧拉对神学本来就不感兴趣，因此，他对于被神学校除名这件事无丝毫伤心，反而更加轻松活跃。从此，他可以无拘无束地思考他感兴趣的问题。

小欧拉立志要数清天上的星星。为此，他开始学习数学。一踏入这块领域，小欧拉不禁呆住了：天地之中无所不寓的数学，正像风光迷人的山水景色，何等引人入胜啊！小欧拉抱着厚厚的数学书籍，写呀，算呀，读得是那样的津津有味。

父亲对儿子在神学校的表现很有些伤心，但当他看到小欧拉是那樣的无忧无虑，又痴迷于数学时，也只有听之任之了。

老欧拉在传教布道之余，还要放牧羊群以贴补家用。这天，为扩大羊圈，父子俩正在丈量土地：小欧拉拉住测绳的一端，父亲拉直测绳后从另一端读出数值，根据量得的长度计算场地面积和所用的篱笆材料。父亲刚把四根转角桩打入地下，小欧拉的“报告”也出来了：“羊圈长40尺、宽15尺，面积600平方尺，需用110尺篱笆材料。”“可我们只有100尺材料啊！按长40尺，宽10尺计算，只得400平方尺的羊圈，怎么办？”父亲给儿子出了一个难题。

“如果把这四根木桩适当地挪一挪位置，也许用同样多的篱笆，还能使羊圈面积扩大。但什么情况下面积最大呢？”小欧拉启动脑筋，为自己的家庭解决问题。



次日天刚亮，小欧拉晃醒了睡梦中的父亲：“只要把羊圈的长、宽都定为 25 尺，那么，用 100 尺材料就可围成 625 平方尺的羊圈了！”老欧拉啧啧称赞：这虽然是数学上一个简单的极质问题，但小欧拉才十几岁啊！这消息不胫而走，也传进当地数学名流伯努利的耳朵里。

伯努利的惜才、爱才是著名的。这次，他专门来到欧拉家中。小欧拉放下手中的书本，双眼盯着这位德高望重的教授，质询似地问道：

“您知道天上的星星有多少颗吗？”

伯努利第一次经历这种面对面的“挑战”场面，他呆住了，问道：“那么，你知道了？”

小欧拉摇摇头，同时对这位不作正面回答的教授投去失望的目光。

“你还知道些什么呢？”教授又问道。

“我知道：6 可分解成 1, 2, 3, 6，把 1, 2, 3 加起来等于 6；28 可分解成 1, 2, 4, 7, 14, 28，把 1, 2, 4, 7, 14 加起来等于 28。是不是还有类似的数呢？”小欧拉比比划划，十分活跃。显然，他希望对方给予满意的解答。

这是“完全数”，一个古老的数学之谜，迄今尚无人知晓其全部奥秘。一个小孩子能提出这种有份量的问题，使得这位蜚声全欧的教授满心欢喜。

于是，在教授的极力推荐下，这位被神学校开除的学生、年方 13 岁的小欧拉，终于跨进了巴塞尔大学的校门。

## 辉煌的一生

在巴塞尔大学，欧拉涉猎了数学的大部分领域。老师们很快地发现，课堂上讲授的内容和进度远远不能满足欧拉的需求。贝努利听说后，更是惊喜万分，他当即决定从自己有限的宝贵时间中专门挤出一部分为欧拉辅导，于是便有了极不平常的“欧拉学习日”。贝努利以其丰富的阅历和对数学发展状况的深刻了解，给欧拉重要的指导，使年轻的欧拉很快地进入前沿领域。欧拉从此走上了献身数学的道路。

欧拉卒于 1783 年。纵观其一生的研究历程，我们会发现，他虽然没有像笛卡尔、牛顿那样为数学开辟撼人心灵的新分支，但“没有一个人像他那样多产，像他那样巧妙地把握数学；也没有人能收集和利用代数、几何、分析的手段去产生那么多令人钦佩的结果。”欧拉为数学谱写了一首首精彩的诗篇！

欧拉关于微积分方面的论述构成了 18 世纪微积分的主要内容。他澄清了函数的概念及对各种新函数的认识，对全体初等函数连同它们的微分、积分进行了系统的研究和分类，标志着微积分从几何学的束缚中彻底解放，从此成为一种形式化的函数理论；给出了多元函数的定义及偏导数的运算性质，研究了二阶混合偏导数相等、用累次积分计算二重积分等问题，初步建立起多元函数的微积分理论；考察了微积分的严密性，使微积分脱离几何而建立在代数的基础上；还有无穷级数的专门研究等。正如贝努利所言，是欧拉将微积分“带大成人。”

欧拉在微分方程、变分法方面也有出色成就。欧拉深入考虑了在常微分方程中占有重要地位的方程及一般常系数线性微分方程的求解方法，开创了这类方程的现代解法，极大地丰富了诞生不久的微分方程理论；欧拉研究了

微分方程的幂级数解法，从而解决了一大批不能用通常积分求解的微分方程；欧拉导出了一维、二维和三维的波动方程，并对平面波、柱面波和球面波等各类偏微分方程的解作了分类和研究；欧拉在变分法方面的成果，也标志着变分法作为一个新的数学分支的诞生，为日后的发展奠定了重要的基础。

在数论研究方面，欧拉的工作也具有举足轻重的地位。在费马开辟的道路上，欧拉几乎走完了它的全程，其中最富于首创精神、并能引出最多成果的发现要数二次互反律了。欧拉对二次互反律进行了深入的探讨并作出清楚的叙述，这已成为近代数论的重要内容。

欧拉在初等数学领域也花费了不少心血。《无穷小分析引论》是数学史上第一本沟通微积分与初等数学的杰作，被看作现代意义下的第一本解析几何教程；《对代数的完整介绍》系统总结了16世纪中期开始发展的代数学理论，它的出版标志着初等代数发展史的基本结束。

欧拉是一个十分注重数学应用的人。他把数学应用于物理领域，在力学、热学、声学、光学等物理分支中“频奏凯歌”；他把数学应用于天文研究，创立了关于月球运动的第二种理论；他把数学应用于航海、造船、生物等工程，都卓有成效。

要知道，许多重要成果是在他双目失明、心力交瘁的情况下取得的。这不能不引发我们更崇高的敬意！

每一个人都希望度过一个成功的、满载鲜花和荣誉的一生，一个充实的、为后人所赞美的一生。但应该记住，这是以为为之付出的巨大牺牲为代价的。

1727~1741年，欧拉是在俄国彼得堡科学院度过的。这里的研究条件并不很优越，特别是俄罗斯的严寒气候更使欧拉不适应。冬天来临，室外是白雪皑皑、寒风阵阵，屋内也是冷冷清清，在欧拉的房内，最显眼的是一长排书籍和一张宽大的写字桌。渴了，喝几口开水；饿了，啃几口面包。欧拉不知疲倦地读啊，写啊，经常是通宵达旦，昏暗的灯光下，身裹羊皮袄的欧拉一会儿皱眉思考，一会儿奋笔疾书，并不时地用凉水拂面，刺激一下麻木的神经……辛勤的汗水换来了一个个令人鼓舞的成就。但是，过度的劳累和紧张使欧拉染上眼疾，并导致右眼失明。此时欧拉只有28岁，事业刚刚开始呀！医生和朋友一致劝说，为了保住左眼，欧拉应该少用眼睛，甚至应该停止数学研究。但欧拉婉言拒绝了，他知道，数学上还有那么多“堡垒”有待于自己去攻克，他不能放弃自己的事业和追求！欧拉用一只眼睛“审视”了数学的大部分领域，并给出许多最重要的结果。正当欧拉的思想日趋成熟、准备著书立说时，厄运又向他袭来：左眼完全失明。这样，欧拉只能在双目失明中生活、工作。

欧拉是坚强的，他没有因为双目失明而失去进取的勇气。繁琐的计算、大量的推演，对一个耳聪目明的人来说，也是一件艰难的工作。欧拉的困难是可想而知的，他必须付出双倍的努力和心血来完成他的事业。《积分学原理》（1~3卷）、《代数指南》等专著终于相继出版了，欧拉捧着散发着油墨味的新书激动不已，是啊，这不仅系统总结了过去的成就，而且也充分证明，自己战胜了双目失明的劫难！

祸不单行。正当欧拉在黑暗中跨出了他的研究步伐时，又一个沉重的打击向他袭来。1771年，彼得堡一场大火，把欧拉的住地团团围住。欧拉的生命受到威胁，千钧一发之际，家人冲进火海把他背出，使欧拉幸免一死。然

而，欧拉的书屋及大批研究资料被毁于一旦。年愈花甲、双目失明的老人再次面临严重的打击和考验！

欧拉能经得住这样的打击吗？能！他要与命运拼搏，为事业做出毕生的努力，一切从头开始，因此欧拉也没有时间去伤心、落泪了。凭着坚强的意志和惊人的毅力，欧拉不断回忆着记忆中的公式和定理，大火后的 10 余年间，他仍著述了 400 篇左右的论文和 10 余部著作，而且还进行着难度很高的研究。其中的辛苦，谁人知晓？付出的心血，又如何计量？

事倍功半犹进取，以勤补劣方显荣。朋友们，开拓者之路崎岖不平，随时随处都会有天灾人祸的打击，但只要加倍努力，勇敢进取，成功一定是我们的！

## 高尚的人

作为数学家，欧拉的身影是高大的，然而，作为一个人，一个普通的人，欧拉的形象更高大。拉普拉斯撰文说：“读读欧拉，读读欧拉，是我们一切人的老师！”

欧拉品德高尚。他曾与欧洲的 300 多名学者通信，在信中，经常毫不保留地把自己的发现和推导告诉别人，为别人的成功创造条件；用自己的闪光思想，照耀他人深入探索的道路。欧拉曾苦心思索过“等周问题”的解法，对此已经取得较成熟的结果，正当欧拉付梓成文、即将发表之际，收到法国青年拉格朗日的来信。信中也恰好讨论了“等周问题”，虽然这位法国青年的思路颇具特色，但其结论远未达到欧拉的研究深度。为了鼓励年轻人可贵的探索精神，欧拉毅然抽掉自己即将面世的文稿，并给拉格朗日写了一封热情洋溢的回信，充分肯定了拉格朗日的思路和方法，提出许多宝贵的建议。拉格朗日的这篇文章终于产生较大影响，使这位法国青年在数学界崭露头角。

欧拉以为人谦逊、待人真诚著称。兰伯特是一个难与人相处的人，他“过于自信地估价自己”，显然不是与欧拉意气相投的人。但由于欧拉谦虚的品格和与人为善的真诚态度，使他能正确地估价和对待兰伯特。

兰伯特发表了不少文章和专著。但这些课题大多是由于受到欧拉的启发，或者直接在欧拉已有成果的基础上展开的。对此，欧拉都以开阔的胸襟，予以关心和支持。他不仅多次主动地提醒兰伯特留心科学发展中值得注意的事情，而且还不顾眼疾痛疼亲自审阅、修改兰伯特的文稿，为之补遗堵漏，付出了很大的心血。

欧拉还是位热心的教育家。他不仅亲自动手为青少年编写数学课本，撰写通俗科学读物，还常常抽空到大学、中学讲课。即使是在双目失明后，仍不遗余力地编写《关于代数学的全面指南》。天灾人祸，动摇不了这位数学巨人献身数学的决心，也改变不了他乐于助人、甘为人梯的品格。酿得百花成蜜后，甘付辛苦为人甜，这正是欧拉品德的真实写照！

1783 年 9 月 18 日，欧拉“停止了生命，也停止了计算”。渊博的知识、高尚的品德、顽强拼搏的精神斗志，连同他的伟大成就永载史册！

## 冯·诺依曼

### 青年时代

约翰·冯·诺依曼 1930 年 12 月 28 日生于匈牙利布达佩斯一个殷实的犹太人家家庭里。他的父亲曾受匈牙利国王弗朗兹·约瑟夫的册封，获得低等贵族称号。

在布达佩斯，当时是数学界人才辈出的时代，冯·诺依曼与西拉德（1898 年）、维格纳（1902 年）和特勒（1908 年）相比，仍然是他们中间的佼佼者。关于他的童年，有不少传说。有的故事说他的记忆力十分惊人。他自幼爱好历史学，几乎过目成诵，终于成了拜占庭史的行家，还谙熟圣女贞德审讯的详情以及美国南北战争的细节。

有人曾说，他只要看过电话本的某一栏，即能谙记栏内的姓名、地址和电话号码。他不但机智过人，还富于幽默感，爱好双关语和俏皮的打油诗。

大多数的传说都讲到他从童年起在吸收知识和解题方面具有惊人的速度。他 6 岁时能心算做八位数除法，8 岁掌握微积分，12 岁就读懂领会了波莱尔的大作《函数论》的要义。

冯·诺依曼十几岁时曾得到一位叫 L. 拉兹的颇有才智的中学教师的教诲，不久以后，他成了 M. 法格蒂和 L. 法杰尔的弟子。L. 法杰尔人称“许多匈牙利数学家的精神之父。”

冯·诺依曼的父亲因考虑到经济上的原因，请人劝阻年方 17 岁的诺依曼不要成为数学家。后来父子俩达成协议，诺依曼便去攻读化学。1921~1925 年，他先后在柏林和苏黎世学习化学。1926 年诺依曼同时获得苏黎世化学工程文凭和布达佩斯数学博士证书。

冯·诺依曼 20 岁时发表的序数定义，现在已被普遍采用，他的博士论文也是关于集合论的；他的公理化方法，在这个主题方面，留下了不可磨灭的标记。他一生中始终对集合论和逻辑抱有很大的兴趣。尽管 1931 年哥德尔证明了“数学的无矛盾性是不可能证明的”，说明数学推理能力有局限性，然而这仅仅使诺依曼情绪有过短暂的波动。

他在柏林（1926~1929 年）和汉堡（1929~1930 年）当过无薪大学教授（报酬直接来自学生的学费）。在这段时期，他离开了集合论，从事两个课题：量子理论和算子理论方面的工作。他被新的物理概念所激励，更广泛深入地进行无限维空间和算子的纯粹数学的研究。基本见解是希尔伯特空间中的向量几何和量子力学系统的态结构之间有着同样的形式性质。冯·诺依曼论述量子力学的著作（德文本），在 1932 年发表，它被译成法文，（1947 年）、西班牙文（1949 年）和英文（1955 年）。至今，该文仍是这个主题的经典著作。诺贝尔奖金获得者 E. 维格纳，在一篇描述冯·诺依曼对量子力学所作贡献的讲演中说：量子力学方面的贡献，就足以“确保冯·诺依曼在当代理论物理领域中的特异地位。”

### 在普林斯顿大学

1930 年，冯·诺依曼以客座讲师的身份赴普林斯顿大学讲学，任期一学年，次年即应聘当了普林斯顿大学的教授。1933 年高级研究院成立时，他是

研究院数学所奠基时代的六位教授之一，并在这一职位上了其一生。

1930年冯·诺依曼与玛利埃塔·科维茜结婚，1935年生了一个女儿，取名玛利娜。冯·诺依曼神童般的幼年预示他将来必成大器，岁月果然证实了这点，他很快就成为数学界的明星。在他扬名数学界的同时，关于他的种种趣闻轶事也广为传播开来了。他是个世界主义者，然而，成为美国公民却是他自己作出的选择。

冯·诺依曼家里常举办持续时间很长的社交性聚会，这是远近皆知的。约翰尼（约翰的昵称）自己饮酒不多，但决非滴酒不沾的人。他偶尔也玩扑克牌，不过，打起牌来，他总是输家。

1937年冯·诺依曼与妻子离婚；1938年又与克拉拉·丹结婚。克拉拉·丹随诺依曼学习数学，后来成为优秀的程序编制家。多年后，克拉拉在一次接受记者采访谈及她丈夫时说道：“他对自己家的屋子一点儿几何头脑也没有，连个位置都搞不清楚……一次在普林斯顿，我叫他去给我取一杯水，过了一会儿他回来了，问我玻璃杯在哪里。我们在这所房子里住了17年……他从来没有用过锤子和螺丝刀，家里的事，除了修拉链以外，他一点也不做。他修拉链可以说是‘手到病除’。”

冯·诺依曼决不是那种脸谱化的大学教授样子。他是个粗壮结实的男子汉，衣着整齐、讲究。自然有人说他有时是何等的心不在焉。克拉拉告诉我，一天早晨冯·诺依曼从普林斯顿的家里驱车出发到纽约赴约会，车抵新不伦瑞克时，他又打电话回来问他妻子：“我上纽约去干什么？”当然这可能不完全贴切，不过我还是想起有一天下午我开车送他回家的情形。因为那天晚上他家有一次聚会，我自己又记不清到他家的路途。于是我就问他，我下次再来时怎样辨认他的那所房子。他告诉我说：“那可容易，街边有家鸽啄食的那所房子即是我家。”

冯·诺依曼思考问题的速度真是令人敬畏。G.波列亚也承认，“约翰尼是我唯一感到害怕的学生。如果我在讲演中列出一道难题，讲演结束时，他总会手持一张潦草写就的纸片向我走来，告诉我他把难题解出来了。”无论是抽象的求证还是运算，他做起来都是得心应手的，不过他对自己能熟练地运算还是格外感到满意和引以为豪。当他研制的电子计算机准备好进行初步调试时，有人建议计算一道涉及2的幂的计算（这道题大致是这样的：具有下列性质的最小幂是什么，当它的十进数字第四位是7时？对现在使用的计算机来说，运算这道题根本不费吹灰之力，它只需几分之一秒的时间即可取得运算结果）。计算机和约翰尼同时开始运算，约翰尼竟领先完成了运算。

一个著名的故事说到，阿伯丁检验场的一位青年科学家有一个复杂的式子需要求值。第一个特解，他花了十分钟时间，第二个特解，他用笔和纸运算了一个小时。第三个特解，他不得不求助于台式计算机，即使是用了台式计算机他还是得花上半天的功夫。当约翰尼进城时，这位青年科学家把公式递上去向他求教。约翰尼自然乐于相助。“让我们先来看看前面几个特解的情况。如果我们令  $n=1$ ，我们可求得……”——他昂首凝思，喃喃而语。年轻的提问者顿时领悟到它的答案，便插嘴说，答案“是2.31吧？”约翰尼听了后不解地看了他一眼并说：“我们现在令  $n=2$ ，……”他思索着，嘴唇微微启动。这位年轻人由于事先胸有成竹，当然能摸得到约翰尼的演算过程，在约翰尼就要算出答案前的一瞬间，这位青年科学家又插话了，这次他用一种迟疑的口吻说：“是7.49吗？”这次，约翰尼听了不免蹙起了眉头，他连

忙接下去说：“如果令  $n=3$ ，那末……”还是一如既往，约翰尼默念了片刻，青年科学家在一旁偷偷地听到了他计算的结果。还没等约翰尼运算完毕，青年科学家就喊了出来：“答数是 11.06。”这下约翰尼可受不了啦。这完全不可能。他从未见过有初出茅庐之辈能胜过他的！他一时陷入了心烦意乱之中，一直到开玩笑的家伙自己向他承认事先已作过笔算以后，他才平息了心头的愠怒。

另一则趣闻是所谓著名的苍蝇难题。两名自行车选手在相距 20 英里以外以每小时 10 英里的匀速从南北两向相对而行。与此同时，有一只苍蝇以每小时 15 英里的匀速从南行的自行车前轮出发，飞往北行的自行车的前轮，然后再返回南行自行车的前轮，依此情形不断往返，直到苍蝇被碾死在两辆自行车的前轮之间。问：苍蝇飞行的总距离是多少？缓慢的解题方法是先求出苍蝇北飞的第一段距离，然后求出南飞的第二段距离，然后再求出第三段距离，最后计算出由此求得的无穷级数的总和。快捷的解题方法是从观察中知悉，两辆自行车出发后整一个小时即相遇，因此苍蝇恰好只有一小时的飞行时间；因此，答案一定是 15 英里。当有人向冯·诺依曼提出这道难题时，诺依曼不加思索就解了出来，这使提问者十分失望：“呀，你一定曾经听说过其中的奥妙！”诺依曼反问道：“你说的是什么奥妙？我仅是求出了无穷级数呀！”

有人记得冯·诺依曼讲课时曾讲过算子环问题。他提到，算子环可以分成两类：有限对无限一类，离散的对连续的为另一类。他接下去说：“这就会引出总共四种可能性，这四种可能性每种都能成立。或者——让我们想想——它们能成立吗？”听讲者中间有好几位数学家在他的指导之下研究这一课题已有相当一段时间了。如果稍稍停顿略加一番思考，对四种可能性——核验决不是太麻烦的事。一点也不费事——每种可能性只需用几秒钟时间核验，如果把思索和转话题的时间加进去，总共不过费十秒钟时间。但是，两秒钟以后，冯·诺依曼已经在说：“是的，四种可能性都能成立。”大家还没从迷茫之中清醒过来跟上他的讲演，他已经就开始讲解下文了。

## 鲜明的个性

严格地说，匈牙利语不是一种四海通行的语言，所以所有受过教育的匈牙利人必须能操比他们本国语更具广泛使用价值的一种或几种语言。冯·诺依曼一家在家里都说匈牙利语，然而他能极熟练地使用德语、法语，当然还有英语。他说英语的速度很快，在语法上也经得起推敲。但是在发音和句子结构方面，不免使人想起很像德语。他的“语感”还不能算是尽善尽美，遣词造句不免复杂。

他准备讲演时几乎从来不用笔记。有人看到他对一般听众作非数学专业的讲演开始前五分钟作的准备。他坐在研究院的休息室里，在一张卡片上粗略地涂写上只言片语，比如：“动机的形成，5 分钟；历史背景，15 分钟；与经济学的关系，10 分钟……”

作为一个数学讲演者，他会使人感到应接不暇。他说话很快，但吐字清楚，用词确切，讲解透彻。比如，如果一个课题可能有四种公理方法，大多数教师只满足于展开一个或最多两个系统，最后再附带提及其他两个。冯·诺依曼则不然，他喜欢把情况的“全部图景”描绘出来。也就是说，他会具体

描述从第一导致第二的最短捷径，从第一至第三，然后再继续下去一直到 12 个可能性为止。

他讲课时擦黑板太快，十分令人不愉快。他板书讨论中关键性的公式，当公式中的符号可由别的符号来替代时，他不作适当的修改重写公式以标明替代部分，与此相反，他擦抹去可替换的符号，代之以新的符号，这种做法不免使记笔记的听讲者泄气，特别是他为了继续他的推理过程同时还一直滔滔不绝才智横溢地讲个不停。

他所阐述的原理是那么平易自然，他的风格是那樣的令人折服，所以要听懂他的讲演，不必一定是个数学行家。然而，听讲者几小时以后会感到，一般的记忆力已支撑不住因果内含的微妙平衡了，听讲者会感到迷惑和不足，需要听取进一步的讲解。

作为一个数学著作家，冯·诺依曼的思路清晰，但脉络分明稍逊。他的著作行文有力，然而雅致尚嫌不足。他似乎喜欢搞细微末节和不必要的重复，各种数学符号运用得过于详尽而有时会令人摸不着头脑。他在一篇论文中首次使用了一种普通函数符号的引申，以此来保持逻辑上的正当区分，而不顾这种明显的区分事实上是无关紧要的。除了运  $f(x)$  的标准符号以外，他还使用了一种  $f((x))$  的符号。读者必须进行琐细的分析，由  $f((x))$  求得  $f(((x)))$ ，最后再求得  $f((((x))))$ ，所以会出现这样的方程式：

$$(f((((x))))^2=f((x)))$$

要消化吸收这种方程，一定要先除去外皮才行，一些出言欠逊的学生把这篇论文中的公式称为冯·诺依曼的洋葱头。

冯·诺依曼十分注意细节，原因之一可能是他感到自己动手运算求证要比博引旁证约定俗成的定规要来得简捷。结果就难免使人产生一种印象，他似乎对标准文献资料了解甚少。如果他需要从勒贝格积分理论中援引若干事实，即使是熟悉的事实，他总是情愿全力以赴，从最基本的符号下定义开始，逐步展开一直到他能加以引用的步骤。在第二篇论文中，如果他又需要引用积分理论，他又会从头做起。

论文中一长串的尾标，添标上又加上添标，论文中充满了可避免的代数计算，这在他看来并没有什么不好。其中的原因可能是他从大处着眼，不愿树木淹没在森林之中。他乐于考虑数学问题的各个方面，而且思维周密。他著书立说时从不以居高临下的口气对读者说话，仅是告诉读者他的见解而已。这种做法倒也高明，结果是很少有人能找到机会可以给冯·诺依曼的著作提出批评指正的。

因为冯·诺依曼 30 岁以后便与教育机构失却了正式的关系，所以他的学生人数是屈指可数的；他一生中只指导过一篇博士论文。然而经过讲演和不拘形式的谈话，他在自己的周围云集了一小批弟子，弟子们各自继承了他研究的数学科学的某个领域。这批弟子中有 J.W. 卡尔金，J. 查尼，H.H. 戈尔茨坦，P.R. 哈尔姆斯，I. 哈尔普林，O. 摩根斯顿，F.J. 默里，R. 沙顿，I.E. 西格尔，A.H. 陶布，以及 S. 乌拉姆。

冯·诺依曼决不因为自己能敏锐地把握事物而驻足不前，他是一个勤奋工作的人。他的夫人说：“他在家写作总要到深夜或黎明时分才搁笔。他的工作能力惊人。”除了在家里工作以外，他在办公室也孜孜不倦地工作。他每天一早就到研究院，一直到很晚才离开，其间他十分珍惜时光，决不让光阴白白流逝。他办事事无巨细都安排得井井有条，文章校对也很细心。

冯·诺依曼在数学科学上对学问的探求是激流勇进的，这是他引人注目同时时又令人钦佩的品质。他在数学领域的学问和知识可谓广博，从他的整个知识结构看还不免有缺陷，特别是数论和代数的拓扑。

聪明才智，加上敏捷和勤奋必然会结出丰硕的成果。冯·诺依曼的著作《选集》一书中，收集了他的 150 余篇文章，其中约 60 篇是纯粹数学（集合论、逻辑、拓扑群、测度论、遍历论、算子论以及连续几何学），20 篇属于物理学，60 篇属于应用数学（包括统计学、博弈论以及计算机理论），还有几篇零星的文章。

## 多领域的成就

冯·诺依曼数学家的声誉是在 1930 年才较好地确立起来的，主要依赖于他在集合论、量子论和算子论方面的工作。然而就纯粹数学而言，他走过了三个历程。第一是遍历性定理的证明。遍历性假设，可以精确地叙述为在希尔伯特空间上的算子理论，这正是冯·诺依曼早期用来使量子力学精确化的论题。冯·诺依曼叙述和证明了现在著名的关于酉算子的遍历性定理，并且用于算子理论的研究，取得了成功。

1900 年，大卫·希尔伯特提出了著名的 23 个问题，它们总结了当时数学知识的状况，而且指明了今后所需做的工作。1933 年，阿·哈尔证明了在拓扑群中存在着适当的测度（后来称为哈尔测度）；他的证明发表在数学年刊上。在发表前，冯·诺依曼已接近了哈尔的结果，他清楚地看到这恰好是求解希尔伯特第五问题的一种特殊情况（紧致群）时所需要的，他的文章也发表在同一期数学年刊上，恰好紧接着哈尔的文早。

1930 年下半年，冯·诺依曼发表了一系列关于算子环的论文（部分论文是和 F.J. 摩莱合作的）。该理论现在称为冯·诺依曼代数。也许，这是冯·诺依曼最值得人们铭记不忘的著作。它是算子理论在技术上最光辉的发展，它推广了许多有限维代数的熟知结果，是量子物理研究中最强有力的工具之一。

算子环理论的一个惊人的新的生长点是由冯·诺依曼命名的连续几何。普通几何论述维数为 1、2、3 的空间。在他论算子环的著作中，冯·诺依曼已看到，实际上决定一个空间的维数结构的是它所容许的旋转群。冯·诺依曼陈述了使得连续难数空间有可能成立的公理。这几年中他不断地思考和论述连续几何的论题。

1940 年，是冯·诺依曼科学生涯的一个转折点。在此之前，他是一个通晓物理学的登峰造极的纯粹数学家；1940 年以后则成为了一位牢固掌握纯粹数学的应用数学家。他开始对把数学应用到物理领域去的最主要的工具偏微分方程发生了兴趣。此后，他的文章主要是论述统计、冲激波、流问题、水动力学、空气动力学、弹道学、爆炸学、气象学以及把非古典的数学应用到现实世界去的两个新的领域：博弈论和计算机。

冯·诺依曼曾提出用聚变引爆核燃料的建议，并支持发展氢弹。1949 年军队的嘉奖令赞扬他是物理学家、工程师、武器设计师和爱国主义者。

冯·诺依曼在政治和行政方面的决策，很少站在所谓的“自由主义”这一边。他有时还站出来主张对俄国发起一场预防性的战争。早在 1946 年，原子弹试验就遭到了持反对意见者的批判，但是冯·诺依曼却认为它们是必需



的。他不同意 J.R. 奥本海默反对核弹爆炸计划的意见，而且敦促美国在俄国掌握它之前就着手建造，然而在一次国会安全听证会上，他说：奥本海默是以“良好的愿望”反对这个规划的，但是一旦作出继续制造超级炸弹的决定，他的意见就是“很有建设性的。”他坚信奥本海默是一个可靠的人。

他是原子能委员会的成员，不得不“思考某些不可思议的问题”。他推动联合国去研究世界范围的放射性效应。早期太平洋原子弹试验的放射性外逸事件中，死亡一人。并使 200 人受伤，这件事几乎引起了全世界的关注。冯·诺依曼将这次事件与日本的某一次渡船事件造成的损失作了对比，渡船事件中有 1000 人死亡（其中包括 20 名美国人）。损失大大超过前者，于是他断言：为了用先进的技术来装备工业，承受某些尽可能小的损失，看来还是难免的。

冯·诺依曼不仅曾经将自己的才能用于武器研究，而且他还发现，自己的时间和能力可以用到所谓的博弈论中去，这种理论主要用于经济学研究。博弈论的数学基础是一个命题，称为极大极小定理。极大极小定理用于处理一类最基本的二人博弈问题。如果博弈双方中的任何一方，对每种可能的博弈策略，考虑了可能遭到的极大损失，从而选择“极大损失”。极小的一种策略为“最优”策略，那么从统计角度来看，他就能确保方案是最佳的。

数理经济学，过去模仿经典数学物理的技巧，所用的数学工具主要是分析（特别是微积分），将经济问题当作经典力学问题处理，这种方法的效果往往不太有效。冯·诺依曼抛弃力学的类比，代之以新颖的观点（对策论）和新的工具（组合和凸性的思想）。

博弈论在未来的数学和经济学中所处的地位，当时还不容预料。但是有些博弈论的热情支持者已经认为：博弈论可能会是“二十世纪前半期最伟大的科学贡献之一。”

对冯·诺依曼声望有所贡献的最后一个课题是电子计算机和自动化理论。计算机运行过程的逻辑成分是什么，从不可靠的元件组成的一台机器要得到实践上可靠的答案的最好办法是什么，一台机器需要“记住”些什么，用“存储器”装备它的最好办法是什么，能否造一台机器，不仅能节约计算工作而且也能减少建造新机器的困难，即能否设计一台自己能再生产的自动机，一台计算机能否成功地模仿“随机性”，使得当没有公式可遵循时，也能解出一个具体的物理问题（如怎样寻求一个最优的轰炸模型），计算机能通过大量的概率实验，推得一个统计上精确的答案吗？这些都是冯·诺依曼研究的问题。他为解答这些问题，作出了基本的贡献。

冯·诺依曼还提倡将计算机技术用于各个不同的学科领域，从求解偏微分方程的近似解，到长期精确的天气预报，以至最终达到控制天气。他建议研究的最引人注目的题目之一是对北极“冰帽”染色，以期减少它们辐射出的能量，提高地球热能，让冰岛的恶劣气候变得接近于夏威夷。

科学院交给冯·诺依曼的最后一个任务是整理和发表耶鲁的西列曼讲座的成果。他住医院期间，还一直在做这件工作，但是没有最终完成。他在整理西列曼讲座中所用的方法，用词的精确性，也间接地证明了，在多方面作出过卓越贡献的冯·诺依曼，始终首先是一位数学家。

离开人间

冯·诺依曼是他所处时代的杰出人物。他接受了多种荣誉和学位，包括普林斯顿（1947年）、哈佛（1950年）和伊斯坦布尔（1952年）的学位。他在1951~1953年间，担任美国数学协会主席，他也是好几个国家的科学院院士。1956年，他在身患不治之症时，接受了E.费米奖。

冯·诺依曼1955年得病，经过检查，结果确诊为癌症。病势在扩展，但即使在旅途中，他也不停止工作。后来他被安置在轮椅上，但仍在思想、写作以及参加会议。1956年4月，他进入沃尔特·里德医院，以后就未曾离开过。

冯·诺依曼思考问题的清晰程度，在任何情况下，都比我们大多数人的水平要来得高。N.维格纳和冯·诺依曼都是杰出人物，他们的名字都将留传于后世。但是，他们又是不同类型的人物，维格纳观察事物深刻而又直觉，而冯·诺依曼看问题清晰并且逻辑性强。

是什么因素使得冯·诺依曼不同凡响的呢？是他思考问题时理解和思考力超常迅速呢，还是能牢记各种事物的非常的记忆力呢？不！这些品质，尽管它们可能给人印象深刻，但不是决定性的。

“公理方法”有时被看作为冯·诺依曼取得成功的奥秘。在他的手中，公理方法并不是迂腐的而是直观生动的，他通过把注意力集中于基本性质（公理）上，以求把握问题的实质，然后由此出发推演出一切。同时，公理方法也启示他一步一步地从基础理论研究推向应用。他了解自己的能力和能力，他赞扬或许也羡慕那些具有特殊素质的、并区有着非理性的直觉灵感的人，这种灵感有时能改变科学进程的方向。对冯·诺依曼来说，似乎不可能有难于理解和难于表达的思想。他的远见卓识给人深刻的印象，他的表述则是严谨清晰的。

## 希尔伯特

### 苹果树下的思考

欧洲有个古老的传说：一辆著名的战车，被一根山茱萸树皮编制的绳索牢牢地捆住了。你要想取得统治世界的王位吗？那就必须解开这个绳结。无数聪明、强悍的勇士满怀希望而来，垂头丧气而去，因为绳结盘旋缠绕，绳头隐藏难寻。一天，亚历山大也慕名来到这里，他略略思索一下，便果断地抽出宝剑，一剑把绳截成两段。难解的绳结就这样轻而易举地被“解开”了。亚历山大因此享有对整个世界的统治权。

1888年9月6日，人们惊喜地获悉：十多年来许多数学家为之奋斗的著名难题——果尔丹问题，终于被一位当时尚名不见经传的青年人攻克了。他运用的方法和途径是那样的出人意料、令人折服，就像亚历山大解开绳结一样；也正如这位显赫的君主在辽阔的欧亚大陆上留下旷世战功，这位年轻人穷尽毕生心血和才华，在广阔的数学领域里纵横捭阖，遍及现代数学几乎所有的前沿阵地，在整个数学的版图上，到处都刻下他那光辉的名字。他就是数学世界的亚历山大——大卫·希尔伯特！

哥尼斯堡是德国一座古老而美丽的城市，康德、哥德巴赫是这座城堡的荣誉和骄傲，著名的七桥问题更使之名扬欧洲。1862年1月23日，希尔伯特就诞生在这座富有学术传统的城市里。受家庭的熏陶，早在中学时代，希尔伯特对数学就表现出浓厚的兴趣，并立志把数学作为自己奋斗的专业。

1880年秋，希尔伯特进入哥尼斯堡大学。这里的学术空气浓厚而且自由，非常适宜希尔伯特的生活习性和学习要求。这段时间内，他同两位年轻的数学家的交往使他受益终生。一位是比他大3岁的胡尔维茨，在希尔伯特还是学生时，这位见多识广的青年就已是副教授；另一位是闵可夫斯基，虽比希尔伯特小两岁，但已荣获巴黎科学院大奖而名扬国际。他们三位一体，情投意合。他们每天下午“准5点”相会于校园旁边的苹果树下，互相交流彼此的学习心得、制订计划、探索未知领域。对于每一个重大问题，他们总是分头准备、认真思考，并各抒己见，有时也会争得面红耳赤。据说，曾有一位前来哥尼斯堡大学访问的外地学者，这天偶然经过苹果园，忽然听到里面传出几个人互不相让的争吵声，他驻足而观，发现三位年轻人比比划划，旁若无人。这位好心的人觉得有必要去劝解一下，但马上就知道自己的担心是多余的。那正是希尔伯特三人在讨论问题。

苹果树下的小路清晰地向远方延伸。他们通过日复一日的无数次散步，漫游了数学世界的每一个角落。这种数学家们特有的学习方式给他们其中的每一位带来了希望、成功和友谊。

苹果树下的散步使希尔伯特利用有趣而又容易接受的学习方式像海绵吸水那样接受数学知识，并以最简洁、快速的方法到达数学研究的前沿阵地。胡尔维茨渊博、系统的知识，闵可夫斯基快捷、灵敏的思维，无不令希尔伯特如醉如痴，也激励着他更加如饥似渴地学习、思考。这段时光为希尔伯特打下了牢固而全面的基础，他也因之能在以后的岁月里频频出击，并获得数学麦加——哥廷根大学的教授席位。

善疑名问会将学习引向深入，开放性的学习方式有利于塑造创造性的品质，相互影响、彼此促进的环境是培养人才群体的基本要素。这是“苹果树

下的散步”给予的启迪。难道我们今天的教育、教学就不可以有所借鉴吗？

## 新世纪的问题

巴黎圣母院的钟声迎来了 20 世纪。1900 年，人们都把眼光放在未来：科学家憧憬着惊人的突破，艺术家在追逐时代的潮流……8 月 6 日，第二届国际数学家大会在巴黎开幕了。会议第三天，38 岁的希尔伯特作为全世界最具名望的数学家，健步登上了讲台。

人们以为，这位大才的数学大师，一定会拿出优异的数学论文，来回答国际数学界，作为他献给新世纪的礼物。不料希尔伯特一开口就问道：“有谁不想揭开未来的面纱，探索新世纪里我们这门科学发展的前景和奥秘呢？我们下一代的主要数学思潮将追求什么样的特殊目标？在广阔而丰富的数学思想领域，新世纪将会带来什么样的新方法和新成就？”他那明亮的蓝眼睛里射出纯真而坚定的光芒，铿锵有力的声音在整个大厅里回荡，敲击着每一个与会者的心。这是一个多么激动人心的演讲啊！

希尔伯特向与会的 200 多名数学家，也向国际数学界提出了 23 个问题，预示了新世纪整个数学的发展方向。希尔伯特的演说轰动了国际数学界，使这次大会成为数学史上一个重要里程碑。大批数学家投入到解决希尔伯特问题的激流中来。人们普遍认为，一个数学工作者只要解决了其中的任何一个或一部分，都是对数学科学的重大贡献。而随着这些问题的解决，必将大大推动 20 世纪数学的发展。现在，时光已过去 90 多年，事实证明，希尔伯特所提出的问题确已成为新世纪的方向，围绕这些问题也确实形成了许多新的数学分支。希尔伯特的这次高瞻远瞩的演讲被称为新世纪数学发展的指南导航图。

一位科学家如此自觉、如此集中地提出一大批问题，并持久而深刻地影响一门科学的发展，在科学史上确是极为罕见的。这不仅需要过人的胆识、崇高的使命、精深的造诣，还要具备“领袖”般的大将风范！而希尔伯特就属于这类为数不多的人物。

从一个领域马不停蹄地转向另一个领域，是希尔伯特科学研究的显著特点。在他看来，既然在这个领域里他的主要工作已经结束，留下的细节就可由其他人完成，只有这样，才能把精力投注于更大的战役，从中做出新的开创性贡献。因此，希尔伯特一生中先后涉足不变式理论、代数数域理论、数学基础、积分方程、物理学等领域，并均产生深远的影响。

在每个研究领域中，希尔伯特关注的不是支叉细节，而是重大和关键的问题。提出问题，解决问题，贯彻在希尔伯特研究事业的始终。他认为：“只要一门科学分支中充满大量问题，它就充满生命力，缺少问题则意味着死亡或独立发展的中止。”在解决问题的道路上，既有锲而不舍，不达目的决不罢休的毅力，又有突破陈规陋习、灵活变通的技巧。

希尔伯特的成就使人目瞪口呆。在世纪之交的时候，人们看到了一位站在新世纪起跑线上的带头人。毫无疑问，科学需要这样的无畏探索者，科学界需要这种挺进不止的领袖。

## 出色的老师

希尔伯特伟大的才能和热情、真诚的天性，引来了各地的崇拜者，他“就像穿杂色衣服的风笛手，用那甜蜜的笛声诱惑了如此众多的老鼠，跟着他跳进了数学的深河。”

在一片起伏平缓的绿色丘陵地，哥廷根的红瓦屋顶显得分外夺目。自从1895年希尔伯特来这里担任教授之后，哥廷根数学的黄金时代又形成了。希尔伯特以其真诚的个人素质和民主的学术作风吸引了世界各地的青年人。“打起你的背包，到哥廷根去！”全世界数学专业的学生，无不向往哥廷根大学，并以聆听希尔伯特的教导为荣。

哥廷根大学的教授有“半个上帝”之称。但希尔伯特毫无盛气凌人的优越感。他平等待人，以诚相见，尤其喜欢同年轻人相处。他家里随时都会有前来喝茶、进餐、请教问题的学生。希尔伯特深刻地体会到，青年人身上的批判性、创造性是科学研究的契机。因此，茶余饭后，希尔伯特又总是领着这些追随者们到附近的树林里或山岗上作长时间的散步，讨论数学、交流思想。

希尔伯特是真正的教师。他特别反对填鸭式的教学方法，认为讲课应该教会学生怎样提出问题和解决问题，讲课的目的是要把学生引进科学发展的进程，教师应该详细地阐明困难所在，为学生解决具体问题“搭一座桥”。因此，希尔伯特的讲课大多是临场发挥。这时尽管常常会走入迷途，但却给学生们提供了一条深刻而又真实的第一流科学家的思维方式。而按照通常的教学，学生们也许在许多年中也不可能见到这么多的数学概念和领域。希尔伯特主持的数学讨论班有着“不可抗拒的魅力”，过道上、窗台上都挤满了来自世界各地的数学家、物理学家。

希尔伯特慧眼识才，能为学生仗义执言。有一天，希尔伯特收到格罗美的博士论文，文章很有创见，但由于他没有预科学校的毕业文凭，按规定，不能授予学位。希尔伯特不忍心眼看着这位青年人的才华被埋没，多方奔波，据理力争，终于使这位没有预科学校文凭的青年获得博士学位。这种事例举不胜举。

希尔伯特的真诚和宽宏大量更是众所周知。外尔是希尔伯特的高足，后来在数学基础的基本观点上与他产生了严重分歧。但这并没有影响希尔伯特对外尔杰出才能和良好品德的信念。1922年，哥廷根数学研究所成立，此时正值希尔伯特与外尔的追随者布劳威尔论争的时刻，而外尔却收到哥廷根数学研究所的邀请函，这是希尔伯特努力争取的结果；1932年，希尔伯特选定自己的接班人时，又首先想到了外尔，并亲自签发邀请书。这种不计私嫌、以才取人的胸怀，赢得了外尔的尊敬和信任，也是后人学习的榜样。

希尔伯特卓越的才华和高尚的品格，使他理所当然地成为数学界的统帅和领袖，并以他感人的榜样指引世界各地的莘莘学子投入到数学研究的长河。

## 敢怒敢言

希尔伯特是没有国家和种族偏见的人，他经常勇敢地面对大多数人的习惯势力和强权统治，不折不弯，在敢怒敢言中显其英雄本色。

1914年10月，德国政府为了欺骗国际舆论，不惜采用威逼利诱的方式，让一批著名科学家、艺术家签名发表“告文明世界书”，以掩盖其罪行。希

尔伯特作为世纪之交的数学泰斗，影响非凡，因此自然成为当权者争取利用的重要对象。希尔伯特很清楚与政府作对所带来的后果，但他从正义和真理出发，置个人利益于不顾，义正辞严地予以拒绝。当“告文明世界书”公布时，人们看到一大串名单中仅少了两个熟人，一个是爱因斯坦，另一个就是希尔伯特。勇敢的希尔伯特给当时正直的人们以巨大的鼓舞。

1916年，埃米·诺特这位卓有才华的青年妇女来到哥廷根大学。希尔伯特对她的学识倍加欣赏，立即决定让她留下来当讲师，辅助相对论的研究工作。但当时歧视妇女的现象相当严重，希尔伯特的建议遭到语言学、历史学等教授们的强烈反对。希尔伯特拍案而起，大声疾呼：“先生们，这里是学校，不是澡堂！”就因此激怒了他的对手，希尔伯特对此不为所动，毅然决定让诺特以自己的名义代课。

1917年，法国数学家达布去世。正值德法交战时期，德国一部分人中的狂热的民族主义情绪把法国人统统视为敌人。希尔伯特当然知道担当的风险，但他还是在哥廷根数学杂志上发表了纪念达布的文章。一群受蛊惑的学生冲到希尔伯特的住处，要希尔伯特低下头颅，承认错误。他拒绝了，并要求校方就学生的无理行为向他道歉，不然他就马上辞职。校方考虑到哥廷根的事业和希尔伯特的声望，最后只得赔礼道歉。

1928年，在意大利召开的国际数学家会议向德国发出大战以来的首次邀请。但以比贝尔巴赫为代表的所谓“德意志数学家”拒绝参加。希尔伯特非常气愤，他毅然率领了一个由67名数学家组成的代表团赴会，使德国数学家重新回到国际大家庭中。要知道时已66岁的希尔伯特正患有严重的恶性贫血症，随时都有倒下的可能！

敢怒、敢言、敢为的希尔伯特以自己的身体力行宣告：任何形式的限制，尤其是民族的限制，都是与数学的本质格格不入的。数学没有国界，数学不分种族！

特定的时代注定了希尔伯特晚年的痛苦。1933年，希特勒上台后，全面实行法西斯专政。在棍棒和枪口的威逼下，犹太人被赶出了德国。希尔伯特眼睁睁地看着自己的同事、学生被逼而去，抚今追昔，希尔伯特又能何以待之呢？这位老人在抑郁、孤独中度过了他的晚年。

希尔伯特去世了，但在数学发展的几乎所有领域里，都巍然屹立着他那堂堂雄姿；希尔伯特的精神依然激励后人继往开来、不断成功。“我们必须知道，我们必将知道。”这铿锵豪迈的语句不仅深深地镌刻在希尔伯特的墓碑上，而且也永久地回响在全世界科学工作者的心坎中！

## 高斯

### 少年早慧

卡尔·佛路德里希·高斯，1777年4月30日出生在德国的布劳恩斯维克的一个农民家庭。他父亲是一个勤快的人，除了种地外，什么打杂、打短工的活都干。母亲是石匠的女儿，没有什么文化。勤劳智慧的双亲无论如何也没有想到，他们的孩子似后竟成为一个数学发展史上的伟人。

当时德国还没有统一，分成了几十个小国家各自为政，使德国科学技术的发展大大落后于邻近的法国和英国。高斯就是出生在这样一个时代。

高斯的父母非常疼爱他，经常把自己知道的有限的一点知识慢慢地讲给他听，促进了高斯的智能发展，致使他幼年时就显示出了数学方面的非凡才华。当他年仅3岁时，就已有足够的算术知识来纠正他父亲在算账时发生的错误。这在当时令大家非常惊奇。

高斯有着惊人的记忆力，特别是其心算之快更是令人吃惊，而且这些能力一直到老年时仍然不衰。很快，小高斯是“神童”的赞扬声传遍了家乡。后来，高斯在回忆自己童年的时候说过，他也不知道怎么回事，在学会说话之前，就已经学会计算了。

高斯该上小学了，因为家里很穷，父母无力供他上好一些的学校，只好把他送到当地一所教学质量很差的小学。父母的意思是让小高斯学点基本知识，能认字、会计算，今后就可以凑合谋生了。父母为他们的选择无可奈何，当然，他们也为高斯担心，因为学校的老师是一个态度恶劣的人，他讲课时从不考虑学生的接受能力，而且经常训斥、责骂学生，经常用鞭子惩罚学生。正因为如此，家境稍为宽裕的学生都不去上这所小学校读书，它只好以很低的收费招收一些穷人家的孩子来维持。

一天晚上，学校老师突然来到高斯家里，高斯的父母感到非常紧张，以为孩子白天在学校闯了什么祸。出人意料的是老师一反常态，非常激动而诚恳地一再检讨自己过去的不对，表示请家长原谅他过去的错误，以后一定认真教好学生，并一再地夸赞高斯。

谈了半天，高斯的父母才弄清楚是怎么回事。原来白天上数学课时，老师严厉的态度使学生们手足无措、心惊胆战。老师向学生提问题时，学生们紧张得答错了。老师看学生这样，也就越发生气。课讲不下去了，老师给学生们出了一道题，让学生计算如加2加3，一直加到100的和，并且威胁学生们说：“你们谁算不出来，就不准回家吃饭！”

老师满以为把学生们治老实了，自己就坐在讲台旁等着学生们哀求自己了。

一会儿，高斯拿着练习本走了过来，怯生生地问道：“老师，我做得对吗？”

老师惊讶极了，本上端端正正写着答案“5050”。“这个8岁的小孩，怎么这么快就算出来了？”老师看别的学生，都正在紧张地一个数加一个数地算着呢。“天哪！我自己算这个和也用了小半天哪！”

在老师的询问下，高斯讲出了自己的计算过程。原来，他并不是按着1、2、3的次序往上累加的，他发现分别从头、尾开始，对称的两个数相加，和都是一样的：1加100是101，2加99是101，直到50加51也是101；一共

是 50 个 101，用 50 乘 101，就得出 5050 了。高斯并不知道，他用的这种方法，就是古代数学家长期努力才找出来的求等差级数和的方法。

高斯的发现，使老师震动极大。他痛感自己轻视了教学工作，过去的做法是完全错误的。由此，老师下决心彻底改变自己的教学态度和教学方法，一定要把孩子们培养成才。当然，老师也为自己拥有高斯这样的学生感到自豪。

老师的态度转变了，家长们高兴地看到孩子们的进步很快，学校也变得很有吸引力了。后来，这位老师成了当地最受人尊敬的人。

## 努力成才

高斯不愿意听人们的称赞，每大晚饭后，就坐在书桌前开始学习。因为家里太穷，必须节省灯油，他就把一个大萝卜挖空，里面塞进一块油脂，插上一根灯芯，自制了一盏小油灯坚持苦读，直到深夜才睡。

高斯的刻苦好学和数学才华，广为乡亲们称赞。当地的公爵卡尔先生听说此事，在亲自考查了高斯后，激动不已，主动做了高斯有力的保护人。公爵为自己发现了高斯这样好的人才而自豪，为了不让高斯因家庭贫困而失去成才的机会，他自己出钱资助高斯深造。

高斯不负众望，15 岁这一年，他得以进入不伦瑞克的卡洛林学院学习，继而又到格丁根大学深造。公爵坚信培养资助高斯，这是自己一生中最伟大的荣耀。这种支持，一直坚持到 1806 年公爵去世为止。

高斯满怀感激之情，深知学习的机会来之不易。他在大学里异常勤奋，在不长的时间里，便掌握了多种语言，并直接阅读了牛顿、欧拉、拉格朗日等多位大数学家的原著。在学习中，高斯边学习边研究，大数学家们的思想和方法极大地启发了他，高斯感觉自己进入了一个数学的境界，各种思路和方法新颖别致，许多问题迎刃而解。在数学王国里畅游，使高斯逐渐成为一个完美主义者。

作为非欧氏几何学创始者的高斯，当他对平行公理开始怀疑时，还是个十几岁的孩子。许多问题萦回在他的脑际，他总是不断地深入研究。当时，如果他把他的研究成果发表出来，必然会立即被学术界公认为是非欧氏几何学的创始人，但他没有这么做，因为在他看来，自己的研究还未臻完美，而能公诸于世的，必须是“完美无瑕的艺术品”。这就是高斯保持了终生的特性——不计世俗成就，只追求真理。

17 岁这一年，高斯发现了数论中的二次互反律。大数学家欧拉和勒襄德也研究过这个问题，但没有明确的结果，高斯第一次做出了严格的证明。

19 岁这一年，高斯用圆规和直尺，顺利地作出了正十七边形，解决了 2000 年来的一大难题。早在公元前 3 世纪，大数学家欧几里德就用圆规和直尺作出了正三角形、正四边形、正五边形、正六边形、正八边形、正十边形、正十五边形。但如何作出正七边形、正九边形、正十一边形、正十三边形、正十七边形呢？这一问题难倒了众多的数学家，甚至有人认为，这些正多边形，用圆规和直尺是根本作不出来的。

但是，高斯竟用圆规和直尺作出了正十七边形。并且高斯还严格地证明了，单用圆规和直尺作不出正七边形、正九边形、正十一边形、正十三边形和正十四边形。高斯把正多边形的规律研究得很透，干净利落地解决了数学



史上的一大难题。高斯很钟爱正十七边形，甚至希望在他死后将这一图形刻在他的墓碑上。

22岁这一年，高斯第一次严格证明了代数的一条基本定理。让人们惊叹的是，年轻的高斯从指导思想上，为数学的发展开辟了广阔的前途。

24岁这一年，高斯出版了《整数论研究》，他认为整数论是“数学的女王”。近代的整数论自高斯而始，高斯以其惊人的心算能力从大量的计算例子中总结提炼出一系列定理。

高斯的工作改变了整个数学的面貌。

高斯成功了。为了减轻公爵的经济负担，1807年，高斯担任了格丁根大学的天文台长兼数学教授。因为这一职位有较高的收入。很快，高斯就热爱上了天文学，并以其在数学上的丰富学识和惊人才干，取得了天文学上的重大成就。数学理论联系实际，又促使他继续对数学作出了巨大贡献。

当时，英国天文学家赫舍尔发现了天王星，从天王星和太阳的距离比例上，人们推测其间一定还有未发现的行星。不久，意大利天文学家波雅齐果然发现了这颗小行星，这就是后来定名为谷神的星星。当时人们判断不清这是行星还是彗星，它太小了，过不久就看不到它了。也不知什么时间在什么位置它再能出现。

高斯运用自己数学方面的才干，创立了精确的行星运行轨道理论，以一个八次方程概括它，很顺利地预言了谷神星出现的时间和位置。高斯热爱上天文学，他有6个子女，其中有4个人的名字，都是以小行星的发现者的名字命名。他担任这个天文台长的职位一直到逝世。

高斯迷上了天文学，此后他用了10年的时间把数学才能与天文学结合起来，用数学的形式完成了天文学的《运动论》，对天文学理论的发展作出了卓越的贡献。

## 对数学的信念

高斯沉浸在数学的天地里不能自己。长期的数学研究与应用工作，使高斯坚信数学的巨大威力。他要利用数学工具去解决更广阔领域的问题。

他的研究从天到地。1818年，他在应聘为汉诺威王国做土地测量调查时，通过研究地球形状的工作用数学精确设计并发明了反光仪。同时利用数学深入进行了曲面研究，发表了《关于曲面的研究》一文，为测量学和曲面论闯出了新的路子。1831年以后，他又致力于电学和磁学的基本研究，并发明了电磁电信，提出了一般的通量定理，为物理学作出了非常重要的贡献。磁通密度的单位就是以高斯的名字命名的。

此外，高斯在结晶学、光学、生物统计学、力学、平衡状态中的流体、毛细管现象等研究上，也贡献颇多。

高斯生前发表的研究论文多达155篇，还有大量写在手稿和日记上从未发表的研究论文，直到20世纪，人们发现并研究了高斯的日记，世人才认清他对科学的全部价值。高斯的座右铭是“少而精”。他在广泛的科学领域里，留下了这么多贡献，却又说是“少数”，这是为什么？可能是面对整个大自然的奥秘，而自觉是“少数”——这也是高斯完美主义的另一种表现吧！

高斯以自己的实践体会，认为数学不仅对于科学技术，而且对于经济学、统计学、财政、保险的完善和发展，都有重要的应用价值。高斯的预言，今

天都已成为事实。高斯的数学眼光是敏锐而深广的！

高斯深深地进入了数学的境界。他在冗长的研究计算中找到了无可比拟的乐趣，甚至在他身体极度衰弱，去世的前3天晚上9点，在已经无法工作的情况下，还在计算自己已活了多少天，折算为小时是多少，再把这数目记在长年带在身边的保险统计簿上。

当时民间都迷信“神必使宠儿夭折”。高斯的亲戚看到小时的高斯过于早熟，心算能力奇佳，虽然为他高兴，但当时都担心他会过早谢世，可是高斯却活到了78岁，并且在纯粹数学和应用数学方面留下了无人可以望其项背的伟大成就，更奠定了现代代数学和物理学的基础。

## 洪加威

### 初露才华

早在中学时代，洪加威在数学上就已才华绽露。

那是在刚上初二的时候，一天，他看到上高中的哥哥在解这样一道数学题：两个正方形，一大一小，问切成几块后能拼成一块大的正方形。看到哥哥和他高年级的同学都在为此而冥思苦想，洪加威好奇地拿来题目，不料很快就把它做了出来。大家的夸奖并没使他中断思考，他又在想：到底什么样的两块图形能够切成有限块互相拼来拼去呢？

当时的《数学通报》上经常刊登一些数学难题征解，他非常喜欢动脑筋去解几道难题，随着本领的渐渐增长，他终于把上面的问题的一般性定理独立做了出来。

上了高中，洪加威更迷上数学了，这里面有诗画一般的意境，深入进去会使人流连忘返。他开始试着把自己想出的一些定理加以证明（实际上前人已证明），然后就写成一篇篇“学术论文”，不料有些文章还被当作学生习作在杂志上发表了。

数学成绩的突出并没有使洪加威因而影响全面发展，他的兴趣太广了。下棋、拉琴、作曲、演戏以至于集邮、航模，他简直无一不爱。各门功课的成绩都非常出色，使得他的中学老师对他格外器重：“好好学，不久的将来一定能成为科学家的。”是的，洪加威对此也充满了信心。

1955年秋，洪加威以优异的成绩考上了北京大学数学系。从此，他告别了父母、老师，告别了培育他5年的母校南昌一中，来到这座向往已久的科学家的摇篮，美丽的燕园。从小就活泼好动的洪加威，在这里更是如鱼得水，他身体健康，性情爽朗。多才多艺。他是北大民族管乐队的二胡演奏手，绘画和书法也很不错。在学习方法上，他更喜欢标新立异，看数学书，别人仔细看定理的证明，而他却把一条定理都当作习题做出来。出色的学习成绩，很快引起了老师们的注意和好评。

到了高年级，系里开始分专业了，洪加威专攻数理逻辑和计算机专门化这个年轻的数学分支。数理逻辑课上，洪加威的才华受到系主任段学复和丁石孙老师的赏识，他们觉得像他这样有才能的学生在经历中是不多见的。过了不久，计算机程序理论课程也开设了，洪加威第一次领略这门年轻学科的风采。当时在这个领域的研究，我们和日本是大体上同时起步的，以洪加威当时的状况，如果继续深造，取得突破性的成果是可以预期的。然而，1958年“红专辩论”开始了，他作为“白专”典型受到重点批判。从此，他的成才之路荆棘丛生，为了实现学用一致的愿望他付出了整整18个春秋。

### 种种考验

1960年，23岁的洪加威在北大毕业了。这位难得的高材生，即没能到科研部门，也没能留在高等学府，而被分配到北京市计量管理处标准化科当科员。那时，丁石孙是“反右倾”运动重点批判对象，段学复实际上成了一个挂名的系主任，对洪加威的分配，虽深表惋惜，但都爱莫能助。

刚参加工作的洪加威还是想认认真真于点象样的事情。他认真学习了许

多政治理论著作，决心走出一条了解和认识社会的新路。他打起背包，主动到京郊各地去搞实地调查。没过多久，他就根据实地了解，写出了《北京昌平县小农具质量情况的调查》、《北京市皮、布鞋质量情况的调查》等 10 多篇报告。几个月后，《人民日报》发表了一篇重要社论《大兴调查研究之风》，洪加威的实践得到了证实。

在市计量处积极工作的同时，对于研究数学理论的渴望，有时又使他禁不住在同事们喝茶聊天的时候抽空读点专业书，演算几道数学题。不料这件事引起了旁人的不满，想抓紧时间多学点东西却被指责为“种自留地”，闹得他很苦恼，名声还挺“臭”。他曾提出请求调换一个和专业接近点的工作，但在当时那种科技干部“单位所有制”的条件下，他也只得照样天天干着近乎“打杂”的工作。“难道从此就这样离开心爱的数学了？”洪加威心里实在想不通，他感到茫然。

1962 年，广州会议后国家制订的“科研十四条”下达了，在职人员有报考研究生的机会。洪加威满怀信心，跃跃欲试。深谋远虑的丁石孙老师，早就认为洪加威去搞计算机领域最能发挥他的特长，就介绍他去报考吉林大学王湘浩的研究生。王教授是搞计算机科学方面的权威，洪加威是多么希望能投考这个专业啊！他马上向领导提出请求，但得到的答复是不能去外地上学，要考只能考北京的。但北京当时并没有招收这方面专业的研究生啊，这不是明摆着不让考吗？这样就放弃吗？不，改考别的专业。他立即找到了原系主任段学复，段先生很同情洪加威当时的处境，鼓励他改学“群论”。可洪加威原不是学习代数专业的，离考试期只有两个月了，他只有奋力拼搏才有希望。白天上班，只能利用早晚攻读，即使乘公共汽车他也争分夺秒看几页书……这一年招考研究生是解放以来最严格的一次，题目很难。段先生为能让洪加威有回旋余地，特意出了比规定多一倍的题目供部分选做，出乎意料的是，在指定的考试时间里，洪加威竟出色地答出了全部考题，终于成了段学复的研究生。然而就在同时，他却因患肺结核而病倒了，一个新的考验又降临了，为了能保全这个难得的学习机会，洪加威决定抱病从师。

群论，是代数学里的一个重要分支。段学复教授早年曾在加拿大和美国留学，在有限单群方面颇有建树。洪加威在很短的时间里就读完了段先生指定的代数基础课程，接着他开始攻读群论方面的英文专著《有限群的模表示论》。一年以后，他参加了由段教授和王莒萼芳老师主讲的一个群论讨论班，尽管“四清”运动使讨论班受到影响，但它还是始终坚持下来了。良师益友加个人勤奋，洪加威登堂入室，很快就到达了领域科研的前沿。1965 年，他完成了一篇数学论文《关于  $P(KP+1)(KP+2)$  阶的单群》，它的水平已相当于国外一篇很好的博士论文。13 年后，这篇论文被评为全国科学大会重大贡献成果奖。然而，洪加威当时对这项工作总感觉有点不过瘾，他希望能搞点更具有开拓性的和更有思想性的工作。接着，他相继又写了第二篇、第三篇论文。使段学复先生多年感到遗憾的是洪加威的第三篇论文，这篇论文里涉及一个找到世界上第六个零散单群问题，因为前五个“零散单群”是本世纪以前人们发现的，段先生十分了解当时洪加威的研究进展，觉得如果再深入一步成功大有希望，然而人为的因素终止了这项研究。不久终于让国外同行抢先找到了第六个零散单群。

1965 年底，洪加威卓有成效的研究工作中断了，他还是被专业不对口的原单位要回。疑惑、苦闷、忧虑。3 年多的艰苦努力结局竟还如此……洪加

威的肺结核加重了，无情的手术刀切除了他的右肺下叶。接着，摧毁科学文化的风暴席卷而来，使他更加陷入困境。

1969年，洪加威被下放到京郊南口人民公社七间房大队接受“再教育”。由于他机敏好学的特点，很快竟当上了大队的赤脚医生和公社的农业技术员。在这个广阔的天地里，再去研究群论是没有希望了，但不久，推广优选法的热潮把他吸引住了。搞不成群论，研究一下应用数学总可以吧！当时，优选法中的一个基本的问题：黄金分割法为什么是最优的问题始终没有人能解决。洪加威细心研究了这个问题，他一面劳动，一面冒着很大的政治风险，利用工余搞研究。很快，在极缺乏资料的情况下，凭借他十几年的雄厚数学基础，黄金分割为什么最优的问题被彻底解决。他把写好的《关于一维优选的理论研究》一文寄给了当时正在搞优选法推广工作的华罗庚教授，华罗庚看到后很希望把他调到自己身旁工作或安排他到有关研究所工作。然而，在那种动乱岁月中，像他这样一面学生时代的“白旗”，文革期间他的父亲——一位老工程师，也因莫须有的罪名被赶回原籍，又使他蒙上家庭成份不好的阴影，他自然被种种理由拒之门外。

几年里，洪加威为了能有一个用他所长的工作岗位，四处奔波，想尽办法，然而所有单位的回答都是“不要”。难道我的事业就此为止了？此刻，他开始感到彷徨、沮丧，生活已是第三次向他开了大玩笑，他似乎不再抱什么希望，因为希望的结果往往带来更大的失望。此时的洪加威，从一个对国家民族，对自己都充满希望的热血青年，仿佛一下子变成另外一个人。此后，画画、下棋、音乐，甚至烹调、缝纫成了他发挥聪明才智的地方，最富于创造性的年华就这样一天天地消磨过去了……

平静的生活使他渐渐冷静下来，他时常感到空虚和不安。后来他想，作为一个普通的中国人，一个受国家培养多年的知识分子，总应该为国家、民族做点最有价值的事，站着等，不如干着瞧。这样，一旦有用武之地，也不致悔恨自己蹉跎岁月。即便等不到那一天，在我们临终的时候也可以对自己说：我一生虽无做成什么大事，但对生我养我的祖国母亲，也不能算是交了张白卷吧。从此，他更加发愤了。为了进城求知识，他只得经常借宿同学家，有时干脆躺在西直门火车站的长椅上过夜。为了想一个问题，他甚至可以几天几夜不睡觉。十几年没有一个固定专业，他不得不在数学许多分支里东碰西撞。然而，这却激励了他，磨炼了他，他期待着有朝一日能在事业中大显身手。

## XY 语言的研制

1974年，洪加威终于结束了5年之久的“下放干部”生活，来到刚成立不久的“北京市计算中心”工作。在这里，尽管他在理论研究方面的优势难以施展，但他很快就在计算机应用方面发挥了巨大的创造才能。

事情是这样的，70年代初，我国开始生产一种加工精度很高的数控机床。经过几年这一新产品就已遍及全国各地，成为各工业部门用来制造模具和加工精密零件的重要工艺装备。然而，这一先进装备在当时却拖了我国模具生产的后腿。

原来，所谓“数控”机床就是利用数字来控制机床的运行。每当生产一个零件时，工人们必须根据图纸进行计算，再把计算数据做成一卷凿着一个

个圆孔的纸带装入一台光电机里，它就能“指挥”机床自动加工零件。然而，这种靠手工编制加工程序的方法非常麻烦，有时工厂为了编出一套模具程序，组织五六十人“会战”三四个月，但是在机床上一加工，零件却成了废品，原来不定是谁又计算错了！难怪有的老工人说：“我国线切割机床的切割速度是世界第一流的，但手工编程却是老牛破车！”

为了解决当时我国模具生产直接面临的“老大难”问题，看来只有请计算机“出马”了。

北京、上海等许多拥有计算机的研究部门、大专院校都投入力量开展了这项应用计算机进行自动编程的研究。所谓自动编程，就是要先给电子计算机编制一个“软件”，只要把模具图纸的形状、尺寸告诉它，这个软件就可以指挥计算机自动地计算、编程，并输出一条控制模具加工的纸带。当时在美国已有一套大型数控语言——APT 语言，但直接在国内使用它还有许多障碍。因此，许多研究部门都想把 APT 语言搬用一部分内容，经改造用于线切割机的自动编程。

北京计算中心也投入这项研究工作。外地取经、下厂调查，大家从不同渠道，热火朝天地搞起这个“迫在眉睫”的课题来。

洪加威在实际接触中感到，美国的 APT 语言尽管是一种高级数控语言，但对我国线切割行业的实际问题存在着许多不便之处，它在设计上也有许多缺点。“我们何必都只在 APT 语言上做文章呢？”洪加威心想，“应当根据面临的实际情况，搞一个新的语言系统。”

他根据自己的初步想法拟定了一个方案，但刚一提交就被否决了。

“自己搞一个语言系统难度太大了，还是借鉴美国的 APT 型照搞一个吧！”有人说道。

少年时代就形成的强烈创新意识没有使洪加威就此罢休。“不，要搞就应创新，要自己设计搞中国式的。”他决心已定，宁可单枪匹马，也要大干一场。

1976 年深秋，洪加威在一间矮小的地震棚里，开始了紧张的设计工作。

搞一个应用系统的软件，对一个人来说的确是件异常艰巨的任务。在这项工作里，洪加威多年养成的“注重方法”的特点得到了充分的发挥。新起炉灶，重新设计一个像 APT 那样的大型数控语言，至少要花费几十个人一年的工作量，这条路显然行不通。如果在某种现成的算法语言上简单地添一点内容，来实现自动编程的功能，工作量虽小，但它的功能不强，工厂的同志用起来也很不方便。洪加威苦心积虑，终于想出了一个两全其美的办法。

当时国产计算机上使用一种科学计算语言——BCY 系统，他十分巧妙地给这套语言系统做了一个“大手术”。打个比方，如果把计算机比作一个花盆，把原有的 BCY 语言系统比作生长在盆中的一片大的仙人掌，那么，洪加威设计的这种线切割语言就好像是嫁接在仙人掌上的蟹爪莲，由于它可以从母体中吸收更为丰富的营养，所以它的枝叶更为繁茂，它的花朵兼有二者的特性。为了使这套语言最精练、最有效，洪加威用上了一切可能的方法，夜以继日地赶写着。

仅仅一个月，手编程序就完成了。下一步要在计算机上进行调试，对这套程序做逐项检查。然而，当时计算中心的计算机总是忙得昼夜运转，像他这样的“单干户”，就更难有足够的机时。出于无奈，洪加威马上想出了一个“高招”，他调试之前设计好一个通用的模拟程序，利用别人停机做准备

工作的空隙，就能很快地上机打出一卷他所需要的数据，从这些数据纸带上，就能方便地获得调试手编程序所需要的一切。这巧妙的方法竟使调试应花时间奇迹般的缩短了。

3个月之后，一种高效的国产线切割语言诞生了。根据特征，洪加威给它起了一个响亮的名字——XY语言。

1976年以前，我国计算机基本用于科研，XY语言是第一个被广大工厂、工人所接受的直接用于生产第一线的应用软件。洪加威在设计语言时考虑到，要想迅速使自己的研究化为生产力，就必须在语言的易于普及上下大功夫。因此他在设计时将大量难度较大的专门知识“隐藏”在软件内部，同时采用中文和拼音描述模具。这种“深入浅出”的处理便于记忆，易于书写，语言精练，容易掌握，功能极强。投入使用后，工人们反映：这个语言降低了线切割编程人员文化水平要求，清除了对计算机的神秘感。一般具有初中文化程度的人，学上3天，就能掌握。

如同一篇结构严谨、结论漂亮的数学论文，XY语言中倾注了洪加威那精湛的数学造诣和良好的美学修养。因此，XY语言一诞生就显示了它的巨大生命力，受到生产部门同志的一致称道。首先，众多的“老大难”模具编程问题被解决了。某工厂过去想生产一种“人形杠杆”，由于它形状奇特，几次手算都算不出来，先后拖了两年之久，但XY语言一上马，这个技术难关只消半小时就被迎刃而解了。一些过去认为形状古怪难以计算的零件，现在却能在很短的时间内用这套语言编出程序。同时，由于在编写上极为严密准确，使得这套语言体系所有语句都准确无误。多年使用XY语言的同志都知道，凡计算上出了毛病，一定是计算机硬件系统出了故障，因为软件绝无问题。这套语言投入使用后的近10年里，竟不需要修改任何一条指令，也没有碰到一个解决不了的线切割编程问题，这在同行业中是极罕见的。它足以反映洪加威当初设计时的良苦用心。1980年一位美籍华人软件专家回国时看到XY语言及其应用高兴地说：“想不到，祖国在这方面有这么高的水平。”美国耶鲁大学计算机科学系一位教授1984年回国看到它时说：“今天把这种语言开发到美国去都是很受欢迎的。”

科学技术一旦被开发出来，交给生产者掌握，就会迅速化为生产力。计算中心和北京机电学院的许多同志，为了能让XY语言更好地服务于生产第一线，开展了大量艰苦、细致、深入的工作。

试用、扩充、移植、推广，一期期XY语言培训班之后，回报的是祖国各地生产第一线同志们一封封热情洋溢的感谢信。

“这个语言解决了我厂生产关键，我们不再依靠进口，节省了大量外汇……”

“工艺的精度问题解决了，全厂职工向你们致敬”

洪加威他们的科研成果，经过9年多的开发、推广工作，今天已成为我国模具行业的关键技术，创造着巨大的物质财富，有着深远的社会效益。有人算过一笔账，一套模具本身价值在千元以上，每套模具又要生产出千千万万个零件，每套模具产生的直接经济效益以1万元计，9年来其经济效益也在100亿元以上。这项成果终于在1985年获国家级科学技术进步二等奖。

XY语言的研制成功，并没有使洪加威停步不前。他，又在思考着更新的研究课题。十一届三中全会召开以后，党制定了一系列关于大力发展科技、实行对外开放的政策，像春风吹遍了祖国大地，也吹暖了洪加威那颗曾一度

饱受苦闷和失望的心。少年时代立志成为优秀科学家的梦想又在向他招手，他鼓起勇气，决心攀登计算机理论的世界高峰。

## 走向世界

1978年初，美籍华裔著名科学家王浩教授来华访问，经丁石孙介绍，王浩了解了洪加威的工作能力，回国后他把这些情况及洪加威早年在《中国科学》上发表的两篇论文介绍给国际计算机理论界的权威——多伦多大学的柯克教授。第二年10月，洪加威受柯克邀请，以客座教授的身份去多伦多和美国研究和讲学。正是这次北美之行，洪加威以他那机智幽默的性格和极出色的工作，给北美许多科学家以及整个计算理论界留下了难以忘怀的印象。

在十二届计算理论会议上，洪加威作为第一个中国代表以“三个中国人的故事”深入浅出地介绍了他出访后的第一篇成果《关于决定性空间完全性问题》。在这之前，理论界的许多学者找到了时间的完全性问题，非决定性空间的完全性问题，但一直没有找到决定性空间完全性问题。报告一结束，洪加威和他的故事立即成为会议间学者们的话题。几十位著名科学家争先前来道贺。

“这真是三天会期间最好的报告。”

“听你的报告真是一种享受。”

不认识他的人都在问：“这个报告人是谁？你认识吗？太好了！”

大会闭幕这一天，洪加威一下子接到了美国许多大学的邀请。

斯坦福、麻省、康乃尔邀他去演讲。

伯克利、罗彻斯特邀他去教学。

卡内基—梅隆大学邀他去研究。

于是，会场上纷纷传说：“三个中国人的算法”已经被10个大学请去工作了。

但是，最让洪加威高兴的，却是会议主席米勒告诉他的话：“ACM过去跟中国的联系太少，以后一定要特别加强。”

洪加威在ACM会议上宣读的第一篇论文，虽然赢得国际学者的普遍好评，但他真正的重大成果还在后面。在多伦多做研究时期，使他有机会了解计算理论界的最新动向和一系列重大课题。纵观这一领域几十年来的风云变幻，一个重大的突破性课题在他胸中逐渐酝酿成熟。

1980年10月13日，在美国纽约州西诺求斯市，第二十一届计算机科学基础会议隆重召开。这是国际上理论计算机科学中最重要的会议之一，具有最长的历史和最高的水平。这天到会的代表，包括许多第一流的著名计算机科学家，卡尔普、罗宾，还有柯克教授，他们都带来了最重要的成果。

10月15日，洪加威带着自信的微笑走上这庄严的国际讲台。600多人济济一堂，聚精会神地听着这篇具有开创性的学术报告《计算的相似性与对偶性原理》。

“自从图灵论题提出以来，我们知道，不同的计算模型是等价的。但我最近得出，任何合理模型所使用的并行时间、序列时间和存储空间在本质上都是一样多的，即具有所谓的相似性……”洪加威用流利的英语做了开场白。

轰鸣般的掌声中洪加威结束了讲演。多少计算机科学家用敬慕的眼光看着他，他把现代计算机科学的基础——图灵论题，从本质上向前推进了一步。



“真是太漂亮了，一个惊人的报告！”著名学者鲍罗廷感慨地说道。下届大会主席罗森伯向洪加威表示祝贺时说：“你的报告不仅在成果上是杰出的，在报告艺术上也是超群的。”加州大学卡尔普教授在给洪加威的一封信中写道：“听你杰出的报告是一种巨大的享受，你的研究是计算机复杂性理论中迄今所得的最杰出的成就。”

为了说明洪加威这篇论文究竟有什么重大意义，我们还要从图灵论题谈起。

千百年来，数学家们都确信这样一个事实，凡是正确的数学命题，就一定能找到证明的方法。然而，德国数学家哥德尔在1931年发表了一篇爆炸性的论文，它证明了有些正确的数学命题是不可以被证明的。这个结论把一个重要的数学难题摆在了人们的面前：怎样判断一类数学问题是机械可解的，或者说能通过有限的固定步骤得到解决？正当许多大数学家一筹莫展之时，英国一位24岁的数学家图灵异想天开地搬出了一种“理想计算机”，并且说，凡我这台计算机能算出的，就是可计算的，凡我这台计算机算不出的，就是不可计算的。这就是赫赫有名的“图灵机”。那么是不是一切判断能否计算问题非要在图灵机上定义，用别的计算模型就不能定义呢？接着，图灵提出了这样一个论题：只要在一个模型下可以计算，那末在别的“合理”的模型下也可以计算，你能算的我也能算，你不能算的我也无可奈何。这便是日后被称为计算机科学基石的图灵论题。

然而，图灵只考虑任何数学问题在理论上是否可计算，却没有研究实际当中能否计算的问题。换句话说，即使现代最快的计算机，也仍得考虑时间的因素。举个例子来说，写出26个英文字母的全部排列，即使一架机器每秒能写一亿个排列，也需要好几亿年才能完成。由此可见，计算问题光考虑能否计算还不行，还得讲点“效率”，这便是当今计算理论界最热门的复杂性问题的。

洪加威刚刚跨入这个领域时，正值理论界群星荟萃，百家争鸣的年月。许多有名望的学者都在不同侧面、具体问题上探索着复杂性理论。他没有把精力耗费在别人的成果上做些添枝加叶的工作，而是以高屋建瓴之势，洞察到了复杂性理论关键问题的所在。他把图灵论题推进了一大步，提出了这个轰动理论界的相似性原理。这个原理指出：不但各合理模型能否计算的问题是一样的，而且计算模型所用到的三种资源：并行时间，串行时间及存储空间在本质上一样多。它表明，不仅计算的可能性是客观实在，而且计算的复杂性也是一种客观实在。

“会当凌绝顶，一览众山小”。作为一个出色的科学家，不仅需要水滴石穿般积累起来的扎实功底，更需要具有那种能透过具体问题，观其大略、扭转乾坤的气魄。相似性原理不仅统一了所有的计算模型，而且统一了所有的计算类型。因而它已成为现代复杂性理论中的重要基础工作之一。

加拿大多伦多大学计算机科学系主任鲍罗廷写给我国有关负责人的信中说：“洪加威的论文是质量很高的研究篇章。我认识到，这些论文对我的思路和我的同事柯克教授和拉道夫教授的思路都产生了影响……洪加威已成为对我们系做出巨大贡献的人。”

## 新的想法

19世纪，印度哲学家辨喜说过：“最伟大的东西是世界上最简单的东西，它和你自己存在一样简单。”这句话告诉了人们这样一个道理：不要忽视你身旁那些看来习以为常的小事，因为这里面往往会有宝藏。

《中国科学》1986年第三期刊登了《能用举例子的办法来证明几何定理吗？》等两篇文章，这是洪加威回国后的又一项重要成果。这篇题材别开生面的论文不仅对计算机证明平面几何定理的研究工作跨进了一大步，而且对多年来数学界的一个传统观念提出了新的看法。

要了解这项新工作，还得从有关归纳推理问题讲起。打这样一个比方，假如你第一次吃苹果，发现苹果是甜的，你再吃第二个、第三个……当你吃了一定数量的苹果之后，你会得出一个结论：“苹果吃起来有甜味”，虽然你并没有吃掉世界上所有的苹果。这种归纳式的推理本是人们常用的，是一种非常合乎逻辑的推理形式。然而，这种从特殊的事例概括出一般性知识的思想方法在数学上却站不住脚。

两千多年前，古希腊数学家欧几里得写了一本划时代的伟大著作《几何原本》。他在书中总结了古希腊的数学成果，用公理法建立起演绎的数学体系。这部书里，欧几里得仅从5条公理、5个公设及一些原始定义出发，演绎出几百条命题和定理，从而征服了人类的心灵。这种演绎的推理方法至今仍统治着数学界。

“凡人总要死的，张三是人，因此张三是会死的。”

这是一个典型的演绎推理，它的前提和结论之间的联系是必然的。在数学中，从欧几里得以来，只有经过这种把一般性知识应用到特殊场合的推理才能在证明的过程中使用。如果谁在数学里从几个特殊的例子概括出一般性的结论，那么这种结论只能被称为猜想，不能叫做定理。因为它还尚待严格证明。像著名的哥德巴赫猜想至今也还未最后被证明出来。

在中学的课堂上，数学老师总是这样告诫学生：“数学是一门最严格的科学，它的每条定理，都是由前面正确的结论经演绎推理而得到的，在数学里，决不允许靠举几个例子来证明问题……”如果哪个学生“胆敢”靠举几个正确的例子来证明一道几何命题，那他一定要“吃”零分，因为这是数学上的大忌。

然而，从学生时代起就喜欢“异想天开”的洪加威对数学里这个司空见惯的观点却发生了疑问。一天，他和著名数学家吴文俊教授一起闲谈，讲到了这样一个平面几何问题：

“我们在纸上随便画一个三角形，再连上它三边上的高，如果画得仔细就会发现三高交于一点。不妨多试几次，但每次的结果都是如此。于是你肯定会认为，这要不是——一条定理才怪呢！因为这是一个多么直观又简单的推理过程啊！如果能按一定的方式找出几个特例来证实这个平面几何定理成立，那么不就能借助计算机来证明平面几何问题了吗？”

“想法是好，但怎么把这个问题严格化呢？”吴文俊教授问道。

是啊！有大胆的设想，还需要有解决问题的手段才行。计算机复杂性理论的研究工作刚告一段落，洪加威立刻又把全部精力投入这一数学的新领域。

数学，以它精密而无懈可击的论证方式赢得了科学女皇的美名。它一向被人们描述为是一门抽象的、演绎的科学，纯理智的精英。然而另一方面，在数学的萌芽和发展阶段中归纳推理也立下过“汗马功劳”。有人研究过，

原始人通常总用一只手拿一件物品，正是经过无数次的反复和归纳，最终才从“多”的概念中分出数字“一”的概念。数学史上的伟大革命——微积分的诞生也与归纳推理密切相关。牛顿等人从前人解决的大量变量问题中归纳出有价值的想法，归结出微分和反微分两个问题，完成了科学史上的一大勋业。抚今追昔，洪加威在想：“归纳和演绎两种推理，它们像一对孪生兄弟，都是人类认识自然的基本方法。可是它们为什么这样水火不容呢？归纳和演绎两者关系的问题，一定有些很深奥的东西在里面。但究竟如何突破呢？”他继续往下想着。

“归纳推理的好处是简单易行，但却不严密可靠，而演绎推理是严密可靠的，但却不简单易行。能不能用演绎推理的方法来证明某种归纳推理的严密可靠性呢？”

事实上，归纳推理作为科学研究方法几乎和演绎推理有同样悠久的历史。早在两千多年前，亚里士多德就把归纳—演绎方法作为认识自然的统一方法一并提出。而古老的数学分支——平面几何，恰恰是归纳推理和演绎推理历史上分道扬镳的地方，洪加威希望在此找到一个突破口。

经过严密的论证，洪加威在理论上终于证实了他的想法。在中国数学会五十周年年会上，他的《能用计算一个实例的办法证明几何定理吗？》一文，引起了数学界同行们的极大兴趣和关注。根据这一方法，对于一个平面几何的命题只要按一个简单的公式给出一个数值特例，然后对该特例进行验算。如果这个命题对该特例在一定误差范围内正确则命题一般地精确地成立，否则不成立。于是可以用近似计算代替传统的三段式的推理。这项工作的意义和价值，将有待今后数学界、计算机科学界以及哲学界的学者们去评判。

唯物辩证法是宇宙间一切事物的根本大法，在数学这门严密的学科中也毫不例外。洪加威以他出色的思想方法再次证实了恩格斯早年的一句名言：“归纳和演绎，正如分析和综合一样，是必然互相联系着的。不应牺牲一个而把另一个捧到天上去，应当把每一个都用到该用的地方去，而要做到这一点，就只有注意它们的相互联系、它们的相互补充。”

洪加威是新中国培养起来的新一代科学家，他个人成长历程中的起落兴衰与我们整个国家民族的命运是紧密相联的。他时刻都没有忘记，在极左路线盛行、是非颠倒的年代，有多少老师、同学曾给他以鼓励和支持，又有多少热心的好同志、好领导冒着风险保护和帮助过他。在他的每一份成绩里，都蕴含着祖国人民对他的殷切希望。当有的外国科学家劝他留在国外时，他这样写道：“他们知道我的水平，但是不知道我的心。我生为中国人，死为中国鬼，为了祖国的荣誉，我愿奋斗终生！”

现在，洪加威虽已是一个年近五旬的人，但始终保持一颗年轻人的心，他正以旺盛的精力开拓、探索人类思维奥秘的新领域。但他把更大的希望寄予下一代青年同志。他常这样讲：“我是一个乐观派，对科学的未来和人类的前途我充满信心。因为在历史的长河中，人类现在还不过是一个婴儿。它将在信息时代中改造自己，达到出神入化的地步，变成一个比现代人类高千万倍的新人类。”

一位早期数学家说得好：“不是心灵中的诗人，就不可能成为数学家。”是的，洪加威多么像一个满怀豪情的诗人。他笔下的一行行符号、公式、公理，不就是美妙的诗篇吗？这是一首首赞颂科学、颂扬真理、憧憬着人类美好明天的诗！

## 笛卡儿

### 偶然的巧遇

1596年3月31日，笛卡儿在法国一个名叫拉哈耶的小城里诞生了。他出世刚几天，母亲就溘然长逝，留下一个虚弱多病的孩子几乎夭折，幸亏保姆悉心照料，才得以转危为安。笛卡儿从小就十分喜欢科学，在家中，他最爱听父亲讲一些科学发明的故事，并喜欢寻根究底地问个明白。他父亲很懂儿童教育法，他见小笛卡儿体弱多病，爱沉思默想，就让他自己随心所欲去学习，不加任何限制。8岁那年，父亲便把他送到国王亨利赫四世创办的最好的学校之一——拉弗莱希学校读书。学校里功课繁重，校规很严，主要学科是神学、教会的哲学，其次也学数学。笛卡儿学习一直很用功，成绩非常的好，是学校中有名的优等生。在学校里笛卡儿结识了一些朋友，其中有一位叫梅森的同学和笛卡儿最要好。他们常常在一起散步，谈论神学和科学。后来梅森成为有名的数论专家，而且不止一次地把笛卡儿从教会的迫害中救出来。17岁时笛卡儿毕业后，升入普瓦界大学攻读法律，接触到更多的哲学和自然科学方面的书籍，他的思考更加深入了。20岁时，他以优异的成绩获得了法学博士学位，以后去巴黎当了一名律师。

17世纪初的欧洲还处于教会势力的控制之下，但科学的发展已经开始显示出一些和宗教教义离经叛道的倾向。笛卡儿大学毕业之后，心情显得很平静，他在回忆录中写道：“我从小就喜爱科学，因为我确信科学明确而真实地给我的生活带来美好境地，所以我非常勤勉地研究它。但当我毕业时，我的见解完全改变了，我陷入了疑惑和错误的混乱状况。”为了探求人生的真谛，年轻的笛卡儿经常活跃在巴黎快乐的青年人中间，有时又会在好朋友梅森家中谈论着科学的发展，一会儿又在他那孤独的住处阅读“自己认为最有趣而不寻常的各种书”……这样过了一段时间，年轻的笛卡儿得到了不少的益处和经验，对他以后的生活道路起了不可估量的作用。笛卡儿夜以继日地学习、思考，转眼过了两年。这时欧洲大小战争连绵不断，当时一些不满意法兰西政治状态的青年人都投奔荷兰奥伦治的部分，笛卡儿也到那里当了一名士兵。

说起笛卡儿投身数学，那完全是出于一个偶然的机。有一次部队到达荷兰南部的一个小城市布勒达。一天笛卡儿正在街上散步，看见一群人围住路旁的一张招贴议论纷纷，他怀着一颗好奇心凑上前去。招贴是用当地的佛来米语书写的，笛卡儿一点也看不懂。不过从人们纷纷的议论中，他大致听出了这是解数学难题的一场公开挑战。笛卡儿的心里痒痒的，他非常希望能了解题目的意思！这种跃跃欲试的举动被他旁边的一位中年人发觉了，中年人用法语主动问道：“小伙子，你愿意解答这几道数学题吗？”

“我很想试一下，尊敬的先生，然而我看不懂这些文字。”

“这很容易，如果你愿意拿去解答的话，我替你翻译。”

中年人用怀疑的目光看着这位年轻的士兵，他从年轻人那明亮的双眸中似乎看到一种自信和力量，于是迅速地用法文译出了招贴上的全部内容，交给了笛卡儿。

第二天，笛卡儿兴冲冲地把答案交给了那个中年人。中年人看了笛卡儿的解答后十分惊奇：多么巧妙的解题方法，准确无误的计算，这些解答完全

说明这位年轻的士兵在数学方面的造诣不浅。原来这位中年人就是当时最著名的数学家别克曼教授，笛卡儿很早就阅读过他的著作，但是一直没有机会认识他。从这以后，笛卡儿就在别克曼教授的指导下开始了对数学的研究。

## 伟大的创造

笛卡儿在数学上的杰出贡献主要是将代数和几何巧妙联结在一起，从而创造了解析几何这门新数学分支。

几何——这门从古希腊时代就产生并经过欧几里得总结的学科，它经过两千年来无数个数学家们的不断完善，就像一座雄伟的宫殿高耸在数学王国之中。笛卡儿非常喜欢这座宫殿，在这里的每一个证明题就像一颗颗闪光的珍珠叫人爱不释手。然而笛卡儿发现，人们只能一颗颗地把这些珠子捡起，却很难用线将这些各具特色的珠子都串起来。当时的代数，由于数学家们片面地强调“形式的美和协调性”，因此被法则和公式锁得死死的，人们往往只能在狭隘的领域里徘徊。笛卡儿批评当时的代数是“一种充满混杂与晦暗，故意用来阻碍思想的艺术，而不像一门改进思想的科学。”笛卡儿主张让代数和几何中一切最美好的东西互相取长补短，于是他开始着手寻找一种能让代数和几何联结的新方法。

1619年在多瑙河畔的军营中，笛卡儿开始用大部分时间来思考他在数学领域里的新想法：是不是可以用代数中的计算过程来代替几何中的证明呢？要想这样做就必须找到一座能连接几何和代数的桥梁——使几何图形数值化，从而能用计算的方法加以解决。在那些日子里，笛卡儿的思维一直处于一种高度的兴奋状态。奇迹终于出现了，11月10日晚上，笛卡儿躺在床上迷迷糊糊地进入了梦乡。他梦见自己用金钥匙打开了欧几里得的数学宫殿的大门，遍地的珍珠光彩夺目。他拿起一根线刚把珠子串了起来，线突然断了，珠子撒了一地。突然，这些珠子都不见了，宫殿里顿时空旷如坪。这时，他看见窗前一只黑色的苍蝇在疾飞着，眼前留下苍蝇飞过的痕迹——一条条的斜线和各种形状的曲线。这些不正是他最近全力研究的直线和曲线吗？笛卡儿呆住了。一会儿苍蝇停住了，在眼前留下一个深深的小黑点……笛卡儿从梦中惊醒过来，脑海中还不时浮现出梦中的情景，让他异常兴奋，使他难以入睡。突然，笛卡儿悟出了这其中的奥妙：苍蝇的位置不是可以由窗框两边的距离来确定吗？苍蝇疾飞时留下的痕迹不正是说明直线和曲线都可以由点的运动而产生吗？笛卡儿兴奋极了，一骨碌爬起来，拿笔计算。在他的回忆录中这样写道：“第二天，我开始懂得这一惊人发现的基本原理。”这就是他建立解析几何的重要线索。

笛卡儿用两条互相垂直并且相交于原点的数轴作为基准，将平面上的点的位置确定下来，这就是后来人们所说的笛卡儿坐标系。笛卡儿坐标系的建立，为用代数的方法研究几何而架设了桥梁。它使几何中点(P)的位置，能和有次序的两个实数(x, y)一一对应。坐标系里点的坐标连续不断地变化，在平面上的直线和曲线就可以用方程 $y=f(x)$ 来表示。

1637年笛卡儿出版了《更好地指导推理和寻求科学真理的方法论》一书，其中在附录《几何》部分出现了关于坐标几何，也就是现在称为解析几何的内容。虽然在今天看来还是很不完备，然而难能可贵的是他引入了一种新思想，将代数和几何巧妙地结合起来，开始了数学的一次根本性的变革。

从此，常量数学发展到变量数学，微积分也就跟着产生了。解析几何的创立，成为数学发展史中的一个转折点。正如 18 世纪的数学家拉格朗日说的那样：“只要代数同几何分道扬镳，它们的进展就缓慢，它们的应用领域就不会宽广；但是当这两门科学结成伙伴时，它们就互相吸取新鲜的活力，从那以后就以快速的步伐走向完善。”的确，17 世纪以后，数学的巨大发展在很大程度上应归功于笛卡儿的解析几何。它改变了科学的历史进程，也为笛卡儿赢得了巨大的荣誉。

笛卡儿当初只是企图通过解析几何来给数学引进新的方法，而他的成就却远远超过了他的期望。在当时，欧洲主要资本主义国家的工业和商业已经开始迅速发展起来。解析几何的显著优点，正在于它恰好提供了科学发展所需要的数学工具。当时的测量、航海、历法计算、天文观测、抛物运动研究和透镜设计都需要数量知识，而解析几何的出现，便可使人们把形象的几何图形和运动过程变成代数的形式，用数量的知识加以研究计算，从而使这些知识能更有效地为技术需要服务，推动了生产力和科学的向前发展。

以后，笛卡儿还在书信中传播了他关于解析几何的思想。与笛卡儿同时代的数学家费马，对解析几何的奠基也作出了许多贡献。他对笛卡儿的著作曾提出了许多意见和见解，从而使解析几何这门学科被越来越多的数学家所接受，并逐步完善起来。

### 遭受迫害

但是法国内乱不断，宗教传统势力十分强大，笛卡儿的学说对封建王权和宗教统治是一种严重的威胁。

1647 年深秋的一个夜晚，在巴黎近郊，两辆马车疾驰而过。马车在教堂高大的铁栅栏大门前停了下来。一批佩带利剑的士兵押着一个面容憔悴、瘦小枯槁的老头儿走进了教堂。他就是笛卡儿。

教堂里白色的蜡烛无声地燃烧着，苍白的烛光照射在圣母玛丽亚的塑像上。在塑像前面长长的审判席上坐着一群凶神恶煞的神父。笛卡儿被押到被告席上，接受天主教会法庭对他的宣判。一个长着稀稀落落的长胡子的神父，戴着一只单眼镜，用沙哑的声音宣读了教会的判决：“笛卡儿散布异端邪说，违背教规，亵渎上帝。为纯洁教义，荡涤谬误，本庭特宣判笛卡儿所著之书全为禁书，并由本人当庭焚毁。”听到这里，笛卡儿一下愣住了。瘦削的脸上现出了沉痛而愤怒的表情。他想申辩，然而神父们根本不让他有申辩的机会，士兵们立即把他从被告席上拉了下来。

笛卡儿被推到教堂中央的火盆旁，火盆里正熊熊地燃烧着大火，就像毒蛇张开了血盆大口，好像要把他那瘦小的身躯全部吞噬下去似的。笛卡儿在火盆旁呆住了。突然，伽利略被罗马教皇迫害致死的事蓦地在他的脑海中出现。他顿时感到一阵毛骨悚然。他终于屈服了，用颤抖的手拿起一本本凝结了他毕生心血的著作，心如刀绞般地投进了火盆……

笛卡儿由于在其著作中宣扬了科学，触犯了神权，因而遭到了教会的野蛮迫害。

1650 年 2 月 11 日，笛卡儿这位当代伟大的学者，解析几何的奠基人终因积劳成疾在瑞典与世长辞了。

在笛卡儿死后，反动的教会对此保持沉默，只有一家比利时的报纸刊载

了这件事，并讽刺地说：“在瑞典死了一个疯子。”由于教会的阻止，在巴黎只有为数不多的人参加了他的葬礼并按照教会的禁令没有为他致悼词。在他死后 13 年，教会还把他的书列为禁书，并规定在大学里不准讲述他的著作。

可是，这位对科学作出过巨大贡献的人却受到了广大科学家和革命者的尊敬和怀念。法国大革命后，他的遗物被送进法国历史博物馆。

## 伽罗华

### 非凡的天才

几千年的数学发展历史，孕育与造就了数以百计的数学大师。其中，最令人难以忘怀的莫过于年轻的法国数学家伽罗华。他在代数领域表现出的卓越才能及其开创性贡献，足以泽及后世，让人钦佩与敬仰；而他那种不屈不挠地与命运抗争的精神与毅力，又给其短暂而又多难的一生增添了几分悲壮与慷慨。在纪念这位英才去世 160 周年之际，让我们追忆一下他艰难跋涉的足迹吧！

伽罗华生于 1811 年 12 月 25 日，这正是以 1789 年为开端的伟大革命时代转入保守沉闷的波旁王朝复辟的历史时期。故乡是巴黎市郊的一座美丽的小城镇。父亲作为一位有责任心的自由党人，深受伽罗华尊敬与爱戴；母亲是一位法官的女儿，聪明而有教养，是伽罗华的启蒙老师。她除了教授各种基本知识外，还把古希腊文学中的英雄主义、浪漫主义情操灌输到儿子稚嫩而敏感的心中。伽罗华的童年就是在这种影响与熏陶下度过的。

1823 年 10 月，12 岁的伽罗华考入路易——勒——格兰皇家中学。但伽罗华对这所“著名”中学的教育方式并不欣赏：一方面是由于同窗共学的贵族子弟们的傲慢态度使他难以忍受，另一方面是由于教师们缺乏生动的教学方法使他失望。因此，中学的开始两年，尚未涉足数学领域的伽罗华并没有表现出特殊的才华。

终于到了中学三年级，伽罗华被批准学习数学。他一踏入数学天地，就立即表现出一种只有数学大师才具备的那种注重推理方法的简洁和清晰的非凡天赋。他痛恨内容贫乏、编排琐碎的教科书，厌恶教师只注重形式和技巧的讲课方式，于是，年仅 15 岁的伽罗华毅然抛开教科书，直接攻读数学大师的专著，如醉如痴：勒让德尔的经典著作《几何原理》，使他领悟到清晰有力的数学思维内在的美；拉格朗日的《论数值方程解法》和《解析函数论》，则进一步训练了思维，开阔了眼界；当他接连读完了欧拉、高斯等人的著作后，一种自信和豪气油然而生，因而坠入数学王国的深河而不能自拔。伽罗华在数学领域中表现出的惊人的理解力与自信心，那种与传统方式、观念决裂的勇气及其选定的探索新领域的独特道路与思维方式，是其成为数学先驱的准备和象征。

### 承受磨炼

伽罗华的生活历程充满了挫折与磨难。伽罗华所处的时代和他特有的个性注定了他那坎坷不平的经历。

1828 年，伽罗华首次报考当时巴黎最负盛名的学校——综合技术学校，但未能如愿。只好转到数学专业班学习。在这里，33 岁的里查教授在学习、生活等各方面对伽罗华产生较大的影响。这是一位才华横溢、热情宽厚的教师，他讲课优雅，思维清晰，并具有发掘科学英才的敏锐判断力和高度责任感，因而他发现并培养了伽罗华、天文学家维里叶、数学家厄尔米特等人。里查教授一开始就认为伽罗华是一位天赋极高的少年，并指出他只宜在数学的尖端领域工作，他给了伽罗华无微不至的关怀与帮助。就在这一年，年仅



17岁的伽罗华，在里查教授的鼓励与指导下，写出了第一篇学术论文——“关于五次方程的代数解法问题”，并向科学院提交了备忘录。尽管这篇文章受到轻慢和冷视，但它标志着伽罗华数学研究工作的开始。

对伽罗华而言，1829年确是一个多事之秋。伽罗华的父亲由于忍受不了保守派的恶语中伤而饮恨自杀，相依为命的伽罗华母子经济无援，生活十分拮据。在这种情况下，伽罗华一方面坚持学习、研究，挑灯夜战，另一方面又要帮工、扛活以维持生计。他经过充分的准备后，再次义无反顾地投考巴黎综合技术学校。对这次考试，伽罗华可谓信心十足。因为他相信，自己在代数方程理论方面取得的成果一定会吸引这所很注重数学成绩的名牌学校。然而情况大大出乎伽罗华的意料：主考人对伽罗华介绍的成果毫无兴趣，相反地还故意提出一些稀奇古怪、错综复杂的问题刁难他，这使伽罗华十分恼火。他请求主考人注意他的发现，但主考人对此放声狂笑。看到自己心爱的成果和课题遭人讥讽，伽罗华再也忍受不住了，他不顾一切地将擦黑板布扔向主考官，心碎而去。就这样，这所名闻遐迩的学校再次无情地把这位天才拒之门外。伽罗华显然不是那种备受社会注目和特殊培养的骄子，相反，面对的却是社会的压制、命运的挑战、接二连三的打击。但是，年轻的伽罗华并没有屈服，他忍受着失去父爱的悲痛和两次落考的耻辱，带着深切关怀着自己命运的里查教授的希望和嘱托，来到师范大学接受深造。

在师范大学，伽罗华怀着极大的热情相继写出数篇研究论文，但均未得到足够的重视。前面提到的“关于五次方程的代数解法问题”，由科学院转交柯西审查。但柯西认为，伽罗华在研究报告中所阐述的内容并没有什么惊人之处，正像高斯对待波耶的非欧几何论文一样，柯西保持了一种冷静与沉默的态度，只是建议伽罗华写出详细的报告，去参加科学院举办的数学大奖赛。伽罗华将论文按要求修改后又送呈科学院，但因此时柯西已离开法国，文稿转由傅立叶审定。不幸的是，傅立叶去世，文稿意外丢失。这使伽罗华在学术上又失去了一次被肯定的机会。1830年底，科学院把手稿遗失的消息通知了伽罗华。不久，伽罗华完成了“关于用根式解方程的可解性条件”一文，院士泊松等人虽绞尽脑汁，但对此成果无法作出正确的判断，更未发现其中包含着划时代的数学思想，因而以“完全不能理解”为由予以退回。

伽罗华真可谓生不逢时。试问，还有比自己的研究成果不被人理解与承认更大的打击和挫折吗？倔强的伽罗华没有退缩，而是直面人生，更加顽强、愈加艰难地工作、战斗，在“磨砺”中不断开拓、完善。

### 难以遮掩的光芒

确实，伽罗华的思想是那样深邃，以至于当时的知名学者都难以估量这项工作的价值。现在看来，尽管伽罗华的数学研究是围绕代数方程的根式解展开的，但对于整个数学的影响却远非如此。我们不妨从数学史谈起。

在公元前20世纪左右，巴比伦人就能解二次方程了。16世纪欧洲文艺复兴时期，意大利数学家找到了三次方程的求根公式，不久，费尔拉里又发现了四次方程的根式求解方法。正当数学家们踌躇满志地向五次方程及更高次代数方程进军时，遇到了料想不到的困难，各种努力均告失败。拉格朗日称之为“好像是向人类智慧的挑战”，他透彻地分析了前人所得到的次数低于5的代数方程的解法，机智地预见到也许5次以上的代数方程无一般的公

式解（但未能给出证明）。1824年，年轻的挪威数学家阿贝尔证明了拉格朗日的这一设想，从而摘取了数学皇冠上的一颗明珠。不过，其证明并没有给出一个准则来判定一个具体数字系数的高次代数方程能否用根号求解。他们的功绩不容抹煞，但与伽罗华的光辉成就相比就逊色多了。伽罗华一开始就表现出自己的风格：他感兴趣的不是具体的数学问题，不是研究高次代数方程所得出的具体结论，而是解决这些问题的方法，是能概括这些具体成果并决定数学期长期发展的深刻理论。

在伽罗华以前的数学家，总是努力从已知概念和定理出发寻求新的证明，致力于数学技巧的竞争，而伽罗华所走的道路乃是寻求新问题所需要的新名称、符号，即首先进行概念的突破，然后用新概念来构造新证明。伽罗华用非常独到的思路研究解方程的步骤，注意到方程根的对称性以及根变换之间的关系，定义了“群”的概念，并给以活的灵魂。伽罗华的工作不是研究方程本身，而是研究与方程密切联系的变换群，这样就使方程的特性反映在变换群的特性上，因而弄清了群的规律性，也就透彻地解决了方程的求解问题。更重要的是，群所处理的是抽象的对象，由群的理论研究获得的一般结果，带有深刻的普遍性。因此，以群论为代表的数学理论，是处理问题的一种深刻的现代数学方法，为其他研究提供了有力的数学工具。这种理论对于近代数学、物理学的发展，甚至对20世纪结构主义哲学思想的产生，都产生了深远的影响，具有划时代的意义。但由于当时人们沉醉于对形式和技巧的盲目追求，旧时代数学家未能理解伽罗华的数学研究，因此，直至1846年（而此时伽罗华已去世14年），这些主要成果与见解才发表在刘维尔创办的《纯粹数学和应用数学杂志》上，以及约当1870年出版的《置换和代数方程专论》一书中。这样，伽罗华超越时代的天才思想逐渐被人们理解和承认，并发展成今天这样一门博大精深的基础学科——近世代数。

淘尽黄沙始见金。随着科学的发展，人们越加认识到伽罗华思想的价值。伽罗华也因之得到他生前没有得到的荣誉和尊敬。

我们纪念伽罗华，这不仅因为他是一位杰出的数学英才，而且还因为他是一位勇敢不屈的战士。一方面，当自己的成果和才能不被理解和承认时，他没有消沉，没有气馁，而是更积极地研究、探索；另一方面，他又以战士的姿态积极投身于争取社会进步的革命活动中，坚强不屈，视死如归。伽罗华生活在经历了资产阶级大革命后的法兰西，生长在压制革命摧残人才的波旁王朝复辟时期，他不是那种害怕社会斗争的急风暴雨而躲进科学象牙之塔中的人，而是始终站在人民斗争的前列。1830年“七月革命”期间，他因参加“民友社”、抨击学校子监不支持革命等而被开除，又因率众游行而以政治罪两次被囚禁。所有这些都使伽罗华不屈，他把科学理想和社会信念结合起来，不论在数学王国，还是在现实斗争中，至死保持着对真理的忠诚。

监狱生活也阻止不了伽罗华的数学研究。这时他对法国科学院已经完全失去了信心。他一边整理已经取得的研究成果，修改关于方程论的论文并在椭圆函数方面作深入的研究，一边着手撰写准备为以后出版著作时用的序文。1832年4月29日，伽罗华获释出狱治病。几个月的囚禁生活严重摧残了他的身体健康，内心也饱受痛苦和愤懑。他原计划离开巴黎继续从事他的研究。但路遇不速之客，相约于5月30日决斗。结果造成重伤，于次日凌晨离世，时年不满21岁。决斗前夕，伽罗华考虑到可能产生的后果，因此郑重其事地写了几封信。在致全体共和派的信中，他写道：我请求我的爱国朋友

们不要责怪我不是为自己的祖国而献出生命。伽罗华在生命的最后时刻还想着祖国、人民、战友；伽罗华还深深惦记着他一生为之奋斗的事业——数学，他匆忙中还精心地将研究成果扼要地写在字条上，并附以自己的论义手稿，留给了他的好友舍瓦烈，并请他“公开向雅可比和高斯请教，并建议他们发表自己的意见，但不是谈理论的正确与否，而是谈这些理论的意义和价值。”看来，伽罗华寄希望于德国数学家，希望他们“仗义直言”，并指引后人对他所留下的问题深入研究。

孰知不向边庭苦，纵死犹闻侠骨香。伽罗华过早地告别了他驰骋的战场，但他的精神及其开创的事业流芳百世。有人说，他的死，使数学进展延缓了数十年。是的，这不仅仅是伽罗华的悲剧，也是数学的悲剧。但是我们又有什么理由来指责这位不足 21 岁的年轻人呢？两次投考综合技术学校而落选，研究成果不被人理解与尊重，父亲自杀，被师范大学除名，两次囚禁……伽罗华终于满怀惆怅地倒了下去。

伽罗华作为一个天才的数学家，不仅巧妙地运用置换群这一工具，透彻地解决了在长达 200 多年的时间中令不少数学家伤透脑筋的问题，而且由于其独特的数学思想与巧妙方法，成为无可争辩的近世代数创始人；伽罗华作为一名勇敢顽强的战士，不仅执着地追求、捍卫数学真理，而且坚决地与命运、保守势力抗争。因此，伽罗华的名字令人肃然起敬，伽罗华的成绩值得我们珍惜，伽罗华的精神更将鼓舞我们去攀登、开拓。

## 陈建功

### 好学不倦的少年

清朝末年和民国初期，绍兴城里官办的慈善机关同仁局里，有一个忠厚老实的小职员，名叫陈心斋，娶妻鲁氏，生下七个儿女。长子取名建功，字业成，下面六个都是女孩子。对一个月薪仅只两块大洋的小职员来说，这一副生活担子是够沉重的。鲁氏夫人生就一双巧手，经常到成衣铺去取些活计来做，帮助丈夫维持生计。同仁局的业务，除施药、施棺材之外，还有小额无息贷款一项，主要给一些小贩临时解决资本短缺的困难，规定只要铺保，不取利息。陈心斋就是经管贷款的。这位洁身自好、爱惜名誉的公务员，在同仁局做事二十四年，从来没有一点钱上的差错。对于这点，老先生在儿女面前常引以自豪。据说他60多岁告老以后，接任的那个职员不出一年就搞成一笔糊涂账，弄得身败名裂，陈心斋的正直从此更加为人称道。

陈建功四五岁时，父亲送他到某户人家的私塾先生那里附读，虽要花一点钱，但不必管饭，负担可以稍轻一些。他从小十分喜欢读书，有一天祖母见他发烧，不让他去上学，4岁的孩子嘴里说着“娘娘，我要去的，我要去的。”挣脱了祖母的手，朝外就走。

跟私塾先生读书，学生的主要作业是背书，陈建功记性好，又用心，书背得特别快，“喧宾夺主”，学业比那户请先生的人家的孩子长进得更快，惹得那家主妇很不放心，特地关照私塾先生，要等他家的孩子背熟了功课才能往下讲，她家孩子背不出时，先生不可讲授新课，于是陈建功只得时常停课等待。

读了几年私塾之后，他进了绍兴有名的蕺山书院，与历史学家范文澜同学。

蕺山书院有悠久的历史，明末清初年间，有位曾经在这个书院念过书的明朝遗臣刘念台，效法古代的伯夷、叔齐，义不食清粟，不肯当清朝顺民，绝食而亡。陈建功从绍兴县志上看到刘念台的事迹，敬仰不止，常把这个故事讲给妹妹听。抗日战争爆发的前夕，日本侵华的意图十分明显，陈建功想起了宁死不肯变节的绍兴志士刘念台，就给自己起了陈念台这样的一个别名，以明宁死不当亡国奴的志向。

蕺山书院就是后来的绍兴县立第一小学，从该校毕业后，他考入了绍兴府学堂，当时鲁迅先生就在这里教书。

陈建功读书十分专心。放学回家，他喜欢爬到自己床上去看书，年幼的妹妹们有时走进来和他捣乱，他并不斥骂她们，却想出一个改善学习条件的办法，将床脚垫高，使妹妹们够不着，无法再翻乱他的书本。有一天他坐在高高的床铺上，双脚搁在床边的一张旧茶几上，看书入了神，无意中用脚摇动茶几，一不小心将茶几踢翻在地。祖母听见声音，走进屋里问他，陈建功竟连茶几倒地也不曾发觉。

1910年，17岁的陈建功离别故乡，来到山明水秀，风景绮丽的文化名城杭州，进入杭州两级师范学校。这所学校分设初级师范和高级师范，他念的是高级师范。念高师的三年期间，他最喜爱的一门功课是数学。毕业以后怎么办？同学们有的要去北京，进师范大学深造，有的想到日本留学，将来好以科学救国，使古老的神州大地国富民强。国家，家庭，还有心爱的数学，

使陈建功选择了出国深造的道路。

陈建功回到绍兴，一家人无不欢天喜地。父亲将儿子唤到跟前，郑重其事地对他说：“你高师毕业，可以当小学教员了，以后就帮我一道养家吧。”不料陈建功指着几个年幼的妹妹，反问父亲：“我当小学教员，叫几个妹妹都去当‘白吃饭’吗？”使做父亲的一时目瞪口呆。“白吃饭”是当时绍兴人对女童工的称呼，她们出卖廉价劳动力之后，由厂主管饭，故称“白吃饭”。要是去当小学教员，待遇当然是极低的，只够自己糊口，没有余力帮助妹妹们。出国深造，将来让妹妹们也能读书识字，有个较好的前途，这是他为家庭所作的考虑。至于为国家，为数学，他想得很多，但不好意思在父母面前高谈阔论。他只讲了为妹妹着想的几句话，便静待父母点头。陈心斋听他说得有理，不禁暗暗赞许儿子比自己目光远大。他当初不是替儿子取名建功么！看来陈家真要出一个不寻常的子孙了。“好吧，多学点本事也好。”他朝妻子望了一眼，知道她舍不得心爱的儿子，但又望子成龙，不会阻拦的。

陈心斋手里经管着公家的银钱，但却无法为儿子筹措东渡的路费，陈建功有个同学，家里在绍兴后街上开着月绉纱店，和他家去商量，总算借到50元盘缠钱。父亲告了几天假，将儿子送到上海。然后陈建功只身由上海漂洋过海，来到了人地两疏的日本。

### 东渡扶桑

陈建功1913年来到日本。那时辛亥革命刚成功不久，中国政府把培养工程技术人员视为当务之急，故而官费留学生的名额以工科学校居多，陈建功第二年考入东京高等工业学校，取得官费待遇，每月领得的生活费用，自己只花去一部分，省下一部分逐月寄给父亲，分期还清50元盘缠钱之外，还能补贴家用，让几个妹妹可以念一点书。

他在高等工业学校学的是染色科，从大的专业范围来说，属于化工一类。但他不愿意放弃自己在数学方面的志趣，又考进了一所夜校——东京物理学校。

同时读两所学校，白天学化工，夜晚念数学、物理，除去上课，还要做大量的习题，学习是何等紧张！连吃饭的时间都不得不尽量缩短，为了节约时间和节省开支，他时常啃糯米团充饥，久而久之，牙齿蛀坏了好几个。

这样的岁月过了好几年，除了学得理、工两方面的知识和技能之外，他更学会了珍惜时间。后来回到祖国，看到有些人办事不知讲究效率，常感慨说：“这些人真会浪费时间，只知道东西值钱，不知道时间宝贵，实际上时间最宝贵。”待到当了教授以后，他最不爱听学生叫嚷“时间不够”，他说：“根本没有‘时间不够’这回事，是自己不抓紧。”时间对陈建功来说实在太宝贵了，他非但善于抓紧时间，养成了高速度、高效率的工作习惯，而且连小说、电影也视作一种耗费时间的因素而避之唯恐不及。

他一生看的电影是屈指可数的。外国电影只看过卓别林的片子；中国电影里，欣赏的是《林则徐》、《聂耳》、《甲午风云》和《十五贯》。他常说，小说都是编造出来的，“看看（小说或电影）还不如我想想（数学问题）好。”

来到日本的第5年，1918年陈建功从高等工业学校毕业，1919年春天又毕业于东京物理学校。在异国的6年中，他学业突飞猛进，但耳闻目睹中国

人在国外受人歧视，心头郁结着疾愤。

陈建功从小爱读历史，在远离祖国的日子里，他时常想念着隔海相望的神州故土。祖国有过灿烂的文化，科学上岂能长期落后于人，他相信，中国一定会繁荣富强起来，他愿意为此献出自己的一份力量。1919年他学成归国，到浙江大学工学院的前身，浙江甲种工业学校教书，教的是染织工业方面的课程，作家夏衍那时候是他班上的一名学生。陈建功业余时间继续钻研数学，负责指导一个数学兴趣小组。

1920年陈建功离别新婚妻子，第二次到日本去留学。

他来到日本仙台，考进日本东北帝国大学数学系。大学一年级时，他在日本发表了第一篇论文，登载在日本《东北数学杂志》上。据数学家苏步青先生最近在《陈建功先生数学论文选集序言》中介绍，这是“一篇具有重要意义的创造性著作，无论在时间上或在质量上，都标志着中国现代数学的兴起。”中国数学史上，正式在外国发表学术论文者，第一位是留美的胡明复，第二位就是留日的陈建功，两人的论文发表的日期相隔不远。从这时候开始，陈建功成了一位在日本十分引人注目的中国留学生。

1923年他从日本东北帝国大学毕业，回国后在浙江工业专门学校教数学，翌年应聘到国立武昌大学担任数学教授。

1926年他第3次东渡，到日本东北帝国大学去做研究生，在导师藤原松三郎指导下研究三角级数论。

纯数学过去长期以来习惯上分成三个方面：分析数学，几何学，代数学。这当然不能包括全部纯数学，但是可以概括大部分。分析数学主要研究函数以及函数概念的进一步扩展后的有关概念。函数论是分析数学中最重要基础之一。陈建功毕生的精力就用在研究函数论方面。

他在日本做研究生的时候，就发表了许多数学论文。他曾致力的研究工作，跨越了数学中的不少分支。

在三角级数理论的早期发展中，主要研究对象是富里埃级数的收敛与求和问题。研究这类问题的目的，是从理论上弄清怎样可以把函数表示为三角级数。陈建功年轻时代的主要工作就属于这个领域。例如，他研究了如何刻划一个函数能用绝对收敛的三角级数来表示的问题。当时，这类问题是世界上许多第一流数学家极力企图解决的问题。1928年，陈建功和当代最著名的数学家黎斯、哈代以及李特伍特等各自独立地解决了这个问题。陈建功证明了这类函数就是所谓的杨氏（Young）卷积函数。陈建功的论文发表在日本帝国科学院1928年的院刊上。同年，哈代和李特伍特的论文在英国伦敦数学会的会刊上发表。这样重要的定理，理应称为陈建功定理或陈建功—黎斯—哈代—李特伍特定理，可是遗憾得很，由于当时西方蔑视东方被压迫民族的科研成果，这样的命名是不可想象的！

陈建功对于直交级数的研究也得到了很深刻的成果。大家知道，当代著名数学家孟孝夫、拉特玛哈以及卡子玛茨等都是这一领域中的权威人士，而陈建功又把他们各自得到的一些理论归结为另一条基本定理，证明了它们之间是完全等价的。

在日本期间，陈建功飞速地前进着。他仅用了两年多的时间，就取得了一系列重要的研究成果。他把这些成果分别用英文写成十多篇论文，发表在日本的几种数学学报上。就是这些工作奠定了他取得理学博士学位的基础。1929年，他把两年多的研究成果加以综合，写出了自己的博士论文，取得了

博士学位。他的成就不但惊动了当时的日本舆论界，而且使藤原教授引以自豪。据周建人同志回忆，有位朋友曾经告诉他。在日本学者专为庆祝陈建功博士的成就而召开的一次大会上，藤原教授发言说：“我一生以教书为业，没有多大成就，不过，我有一个中国学生，名叫陈建功，这是我一生最大的光荣。”

藤原教授多年来苦于自己专业领域内日文著作的匮乏，只能采用英文原著教材给研究生上课，此刻看到自己的中国学生有了造诣，便要求陈建功用日文撰写一部《三角级数论》。陈建功以自己一贯的风格，高速度、高效率地完成了这部专著。书中反映了当时的国际最新成就，其中也包括了他自己的研究成果。一年后这部著作由日本东京岩波书店印行，成了当时函数论方面的一部重要著作。函数论方面的专门术语，日本人过去无论讲课、做报告，还是写论文，一直采用英文字眼，陈建功撰写这部日文著作时，为创造日文术语颇费了一番心血，他当年首创的不少日文术语至今仍在沿用。

三角级数论方面的重要研究成果，当时国际上公认难于夺得的日本理学博士学位，再加上颇有份量的专著，这都是陈建功为祖国争光所作出的贡献。再借用苏步青在《陈建功先生数学论文选集序言》里的一句话，“长期被外国人污蔑为‘劣等人种’的中华民族，竟然出了陈建功这样一个数学家，无怪乎当时举世赞叹与惊奇。”

这样一位才华横溢的优秀数学家，藤原教授当然是舍不得放走的，他暗暗希望陈建功能长期留在自己的身边。科学无国界，在日本不是同样能够研究数学么！而且条件比中国好。陈建功到老师家中交出《三角级数论》手稿的那天，藤原夫人像往常一样，按照日本妇女的习惯，恭恭敬敬地跪在榻榻米上奉上一杯清茶。藤原教授笑盈盈地望着陈建功，心里说不出的高兴。不料陈建功说出一句话来，使老先生大吃一惊。“先生，我是来向您告辞的，过几天就要回国去了。”陈建功终于说出久已埋藏心底的决定，不觉松了一口气，但他十分明白老师的心意，所以语调格外柔和，希望取得老师谅解。

“为什么要走？”老师开始耐心地开导他。这个学生已经在三角级数的研究方面取得了十分重大的成就，如果留在东北帝大研究院，继续研究数学，前途是无可限量的。“在我们日本，得理学博士学位相当难，这点你是知道的。你在日本数学界有了这样的声望和地位，还愁将来没有灿烂的前程吗？”教授还说了许许多多坚决挽留的话，断言留在日本对陈建功有利。“先生，谢谢您的美意。我来求学，是为了我的国家，也为了家里的亲人，并非为我自己。”短短的几句话，道出了陈建功不可动摇的决心。陈建功是一位富有成就的数学家，但他首先是个热情的爱国者，在他看来，一个人的学问决不是他个人的私产，而应当是为国家为人民效力的本领。东渡日本求学的目的本来是“科学救国”，岂能为个人打算而忘却急待振兴的祖国？祖国既然贫弱，出外求学的儿子，正该以报国为己任！他终于辞别老师，登上一艘西行的客轮，离开了求学12年的异乡。轮船朝着他昼夜思念的祖国大陆驶去，陈建功望着汹涌的海涛，心潮澎湃，涌起了一股美好的愿望：中国需要人才，哪怕自己今后少出一些成果，也要为国家多多培养数学人才。

## 选择浙江大学

陈建功博士从海外归来的消息很快就在各所高等院校传开了。北京大

学、武汉大学、浙江大学一齐寄来聘书，争聘陈建功博士去当数学教授。论待遇，前面两所大学的月薪高，浙江大学低一些；论研究条件，北大和武大历史久，藏书多，条件比浙江大学优越。研究物理、化学、生物学都需要借助实验设备，而研究数学，专业书籍和杂志最为重要。故而数学系的图书馆，作用简直与物理系的实验室不相上下。藏书多少绝非一件小事。陈建功在绍兴接到三份聘书，婉言谢绝了前面两所大学，决定赴浙大任教。

陈教授为什么选择了浙大？至今有几种不同的说法。许多人说，他不太看重金钱，又特别孝顺母亲，到浙大为了便于照顾住在绍兴的父母和妹妹；也有人说，他喜欢到杭州去工作，因为这个城市幽静、美丽，而且政治色彩比北平、武汉两地淡薄；还有人讲，正因为浙大数学系新建不久，新辟的天地更利于他施展自己的抱负。很可能三种因素兼而有之吧。

浙江大学校长邵斐之把陈建功请来后，浙大的正教授又增加了一位。直到三十年代前期，浙大只有五位正教授，除了一位土木系的外籍教授外，另外四位是数学系的陈建功教授和1931年归国的苏步青教授，土木系的吴复初教授，以及化工系的李寿恒教授。

陈建功1929年来到浙大时，1928年招入的第一届学生已经念二年级了。第一届两个学生，第二届3个学生，当时数学系的学生共有5人。陈建功教二年级的代数课，采用的教材比较艰深，据说在美国是供研究生使用的。

有一次，两个学生学习中遇到了困难，摸不透新来的教授性情脾气如何，课后不敢贸然去问他。一个学生自己先反复看书，反复思考，看到某处实在不懂，才到老师房间里去请教。他原以为老师会马上替他答疑，不料陈先生表情十分严肃，对他说：“你先把上面这部分讲给我听。”幸亏这个学生有所准备，把书上的内容讲了一遍，陈先生才简单地提示他如何解决那个疑问。从此学生们知道老师对他们要求非常严格，遇到问题总是自己先反复看书，不敢用简单得不象话的问题去打搅老师。不太难的问题让学生自己去解决，有利于培养他们的钻研精神和工作能力，许多国家在高等教育中都很注重这点。

他对学生既严格又亲切，没有高傲的气息，这不是一般教授所能做到的。学生感到他坚持高标准是为了希望学生日后能够成功，对他既敬畏，又爱戴。有段时间陈建功住在单身宿舍里，学生们看书到夜深时，感到疲倦了，抬头朝窗外一看，遥遥望见陈先生的房间里仍有灯光，他们的精神也就振奋起来了。

一天陈建功去找浙大校长邵斐之，告诉他日本东北帝大的中国留学生苏步青最近考取了理学博士学位，他在回国之前与苏有过交往，知道这位青年数学家学问好，能力强，浙大应当请他来当教授。邵斐之听说苏步青是中国第二位留日理学博士，很乐意请他来壮大浙大数学系的阵营。陈建功接着又说，苏步青的工资待遇应当和自己的一样，而且把苏步青请来后，自己不再当系主任，让苏步青来当。“行政工作我不大会做，我做学术工作好了。叫我开会讲话，我不行，苏先生能干，他做好。”后面这项要求，使邵斐之十分为难。让同事和学生都十分敬重的陈教授辞去系主任职务，似乎不妥。

其实陈建功不愿意当系主任是有道理的。并非所有的科学家都适合担任行政工作，或愿意为行政工作牺牲时间。陈建功教授是一位典型的学者，既不愿意让校务会议占去宝贵的时间，也不肯在会上为本系争经费争条件而多费口舌，更不屑为本系的利益去应付上面派来的大员。清高的教授看不惯官



僚作风，也不肯敷衍人，但本系的利益又不能不维护，在他看来，最好的办法是让一位既有学问又善理行政事务的教授来担当系主任的职务。

陈建功再三申明，自己辞去行政职务是为了集中精力搞科研和教学，并无其他意思。邵斐之与这位数学家相处将近两年，知道他为人正直，不会作假，只得勉强同意他的要求。

微分几何专家苏步青来到浙江大学之后，与函数论专家陈建功密切合作，相得益彰。两位教授从1931年起，在高年级学生和助教中举办数学讨论班（seminar），那时称为“数学研究”。通过“数学研究”对青年教师和高年级大学生进行严格训练，培养他们的独立工作和科学研究能力，成为陈苏两位教授的一大工作特色。当年这套行之有效的培养方法，后来不断推广和发展，如今已经成为浙江大学、复旦大学、杭州大学数学系的优良传统。陈苏两位教授用这种办法培养出大批数学家，逐渐形成了国内外广泛称道的陈苏学派。

在三十年代，数学讨论班分为“数学研究甲”和“数学研究乙”。“数学研究乙”函数论与微分几何两个专业分别进行，每个学生要读一本指定的新近出版的数学专著，读后登台讲解。陈教授总是坐在下面提问，有时一直追问到基本概念。

“数学研究甲”，函数论与微分几何专业的学生混合在一起，每个报告人事先要读懂一篇最新外国杂志上的指定的数学论文，接触当时数学研究的前沿阵地，难度比前一种讨论班大些。陈教授精通多种外文，往往根据学生掌握的不同语种作出不同的布置，有时特地选择第二外语的文章，促使学生更快地掌握第二外语。陈建功教授不但要求学生搞懂所读数学论文的内容，而且要求他们领会作者的思路，也就是弄懂别人的研究方法，因此往往在学生讲完论文的内容之后还要追问一句：“他怎么样会想出这个结果来的？”

面临专业和外文两方面的困难，学生阅读外国杂志上的最新文献相当费劲，然而一旦花时间钻研下去，印象就深了，因此尽管有时准备不足而被责令重新准备，大家还是欢迎这个办法的。“数学研究”当时特别受到重视，“数学研究”不通过的教师不得晋升，不及格的学生即使其他课程都及格也不得毕业。

从1930年到1937年，陈教授在教学任务十分繁重的情况下，写出了9篇有创见的数学论文。

为什么说陈建功教授教学任务繁重？他不但要指导“数学研究甲”和“数学研究乙”，还要给二、三、四年级的学生开好几门课：高等微积分、级数概论、实变函数、复变函数、微分方程论。五门课程中，有三门他是同时开课的。除了《高等微积分》有现成课本外，其他几门课当时都没有合适的教材，由陈建功自己一面编写讲义，一面上课。他教的内容相当深，例如1935年他为二年级学生编写的《级数概论》讲义，20年后浙大数学系还用来作为青年教师进修的教材，难怪当年的学生都说读陈先生的课要花比较多的时间。

艰深的内容，他采用了自己独特的方式来传授给学生。从他的第一届学生到最后一届学生都还记得，陈先生每次都空手走进教室，从来不带书本、讲义或笔记本，唯一要用的就是学生为他准备好的几支粉笔。每次讲授的内容，他都花了许多时间熟记在心，因此讲起课来内容丰富，思维严谨、敏捷，课堂气氛格外生动。

30年代的学生们如今回忆起来，有的说：“陈先生记忆力好到无以复加，比陈先生记忆力更强的人我从来没有见过”，有的说：“这样好的老师不大有的。”

许多学生自己后来也当了数学教师，体会到陈先生采用这种教学方法是很不容易的，这不但要求完全消化讲授的内容，而且要求多花时间备课，事实也确实如此，直到五十年代后期，富有教学经验的陈建功先生每次上课之前还要在家把讲课的内容准备一遍。

一位把时间视为最珍贵财富的数学家，自己手里还有研究课题要做，有研究论文要写，若没有对学生的真挚感情，没有为教育事业献身的崇高精神，决不可能数十年如一日坚持这种对教师来说难度很高的教学方法。陈教授的许多学生如今也采用了同样的教学方法。事先认真备课，上课不带讲义，无形中已经成为陈门弟子的一大特征。

陈教授上课时态度严肃，一丝不苟，学生既有点怕他，又深受感动，对他十分敬重。然而课后他对学生和藹可亲，态度随和，毫无名教授的架子，因而师生感情十分融洽。

现今的浙大校址在杭州西郊，近黄龙洞、玉泉等风景区。当年老浙大是在城市的东部，今日的大学路一带。陈建功的家就在校舍旁边，学生去找他十分方便。到了每学期一度的“吃酒会”上，师生简直像朋友一股，一起玩个痛快，也喝个痛快。“吃酒会”实际上是欢迎新生和欢送毕业生的联欢会，即不作报告也不演节目，不过是郊游和聚餐，因为每餐有酒，所以大家戏称为“吃酒会”。陈先生一喝了酒，往往变得格外健谈，喜欢说几句笑话，学生们哈哈大笑之后，也不那么怕老师了。

## 在战争年代

1937年抗日战争爆发后，在中国共产党抗日救国十大纲领的影响下，浙大师生克服重重困难，于1937年11月自杭州出发西迁，历经浙江建德、江西吉安、泰和、广西宜山，辗转跋涉五千里，于1940年2月抵达贵州遵义、湄潭建校。起初都集中在遵义，后来工学院设在遵义，理学院设在湄潭。直到1946年，这所大学方始迁回杭州。

陈建功把家眷送往绍兴，自己始终坚守教学工作岗位，只身随浙大西迁。当时的教学和生活条件极端困难，但他的研究工作并未中断。

1940年陈建功教授开始招收研究生，提高培养要求，他的头一个研究生是程民德，以后人数渐多，还有一个印度学生。1941年在湄潭成立了浙大数学研究所，所址设在一座祠堂里，虽然晚上只有菜油灯，科研气氛却很浓厚。

这年家乡第二次沦陷，他的六妹建琳任教的稽山中学内迁，建琳只得暂居家中，教几个学生勉强糊口。母亲和两个妹妹，陈建功的五个子女，还有三个早年丧父的外甥，都要靠陈建功维持生活，日子十分艰难。那时一封书信要在路上耽搁一个月，甚至两个月，物价飞涨，收到的汇款不够买米，只能买谷吃。有一天陈建功的一个幼子得了急病，送到医院，说要先交30元钱才能住院，当时拿不出钱来，只得把孩子抱回家去，还不曾抱回家里，孩子就在半路上断了气。

这场侵华战争，给陈建功带来了接二连三的灾祸。爱好音乐的陈教授，后来每逢听到播放日本音乐，总要吩咐孩子将收音机关上，也许是国家家

庭的苦难在他脑海中印象太深了吧。

1945年抗日战争胜利，生物学家罗宗洛教授邀陈建功等人同去接收台湾大学，陈先生临行前对同事们说：“我们是临时去的。”第二年春天，他果然辞去了台大代理校长兼教务长的职务，仍然回浙大当他的数学教授。当时陈省身教授在上海主持中央研究院数学研究所，陈建功在那个研究所兼任研究员，每月往来于上海、杭州两地。

从1942~1947年，陈建功发表了十篇学术论文。其中较有代表性的成就，是他获得了关于富里埃级数蔡查罗绝对可和性的充分必要条件。前面已经提到过，富里埃级数的收敛性与可和性问题，是富里埃级数研究中的最重要的问题，陈建功在20年代和40年代，先后在这两方面作出了基本的贡献。因而，西方国家数学史专家在介绍中国现代数学家时，往往首先举出陈建功教授。

1947年他与王淦昌教授同船来到美国，陈建功教授担任普林斯顿研究所的研究员，当时华罗庚教授也在普林斯顿。

美国的物质文明并没有打动这位数学教授，他怀着强烈的民族意识，第二年秋天如期返回浙大。

陈建功教授的民族意识还有一个重要的例子。从前的大学讲坛上，教授们上数学课都采用英文教材，讲课也用英语。陈建功教授英语相当好，也一贯提倡学生刻苦学习外语，他总认为，中国的大学讲坛上应当用中文来教数学，就第一个坚持上课全部用中文讲解。现代有不少数学名词术语，便是陈建功首先定名的。在他的影响下，解放前的许多大学里就已经改用中文讲课。

陈建功从美国归来时，中国人民已经看到了解放的曙光。下一年春天，有位著名教授来找陈建功商量一件事。那位教授子女众多，生活困难，想把孩子送几个到台湾的哥哥那里去。陈建功竭力劝阻，那位教授接受了他的意见。解放后，那位教授还动员国外的儿子也回到祖国参加建设。如今回忆起来，他说连自己当初从国外归来，也是陈建功教授劝说的结果。这两位教授都热爱祖国，“爱国”岂不属于政治态度的范畴！然而解放后，热爱祖国，热爱社会主义的陈建功教授竟长期被一些专门搞政治的人误认作“只专不红”的典型，从这一点看来，历史真会嘲弄人！然而历史也是最公正的，陈教授身后，许多人终于发出了感叹：中国太需要像陈建功这样正直的科学家了。

## 奋斗不止

杭州大学是一所新办的综合性大学，陈建功1958年被任命为杭大副校长，仍旧在复旦大学兼职。他仍然是复旦大学校务委员，数学系函数论教研室主任。复旦大学继续为他招收研究生，他每年定期到上海指导，有时将研究生带到杭州上课。这时他的研究方向主要是复变函数逼近论。

函数逼近论主要研究如何用某些“简单”的函数去近似地代替“复杂”的函数。这里的所谓简单和复杂都是相对的，往往因不同的要求而有不同的衡量标准。在数学上抽象地说，就是用一类函数去近似地代替某个函数。假如所考虑的函数是复变函数，那么就称为“复变函数逼近论”。陈教授在复变函数逼近论方面，研究了用低于一级的整函数来均匀逼近连续函数的问题。他曾应邀去东欧罗马尼亚等国家讲学，介绍他自己在这方面的成果，受

到国外数学家的赞赏。

50年代末，陈建功又涉足一个新的领域，着手研究拟似共形映照理论。函数论的这个分支，当时在国际上很受重视。1959年和1960年，陈教授连续发表了两篇关于拟似共形映照函数的赫耳曼连续性的研究论文。不拘泥于自己熟悉的研究阵地，不断涉及新的研究方向，陈教授自己以身作则，他的学生中不少人也是如此。

除了研究论文之外，陈教授在解放后还出版过好几部数学专著。1954年出版的《直交函数级数的和》是他的第二本代表作，汇集了他从1928~1953年关于直交函数富里埃级数的研究成果。陈教授在实函数的基础理论方面曾做过研究工作，又在大学讲坛上讲授实函数论近30年，1958年出版的《实函数论》便是他多年讲学的结晶。60年代他应上海科学技术出版社之约，在自己早年的日文著作《三角级数论》的基础上，补充国内外最新成果，写成了中文版的《三角级数论》（上册1965年出版，下册直到粉碎“四人帮”之后方始问世），内容比前书更加丰富多彩。

1961年开始，陈建功先生在杭州大学招收研究生，到1966年被迫中断招生为止，一共招了五届。1965年入学的第五届研究生，刚入学就根据学校的安排去搞一年“四清”，一年以后整个国家天翻地覆，他们就此被剥夺了读书的权利。所以说，陈建功在杭大实际上只培养了四届研究生。

陈教授70岁上下了，但是学术上毫不守旧，关心国际最新动态，注意数学上的新方向。他指导研究生研读的，多半是函数逼近论方面的最新文献。古稀之年的老教授，同时指导14个研究生，工作量如此之大，足见他事业心何等的强！我国在国际乒乓球锦标赛上夺得世界冠军后，老教授时常对学生说：“中国乒乓球能上去，其他方面也能上去。”他对国家的前途充满了信心，他要在有生之年多为国家作出贡献。

## 华罗庚

### 艰苦自学

他的腿因病致残，他的人生之路却比众多正常人辉煌灿烂；他只有初中学历，却当之无愧地拥有“名誉博士”的桂冠；他年过古稀，重病缠身，在东京为日本科学家作学术报告时，耗尽了最后一滴心血，猝死在异国他乡；他的一生受尽了磨难，有许多传奇般的故事。他，就是享誉世界的我国杰出的数学家、教育家华罗庚。

在江苏省南部，坐落着一个名叫金坛的小县城。小城里有一座石拱桥，桥下住着小商贩华瑞栋。

1910年11月12日，外出收购蚕茧、华瑞栋刚一进家门，便听到婴儿落地的啼哭声。“晚年得子，恭贺大喜！”接生婆把婴儿捧到华瑞栋面前。

40岁的华瑞栋咧开大嘴笑着，他操过一个箩筐，把孩子放进去，上面又反扣上一个箩筐，喃喃自语道：“进箩避邪，同庚百岁，就叫罗庚吧！”

华罗庚小时候聪明好学，又很懂事，年龄不大就帮母亲缠纱线换钱维持生活。他小学毕业后，进了家乡的金坛中学读书。这时，他就对数学产生了极大的兴趣，多才博学的王维克老师发现了华罗庚的数学天才，于是，就格外精心培养他，鼓励他勇敢攀登数学的高峰，这对于华罗庚后来的成长起了很大的作用。

1925年华罗庚在金坛中学毕业后，进了上海中华职业学校，为的是能谋求个会计之类的职业以养家糊口。可是由于交不起学费，没有毕业就失学了。回家乡一面帮助父亲在“乾生泰”这个只有一间小门面的杂货店里干活、记帐，一面继续钻研数学。

华罗庚整天沉醉在数学王国里，顾客要买东西，喊他听不见，问他答非所问，顾客买此他却拿彼，诸如此类的事情多了，人们嘲笑他是“呆子”，父亲也要把他的“天书”烧掉。不知情的人哪里知道他的“天书”来之是多么不易——有的是他千方百计借来的，有的是他辛辛苦苦抄来的，如果被父亲付之一炬，就等于烧了他的心啊！所以，华罗庚把书东掖西藏，只有趁父亲不在时，才敢把书拿到桌面上看。无论春夏秋冬，他每天晚上看书写字到深夜。碰到难题，一时解不出来，他从不泄气，经过一天、两天，甚至十天半月的深思苦想，终于理清了头绪，每到这时，他喜不自禁。

他就是这样，用5年时间自学了高中三年和大学初年级的全部数学课程，为未来独立研究数论，打下了坚实的、牢固的基础。

18岁时，华罗庚和一位同龄姑娘吴筱元结了婚。这年秋天，金坛瘟疫流行，华罗庚染上了可怕的伤寒病。家里的东西全当光了，他的病仍不见好转。幸亏妻子的精心照料，在床上躺了半年的华罗庚总算捡回了一条命。然而，他的左腿关节变形，落下了终生的残疾。

“啊，这就是华家的孩子，年纪轻轻的，就变成了这个样子，往后日子怎么过啊！”正在一瘸一拐艰难行走的华罗庚，猛然间听见街坊邻居们的议论，心里一酸，眼眶里蓄满了泪水。

华罗庚走进王维克的家门。病前，已担任金坛中学校长的王维克曾让他在补习班教书并做会计工作。多亏王维克和后来继任的韩校长对华罗庚都很好，他才免遭失业之苦，只是因为没有任何大学文凭，不能再教课了。

生活有了着落，业余时间华罗庚又继续钻研起数学来。伤残的左腿时常疼得钻心，他一心在数学王国的海洋里劈风斩浪，将躯体的疼痛、生活的艰辛和世道的不公统统地抛在脑后。

1930年，华罗庚的第一篇论文《苏家驹之代数的五次方程式解法不能成立的理由》，在上海《科学》杂志上发表了。

一个偏僻地方的小职员竟然向大名鼎鼎的数学权威、大学教授发出了挑战！

在清华大学担任数学系主任的熊庆来教授，看到华罗庚这篇文章后，高兴地说：“这个年轻人真不简单，快请他到清华来！”这一年，华罗庚只有19岁。

## 名震数坛

1931年夏天，华罗庚到了清华大学，在数学系当助理员。白天，他领文献，收发信件，通知开会，还兼管图书，打字，保管考卷，忙得不可开交。晚上，他一头扎进图书馆，在数学文献的浩瀚海洋里涉猎珍宝，一天只睡四五个小时。

他以惊人的毅力，只用了一年半时间，就攻下了数学专业的全部课程，还自学了英文、德文和法文。

他以敏捷的才思，用英文写了三篇数学论文，寄到国外，全部被发表。

不久，清华大学的教授会召开特别会议，通过一项决议：破格让华罗庚这个初中毕业生作助教，给大学生们讲授微积分，这在清华大学是史无前例的。

1936年夏大，他在学校推荐之下，由中华文化教育基金委员会保送到英国剑桥大学留学。在英国，他参加了一个有名的数论学家小组，对华林问题和哥德巴赫问题进行了深入的研究，他的研究成果十分显著，并得出了著名的华氏定理。

在剑桥大学的两年中，他写了18篇论文，先后发表在英、苏、印度、法、德等国的杂志上。按其成就，已经超越了博士生的要求，但因他在剑桥大学未能正式入学，因而未得到博士学位。

1937年夏天，日本全面侵略中国。清华大学与北京大学迁到昆明，改名为西南联合大学。华罗庚返回祖国，在西南联大担任数学教授。他每次讲完课，还要步行20来里路，回到昆明郊区那个破阁楼的家里。楼下是一个牲口棚，猪马牛同圈，那嘈杂的声响时常干扰着他的研究思路。

这一天，他刚爬上低矮的楼梯，看到妻子吴筱元的眼里蒙上了一层泪水。

“米又接不上了？”华罗庚马上就明白了。

吴筱元抬头瞧着丈夫的眼睛问：“你是不是到哪个中学兼个课？”华罗庚指着桌上的《堆垒素数记》的文稿说：“我哪里有时间呢。”“总得想个办法，物价天天往上涨呀！”

华罗庚一边整理着层层叠叠的稿纸一边说：“过去，在金坛上学时，全家人省吃俭用过穷日子；今天，当了教授，还得省吃俭用过紧日子啊！哈哈！”华罗庚仰脖笑了起来。他那乐观的情绪感染了吴筱元，“那你就快写吧，我自己想办法去。”

就是在这样艰苦的环境中，华罗庚先后写了20多篇论文，并于1941年

完成了他的第一部著作《堆垒素数论》的手稿。他把这本手稿交给了原中央研究院数学研究所，但是没有出版。

1945年下半年，华罗庚应苏联科学院的邀请，到苏联讲学，有一天，斯大林格勒大雪纷飞，他到国民党驻苏联大使馆办理护照，使馆工作人员威胁他说：“你是社会贤达、泰斗。你参加国民党吧！否则，回国后要坐监牢。”华罗庚不予理睬，回国后写了《访苏三月记》一文，在《时代》杂志上发表，赞扬了苏联的科学成就。1946年4月苏联科学院出版了他的成名代表作《堆垒素数论》一书。其中有些论证，现在还被认为是经典佳作。

上海《东南日报》记者赵浩生曾经访问过华罗庚。华罗庚对他说：“如果不是不得已，我绝不愿意出国。如果有那么一天，我们的梦想实现了，中国真正开始和平建设，我想科学绝不是次要的问题，我们绝不能等到真正需要科学的时候，再开始研究科学。”他就是怀着这种充满忧伤的心情，从黄浦江乘坐“美格将军号”轮船前往美国的。同行的有李政道、朱光亚、唐敖庆等。

在美国的4年，华罗庚先后担任过普林斯顿大学客座讲师、伊利诺大学教授等。这期间，他研究的范围不断扩大，“掌握了二十世纪数论的至高观点”，并纠正了两个欧洲数学家在20年前所作的证明中的一个错误。美国同行对他的天才和成就赞叹不已。

## 赤胆忠心

新中国成立了。消息传到美国，华罗庚毅然放弃了伊利诺大学终身教授的职务，以到英国讲学为名，设法为全家弄到了船票。他们绕道欧洲，然后从地中海经印度洋直奔东方。为了避免联邦调查局找麻烦，只带了随身换洗的衣物。

船到香港，他给留美的中国学生写了一封公开信：“朋友们！梁国虽好，非久居之乡，归去来兮！……为了国家民族，我们应当回去；为了为人民服务，我们也应当回去；就是为了个人出路，也应当早日回去，建立我们工作的基础。”

1950年3月16日，华罗庚到达北京，回到清华大学担任教授。

回国后30多年来，华罗庚先后担任过中国科学院数学研究所、应用数学研究所所长，中国科学技术大学副校长，中国科学院副院长等职务。他为中国的数学科学研究事业作出了重大的贡献。他在典型域方面的研究中所引入的度量，被称为“华罗庚度量”。1957年1月，他以《多复变函数典型域上的调和和分析》的论文获中国科学院自然科学一等奖。1957年，他的60万字的《数论导引》出版，在国际上引起了很大的反响。国际性数学杂志《数学评论》高度评价说：“这是一本有价值的、重要的教科书，有点像哈代与拉伊特的《数论导引》，但在范围上已越过了它。”

华罗庚的工作非常繁忙，他从不放过一点空隙时间思考问题，在上班的途中或是讲课、开会之前的十几分钟里，也不例外。因此，他的研究硕果累累，据不完全统计，数十年里华罗庚共写了152篇数学论文，9部专著，11本科普著作。

华罗庚除致力于数学研究外，还非常注意发现人才，培养人才。他热心地写文章，发表演讲，向青年们传授学习经验。

有一天，他收到一封信，署名是厦门大学图书馆管理员陈景润。信中就华罗庚的《堆垒素数论》中关于他利问题的几个地方提出了一些修改意见。华罗庚看了这封大胆而又坦率的来信，如获至宝，他兴奋地说：“这个年轻人真有想法。”他建议数学学会邀请陈景润来北京参加学术会议并宣读论文，还把陈景润从厦门调来北京中国科学院数学研究所作自己的研究生，亲自指导他继续深入地钻研数论。

在华罗庚的精心栽培下，数学研究所不断涌现出出类拔萃的人才。万哲先、陆启铿、王元等有成就的数学家都是他的学生。

1979年夏天，幽静的英国伯明翰大学突然热闹起来。报告厅前，小卧车川流不息，人们潮水一般涌入大厅。这天来听华罗庚做“优选法和统筹法”报告的，除了数学家，还有不少医学家、工程学家和机械学家。

报告刚一结束，人们热情地拥上讲坛，有的表示祝贺，有的要求同他合影，有的请他签名，有的数学家送上自己即将出版的预印本，请他提意见……

然而，有谁清楚，这巨大成功的背后隐含着多少酸甜苦辣！

知识从人民中来，应该回到人民中去。早自1958年，华罗庚就开始研究把优选法应用于工农业生产。运筹学是“运行和规划的科学”，它是在国民经济中选择最优化方法的一种科学。从1965年开始，在近20年的时间里，华罗庚为了推广优选法和统筹法，足迹遍及27个省、市、自治区的一百多个县，上千个工厂、矿山和村庄；六赴山西，七下龙江，六去大庆，总计行程约100万公里。“两法”的传播和推广，解决了一大批生产实践中的问题，在增加产量、提高质量、降低消耗等方面取得了良好的效果。同时，培养了一大批技术人员、工农骨干，使许多应用数学工作者得到了锻炼，摸索出了一条发展我国应用数学的道路。

推广“两法”既有跋涉之苦，还会遇到生命危险。在大西南，一天，华罗庚他们乘坐的汽车在狭窄的山路上盘旋前进，猛然间，一个车轱辘掉下去了，在这千钧一发之际，有人喊道：“谁也别动！”然后，有人侧着身子轻轻地爬到车子外面，一个个屏声敛气把人拉出来，才得以脱险。大家探头往下一看，汹涌澎湃的大渡河正奔腾在山下。

1982年，已经72岁的华罗庚冒着盛暑三下淮南，为两淮煤矿培训生产骨干。旅途的颠簸，艰苦的煤矿生活，使他第二次得了心肌梗塞，因病情危急被连夜护送到北京医院。

他的病情稍有好转，便偃卧在病床上，为《数学方法与国民经济》一书写下了动人的序言。他写道：“党下达了‘全面开创社会主义现代化建设新局面’的动员令……每个炎黄后裔的科学家无不磨拳擦掌要为之竭其能，尽其力，奋不顾身地奋斗……考虑到与生命抢时间，尽心尽力为祖国，我将我血荐轩辕！”

就是这样一位对祖国和人民充满情和爱的老科学家，在“十年动乱”中也未逃脱“四人帮”的魔爪。1966年的一天，华罗庚正在南方推广“两法”，突然被一封加急电报叫回到北京，有关方面宣布了不许他们再出去推广“两法”的禁令，华罗庚被当作“资产阶级学术权威”受到了批判。他在中国科技大学的柜子被撬，花了大量心血写就的数学手稿也被盗走了。“四人帮”又扣压了他写的推广统筹法文章，不让拍摄和放映有关的科教电影。后来，周总理出来干预，才算放行。

在周总理的支持下，1970年6月，华罗庚和他的助手得以到上海搞试点。



张春桥对华罗庚的做法十分恼火，叫嚷说：“宣传优选法，就是引导青年崇拜资产阶级知识分子！”企图把华罗庚从上海赶走，赶不走就批，因为华罗庚是“周总理派到上海的”。

而华罗庚呢，与“四人帮”针锋相对，他把满腔的怒火都化做了工作的动力，冒着酷暑，精心研究，和大家一起，硬是使用统筹法，在短短6天的时间里，一鼓作气完成了20天的工作量，一大就为国家多创造价值20万元。

“为了得到一些与人民有利的东西，哪怕丢掉半生英名！”这就是华罗庚的博大胸怀。

## 为国争光

建国后30年间，华罗庚曾多次出国访问、讲学。但1979年的英国之行，却使他的妻子吴筱元忧心忡忡：“‘文革’十年，你连图书馆都无法去，还能有什么可以去向外国人讲的？”

“夫尺有所短，寸有所长！”华罗庚充满信心。

原来，在那些日子里，他能够收到外国数学家寄来的数学资料，从来就没有放弃过研究工作。有一段时间，他还精心阅读并且研究了爱因斯坦的相对论。

果然，他的讲学获得了巨大的成功。联邦德国、法国、荷兰、美国和加拿大等国许多大学都向他发出了邀请。

有一天，一位名叫梁羽生的记者来到伯明翰访问了华罗庚，当他请华罗庚谈谈今后的打算时，华罗庚说：“我准备了10个数学问题，准备开讲。我准备这样选择讲题，A大学是以函数论著名的，我就讲函数论；B大学是以偏微分方程著名的，我就在B大学讲偏微分方程……”

梁羽生听了，心想：“这可真是艺高人胆大呀！”华罗庚好像看透了梁羽生的心思，说道：“这不是艺高人胆大，这是我一贯的主张，弄斧必到班门！”

接着，华罗庚又解释说：“对于不是这一行的人，炫耀自己的长处，于己于人都无好处。只有找上班门，弄斧献技，如果鲁班能够指点指点，那么我们进步就能够快些；如果鲁班点头称许，那么我们攀登高峰亦可增加信心。”

1979年11月9日，华罗庚身穿深灰色的中山装来到法国南锡市的南锡大学大厦礼堂。会场上，色彩缤纷，气氛热烈。在雄壮的中华人民共和国国歌声中，华罗庚光荣地接受了“荣誉博士”证书、勋章和纪念章。

4年以后的一个春日，联邦德国普林格出版公司出版了《华罗庚选集》。

在当今国际数学界，数学家能够出版选集的屈指可数。而外国出版社为中国数学家出版选集的，华罗庚是第一位。

