学校的理想装备

# 电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

# 学习辅导篇

10年精选本

BOOK

内部资料 非卖品

# 前 言

《小学生数学报》于 1985 年 4 月 5 日创刊，至今已经整整十年了。十年前，开宗明义，要把她办成“学生的好伙伴，家长的好助手，教师的好参谋”，现在看来是做到了。十年来，《小学生数学报》始终遵循党的教育方针和“小学数学教学大纲”精神，坚持“为小学生学好数学、打好基础服务”的办报宗旨，从小学数学教育和教学实际以及少年儿童的心理特点出发，从激发兴趣、启迪思维、开拓视野入手，科学地构思版面内容与栏目形式，广泛组织和开发稿源，精心选稿编稿，不断推出了一系列有新意、品位高、形式活并深受广大小读者喜爱的佳作，使报纸质量稳步提高，特色日趋鲜明。1994 年，《小学生数学报》被选送参加了第五届“香港国际书报展”，并在首届江苏省报纸综合质量评比中荣获了一等奖。现在，《小学生数学报》已成为在全国颇具影响、拥有近 200 万读者的优秀学生读物。

值此《小学生数学报》创办十周年之际，我们从十年来报纸上所发表的大量思想性、趣味性、可读性强的作品中，精选了若干篇佳作，并进行恰当的分类、整理，按照一定的顺序串联起来，编辑加工成为自成体系、各有特色的五本书——《小学生数学报 10 年精选本》（丛书），把它奉献给广大热心的读者。这五本书中，既有传授基本数学思想方法，启迪思维的《思考方法篇》，又有紧密配合课堂教学，为小学生排疑解难的《学习辅导篇》，还有为数学活动课提供教材，旨在激发兴趣、开发智力的《竞赛集训篇》、《数学童话篇》和《数学故事篇》。这套书中所选的作品，有不少曾在华东地区教育报刊优秀稿件评选中获过奖。

当这套内容丰富、印刷精美的“精选本”展现在读者面前时，我们由衷地感谢多年来为《小学生数学报》辛勤笔耕、为广大小读者奉献健康有益的精神食粮的作者们，特别要感谢那些著名的科普作家和特级教师。我们还要特别感谢江苏教育出版社的同志对该书及时出版所给予的大力支持！

由于时间匆促、编者水平有限，缺点错误在所难免，敬请广大读者批评指正。另外，还有许多发表在《小学生数学报》上的优秀作品暂未收集整理，恳请作者谅解。我们将在适当的时候再次选编出版类似的丛书。

陆明德<br>1995 年 4 月

# 学习辅导篇

## “一商”“二乘”“三减”“四移”

用竖式计算“除数是一位数的除法”，可以按照“一商”、“二乘”、“三减”、“四移”的步骤进行。请看下面的例子。

72÷3=24

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3\overline{)72} \\ \underline{6\phantom{2}} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

求十位上商的过程：

“一商”：用 3 除被除数十位上的 7，商 2，写在被除数的十位上面。

“二乘”：用商 2 乘以除数 3，得 6，积写在“7”的下面。“三减”：7-6=1。

“四移”：把被除数个位上的 2 移下来，与十位上减得的差 1（表示 1 个 10）合并起来得 12。

求个位上商的过程：

“一商”：用 3 除 12，商 4，写在被除数的个位上面。“二乘”：用商 4 乘以除数 3，得 12。

“三减”：12-12=0。

计算结束。

请小朋友按照上面的四个步骤计算下面各题。

96÷4 69÷3 95÷6（徐礼华）

## 学好“除数是一位数的除法”

学习“除数是一位数的除法”，应该注意以下几点。

1．要正确确定商的位数。小朋友在列竖式计算除法时，首先要通过观察确定商的最高位，这样就能判断商是几位数。一般来说，被除数的前一位比除数大（或与除数相同），商的位数就和被除数同样多；被除数的前一位比除数小，商的位数就比被除数少一位。

2．要提高试商的速度。试商的快慢直接影响计算的速度，小朋友们要熟练掌握乘法口诀以及口诀中各数的互逆关系。还要多练习一些“括号里最大能填几”的题目，例如：7×（ ）＜36，要能很快地说出括号里最大能填 5。这种练习有助于我们提高试商能力。

3．要防止漏写商中间或末尾的 0。在商的首位确定后，遇到被除数的哪一位除以除数不够商 1 的，就要在哪一位上用 0 占位。当没有除到被除数的个位就已经除尽时，商的后几位上应该写 0。

4．要时刻注意余数的大小。计算过程中每次除得的余数都要和除数进行比较，只有在余数比除数小的时候，才能除下一位。如果计算的最后一步仍有余数，别忘了把余数和商一齐写到横式上。（巢洪政）

## 怎样正确写出商中间或末尾的 0

计算商中间或末尾有零的除法，有的同学常常因漏写或多写商里的 0 而产生错误。怎样才能正确写出商中间或末尾的 0 呢？

1．要弄清算理。我们知道，计算除法要从高位除起。例如：

312÷3＝104 $$\begin{array}{r} 104 \\ 3\overline{)312} \\ 3\phantom{00} \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

这道题的算理是：先把 3 个百平均分成 3 份，每份是 1 个百，在被除数的百位上写商 1；被除数的十位上是 1，1 个十平均分成 3 份，每份不够 1 个十，就在被除数的十位上写商 0；把这 1 个十化成 10 个一，与被除数个位上的 2 个一合并成 12 个一，平均分成 3 份，每份是 4 个一，在被除数的个位上写商 4。所以，求出商的最高位以后，除到被除数的哪一位不够商 1，就在哪一位上写 0。

又如，计算 240÷2，用 2 除 2 个百 4 个十，得 1 个百 2 个十。除到被除数的十位刚好除尽，不必再除下去，在被除数的个位上写 0。所以，240÷2=120。

2．会确定商是几位数。除数是一位数的除法有两种情况：（1）当被除数最高位上的数除以除数够商 1 时，商的位数和被除数的位数相同。例如，4032÷3 的商是四位数。

（2）当被除数最高位上的数除以除数不够商 1 时，商的位数比被除数少一位。例如 4032÷6 的商是三位数。每次计算前先确定商的位数，计算后检查所得商的位数与计算前确定的位数是不是相同，这样能防止漏写商中间或末尾的 0。

3．通过练习，熟练掌握计算方法。

请小朋友想一想：要使下题的商中间有一个 0，方框中可以填哪些数？要使商中间有两个 0 呢？

$$4\overline{)4\square 32}$$

（孙海鹰）

## 怎样验算有余数的除法

小朋友在学习“有余数的除法”时，学习了验算这种除法的方法，就是：用商与除数相乘的积加上余数，看所得的结果是不是等于被除数，如果等于被除数，说明除得的商和余数都正确。例如：

81÷6=13……3

$$\begin{array}{r}13\\6\overline{)81}\\\underline{6\phantom{1}}\\21\\\underline{18}\\3\end{array}\quad \text{验算：}\quad \begin{array}{r}13\\\underline{\times\ 6}\\78\\\underline{+\ 3}\\81\end{array}$$

验算有余数的除法还有其它的方法吗？

我们仍以上题为例，小朋友只要仔细对照两个竖式，就会发现：用被除数 81 减去余数 3，所得差 78 是商 13 与除数 6 的乘积。因此，用 78 除以除数 6，应该等于商 13；用 78 除以商 13，应该等于除数 6。

这样，我们又有了两种验算有余数除法的方法。

1．用被除数减去余数的差除以除数，应该等于商。

如上题可以这样验算：

验算：

$$\begin{array}{r}81\\\underline{-\ 3}\\78\end{array}\qquad \begin{array}{r}13\\6\overline{)78}\\\underline{6\phantom{8}}\\18\\\underline{18}\\0\end{array}$$

2．用被除数减去余数的差除以商，应该等于除数。

请小朋友用这种方法验算上题。 （袁辉）

## 找准“中间问题”是关键

三年级的小朋友学习的“两步计算应用题”，是在已经学过的一步计算的应用题的基础上发展而来的。也就是说，两步计算的应用题是由两个有联系的一步计算的应用题组合而成的。所以，解答两步计算的应用题的关键，是把原来的题目分解成连续性的两个一步计算的应用题，也就是要根据原来题目的已知条件和问题提出“中间问题”。

例如：学校原有 16 包水泥，用去 300 千克，还剩下 10 包，每包水泥多少千克？

这道题的“中间问题”是什么？我们知道，“用去水泥的千克数÷用去的包数=每包水泥的千克数”，所以，要求每包水泥多少千克，先要求出用去水泥的包数。因此，“用去水泥的包数”就是“中间问题”。找到了“中间问题”，这道题就可以分解成连续性的两个一步计算的应用题：

（1）学校原有水泥 16 包，用去一些后，还剩 10 包，用去多少包？

16-10=6（包）

（2）学校用去水泥 6 包，共重 300 千克，每包水泥重多少千克？

300÷6=50（千克）

我们从这个例子中看到，找准“中间问题”是解答两步计算的应用题的关键。 （朱丹霞）

## 两头想 找中间

解答两步计算的应用题，关键要找出题中的“中间问题”。怎样才能找准中间问题呢？我们可以用“两头想，找中间”的方法。“两头想”就是先从问题想，再从条件想。“找中间”就是比较“两头想”的结果，找出中间问题。请看下面的例子。一个粮食专业户买了 6 袋化肥，每袋 50 千克。用去 250 千克，还剩多少千克化肥？

先从问题“还剩多少千克化肥”想，找出题中的数量关系：一共买化肥的千克数-用去的千克数=还剩的千克数

其中，“用去的千克数”是已知的（250 千克），“一共买化肥的千克数”是未知的。

再从条件想，找出可以先求出哪个数量。

根据“买了 6 袋化肥”和“每袋 50 千克”这两个条件，可以求出“一共买化肥的千克数”。

比较上面“两头想”的结果，可以看出，“一共买化肥多少千克”是本题的“中间问题”。所以，解答时先要求出“一共买化肥的千克数”。

（1）一共买化肥多少千克？

50×6=300（千克）

（2）还剩多少千克化肥？

300-250=50（千克）

答：还剩 50 千克化肥。

[练一练]

王庄有 5 公亩鱼塘，去年一共捕鱼 240 千克，今年平均每公亩捕鱼 57 千克。今年比去年多捕鱼多少千克？

从问题想，找出数量之间的关系：

____○____=____

从条件想，找出可以先求出的数量。

根据（）和（），可以求出（）。

比较“两头想”的结果，找出这道题的中间问题是（）。

（李江）

## 为什么不写“倍”

有的小朋友在学习“小鸡有 8 只，小鸭有 2 只。小鸡的只数是小鸭的几倍？”这道题时，提出这样的问题：以前我们在解答应用题时，得数的后面都要写上单位名称，为什么在解答这道题时，“8÷2=4”的后面不写“倍”呢？

这个问题提得好。在解答应用题时，得数后面一般要写上计量单位的名称。如： 8 只的“只”， 12 千克的“千克”都是计量单位的名称。一个数只有带上计量单位的名称，才能准确地表示出一个物体的多少，大小，长短，轻重，快慢等等。但是，“倍”不是计量单位的名称，它表示两个数量之间的一种关系。例如，上面这道题中的计算结果“4”，表示 8 只里面有 4 个 2 只，就是 8 只小鸡是 2 只小鸭的 4 倍。

所以，在算式里不写“倍”，是为了防止“倍”与计量单位名称发生混淆。（周浩）

## 不能忽视应用题答案中的单位名称

解答应用题的结果，是用数量来表示的。数量的大小，不仅跟数量中的数的大小有关系，而且与数量中的量的单位名称有关系。两个数量的单位名称相同，数字大的数量多。例如，5 个苹果比 3 个苹果多，6 米布比 4 米布多。两个数量的数相同而单位名称不同，数量的大小也不同。例如，3 筐苹果比 3 个苹果多，5 千克比 5 克重。所以，小朋友在解答应用题时，不仅要认真审题，正确列式计算，还要注意写清得数的单位名称。既不能漏掉不写，也不能写错。

例如：一只瓶子重 30 克，比另一只瓶子重 6 克。另一只瓶子有多重？

列式解答：30-6=24

得数 24 的单位名称是什么？有一个小朋友看见题目的问题是‘另一只瓶子有多重？”就答“另一只瓶子有 24 重。”“24 重”到底有多重呀？“重”不是重量单位，应该在 24 的后面写上重量单位的名称。

另一个小朋友写了一个重量单位，“答：另一只瓶子重 24 千克。”啊，这只瓶子真够重的？！写错了一个单位名称，把实际重量扩大了 1000 倍！

其实，要正确写出这道题得数的单位名称并不难，只要看看题目中已知数量的单位名称是什么，确定得数的单位名称就容易了。

正确的答案是：“另一只瓶子重 24 克。”

小朋友，在解答应用题时，千万不能忽视答案中的单位名称。

（丁兴祖 戴翠红）

## 他们写的答句错在哪里

小荣和小亮今天的数学家庭作业里有这样一道应用题：

一辆汽车从甲地开往乙地，行驶了 6 小时，一共行了 252 千米。求这辆汽车的速度。

小荣是这样解答的：

252÷6=42（千米）

答：这辆汽车的速度是 42 千米。

小亮是这样解答的：

252÷6=42（千米）

答：这辆汽车每小时行驶的速度是 42 千米。

小荣和小亮的列式与计算都正确，可是，他俩的答句写得都不对。

小荣写的答句错在哪里呢？我们知道，运动物体在单位时间（每小时、每分钟或每秒钟）内通过的路程叫做速度。小荣答：“这辆汽车的速度是 42 千米。”这里的“42 千米”是这辆汽车每小时行的路程呢？还是每分钟或每秒钟行的路程呢？答句中没有说清楚。所以，小荣的答句应该这样写：“这辆汽车的速度是每小时 42 千米。”

小亮写的答句错在哪里呢？因为，“速度”中已包含有单位时间，所以，说“每小时行驶的速度”是不妥当的。可以把小亮写的答句改为：“这辆汽车每小时行驶 42 千米”。因为，“每小时行驶 42 千米”就是这辆汽车的速度。（孙海鹰）

# 从商品标价中初步认识小数

小数在生产生活中有着广泛的运用，小朋友到附近商店去参观商品的标价，就会看到商品标价一般用“元”作单位，用“小数”表示。因此，小朋友认识小数可以从认识商品标价开始。

1．知道小数表示的商品标价是几元几角几分。例如：“一副乒乓球拍的价钱是 2.36 元。”2.36 是小数，小圆点左边的 2 表示“元”，小圆点右边第一位上的 3 表示“角”，第二位上的 6 表示“分”，所以，2.36 元是 2 元 3 角 6 分。又如：“一只书包的价钱是 3.04 元。”3.04 元是 3 元零 4 分。

2．了解小数的组成，初步掌握小数的读法。小数是由整数部分、小数部分和小数点组成的。例如，2.36 的整数部分是“2”，小数部分是“36”，中间的小圆点叫做小数点。读小数时，整数部分按照原来的读法（整数的读法）来读，要特别注意，小数部分的读法是：按照顺序读出每一位上的数字。例如，2.36 读作：二点三六，不能错误地读作：二点三十六；0.50 读作：零点五零，不能错误地读作：零点五十。

3．对照元、角、分的“数位表”把几元几角几分改写成以“元”作单位的小数。例如：

元角分

8 元 4 角 3 分=8.43 元

6 分=0.06 元

从上面的例子中我们看到，改写时表示几元的数写在小数点左边第一位，表示几角的数写在小数点右边第一位，表示几分的数写在小数点右边第二位。哪一位上一个单位也没有，就写上 0，也就是说，要用 0 占位。（孙海鹰）

## 一划　二读　三查

小朋友们在读多位数时,往往容易出错。有没有读准多位数的好方法呢？下面向你介绍一种“三步读数法”。

“三步读数法”，就是按照“一划、二读、三查”的步骤进行读数。

“一划”就是从个位起，每四位一级，划一横线。例如：

240 5006 3800

“二读”就是从高位到低位，一级一级地往下读。读亿级、万级时，按个级的读法去读，只要在后面加上“亿”字或“万”字就可以了，每一级开头或中间有一个 0 或者有几个 0 的，都只读一个 0；每级末尾的 0 都不读。

例如：240 5006 3800读作二百四十亿五千零六万三千八百

“三查”就是读完多位数后，要仔细检查读出的数是不是正确。特别要注意的是不能多读或漏读 0。如果多位数后面带有单位名称，也要注意把它读出来。

例如：1030092000 吨 读作十亿三千零九万二千吨

请你按照“三步读数法”正确地读出下面各数：

40059 读作（　　　）

65600000 读作（　　　）

90306008 读作（　　　）

1806050400 元 读作（　　　）（周立群）

## 四位数中有 0 的七种情况及读法

有的小朋友在读多位数时，遇到一个数的中间或末尾有 0 时，往往读错。要想正确地读出这样的多位数，首先要掌握 0 在一个四位数中不同数位上的七种情况的读法。

这七种情况及读法如下：

①四位数中有三个 0。例如 6000，它的个位、十位、百位上都是 0。根据每级末尾的 0 不必读出来，读作：六千。

②四位数的末两位为 0。例如：6400，它的个位、十位上都是 0。根据每级末尾的 0 不必读出来，读作：六千四百。

③四位数的中间有两个 0。例如：6004，它的十位、百位上都是 0。根据中间有一个 0 或者有连续几个 0，都只读一个 0，读作：六千零四。

④四位数的中间和末尾各有一个 0。例如：6040，它的个位、百位上是 0。读作：六千零四十。

⑤四位数的末尾有一个 0。例如：6240，它的个位上是 0。读作：六千二百四十。

⑥四位数的中间有一个 0。例如：6402。它的十位上是 0。读作：六千四百零二。

⑦四位数的中间有一个 0。例如：6042。它的百位上是 0。读作：六千零四十二。

掌握了以上七种情况下各数的读法后，你再结合课本上“一个数中间有

一个 0 或者连续有几个 0，都只读一个零，但每级末尾的 0 不必读出来”的规定，去读中间或末尾有 0 的多位数，就不会感到困难了。 （周卫东）

## 有 0 的多位数的读法

1．当多位数的某一级末尾有 0 时，这些 0 都不读出来。例如：36002000 读作三千六百万二千。

7050006400 读作七十亿五千万六千四百。

2．当多位数的某一级中间有一个或几个 0 时，只读一个 0。例如：

80088008 读作八千零八万八千零八。

760068059 读作七亿六千零六万八千零五十九。

3．当多位数的某一级开头有一个或几个连续的 0 时，也只读一个 0。例如：

9870006 读作九百八十七万零六。

700060459 读作七亿零六万零四百五十九。

4．当多位数的某一级都是 0 时，（1）个级都是 0，或个级、万级都是 0，这些 0 都不读出来；（2）万级都是 0，但个级不都是 0，只读万级的一个 0。例如：

450000 读作四十五万。

4500006532 读作四十五亿零六千五百三十二。（刘魁）

## 如果一个 0 都不读

学习多位数的读法时，老师告诉同学们：“一个数中间有一个 0 或者连续有几个 0，都只读一个零，但每级末尾的 0 不必读出来。”

小强听了，问老师：“如果一个 0 都不读，不是更简便吗？”老师笑了笑，在黑板上写出一个数：

70003

“请你读这个数。”老师对小强说。

“七万三。”小强一个 0 都没读。

“七万三是多少？”老师说，“让人听起来只会认为是七万三千，只有读作七万零三，才不会使人产生误解。”

“老师，我明白了，”小强说，“我以后一定按照规定去读数。”

（魏茂春）

## 正确写出多位数中间的“0”

我们在写多位数时，要特别注意读法中对“零”的处理，有时一个“零”只代表一个 0，有时一个“零”代表几个 0，有时读法中没有“零”字，写数时却要写 0。有的小朋友在写数时经常出现的错误就是漏写数中间的“0”。现在列举以下几种情况，希望小朋友能正确写出多位数中间的“0”。

1．“级头”连续有两个或三个零时，会少写 0。例如：三百五十四万零八十二，写成 354082。这样写错在个级的级头只写了一个“0”，而正确的写法应该写两个“0”（但读数时，只读一个零）。正确写法是：3540082。

2．“级中”连续有两个零时，少写了一个 0。例如：五亿二千零七万四千，错写成 52074000。实际上，这个数万级的中间应该有两个零，就是百万位和十万位应该各用一个 0 占位。但由于读数时只读一个 0，有的小朋友就只在万级中间写了一个 0，造成了错误。

3．当高一级末尾有零，而低一级开头也有零时，会少写 0。例如：四百亿零九十七万，应该写成 40000970000，但有的小朋友弄不清“4”和“9”这两个数字中间究竟该写几个 0，结果少写了 0，错写成 4000970000。

要防止以上错误发生，小朋友们写完数后要养成检查的习惯。一个数除最高级外，其余的每级都必须由 4 个数字组成，哪一个数位上一个单位也没有，一定要写 0 占位。 （王聿松）

## “数位”与“位数”

“多位数的读法和写法”中的“数位”与“位数”是两个意义不同的概念。

“数位”是指一个数的每一个数字所占的位置。在整数中，从右到左，数位的名称依次是个位、十位、百位、千位、万位……。在 6543 这个数中，3 占的数位是个位，6 占的数位是千位，5 和 4 分别在哪个数位上？请小朋友回答。

同一个数字，由于所在的数位不同，它所表示的数值也不同。例如：在 65430、64305、56430，这三个数中，65430 的“5”在千位上，表示 5 个千，64305 的“5”在个位上，表示 5 个一，56430 的“5”在万位上，表示 5 个万。

“位数”是指一个自然数中含有数位的个数。

用一个不是零的数字所表示的数叫做一位数（因为它只占了一个数位，也就是个位）。1、2、3、4、5、6、7、8、9 都是一位数。用两个数字（其中十位数字不是零）所表示的数叫做两位数。10、21、47、99，等都是两位数。用两个以上的数字组成的数（最高位上的数字不是零），叫做多位数。例如：458 是三位数，8710 是四位数，15876 是五位数，等等。

“数位”和“位数”不能混淆。458 这个数由三个数字组成，每个数字占了一个数位，我们把它叫做三位数。有的小朋友看到这个数的最高位是百位，就把它叫做百位数。这是错误的。如果是百位数，那么，就必须由一百个数字组成，占有一百个数位，这个数是很大的。（韩素珍）

## 较大数的“改写”与“省略”

对于一些较大的数，为了读写方便，有时要把它们改写成以“万”或“亿”为单位的数，有时还要把“万”或“亿”后面的尾数省略。“改写”和“省略”是有区别的。

把一个较大的多位数改写成以“万”或“亿”为单位的数，只改变这个数的计数单位，不改变这个数的大小。“改写”后得到的数与原数完全相等，所以要用“=”符号将它们连接起来。例如，把南京市 1990 年钢产量 660000 吨，改写成以“万”作单位的数，先把 660000 吨缩小一万倍，得“66”，然后在“66”的末尾添上“万吨”，就是：660000 吨=66 万吨。

把一个较大的多位数的“万”或“亿”后面的尾数省略，既改变了这个

多位数的计数单位，又改变了这个多位数的大小，省略尾数后得到的数是原来多位数的近似数，要用“≈”符号把它们连接起来。例如，南京市 1990 年蔬菜产量 893400 吨，省略这个数“万”后面的尾数。按照“四舍五入”的方法，千位上的数是“3”，省略后不需要向万位上进 1。所以 893400 吨省略“万”后面的尾数后是 89 万吨。就是：893400 吨≈89 万吨。再如，把 3092000000“亿”后面的尾数省略，3092000000≈31 亿。

值得注意的是：无论是“改写”还是“省略”，得数的后面都要写上相应的计数单位“万”或“亿”。如果原数后面还带有计量单位名称，就要在得数后面写上计量单位名称。　（韩素珍）

## 怎样学好加减法的一些速算法

在计算加、减法的时候，如果加数或减数接近整百、整千的数，可以把它们看作是整百、整千的数，这样计算起来比较简便。学习加、减法的一些速算法，要注意以下几点。

1．弄懂速算的道理，掌握速算的方法。

例如：计算 1736＋198 这道题，我们这样思考：因为 198 接近 200，可以先把 198 看作 200 去加，就是 1736＋200。由于加上 200 后，比原来多加了“2”，因此，必须在上式的后面再减去 2，和才不变，就是 1736＋200-2。又如，计算 745-397 这道题，我们这样思考：因为 397 接近 400，可以先把 397 看作 400，从 745 里减去 400，就是 745-400。由于减去 400 后，比原来多减了“3”，因此，要在上式的后面再加上 3，差才不变，就是 745-400＋3。

掌握了速算的思路，你就会懂得“多加的要减去，多减的要加上”的道理。

有些速算的道理，我们要联系生活实际去思考。例如，怎样理解“从一个数里连续减去几个数，如果先把所有的减数加在一起，再从被减数里减去，所得的结果是相同的。”这个减法的性质呢？请看下面的例子：

妈妈带 192 元钱去商店买东西，她买了一套衣服，用去 67 元，买一双皮凉鞋，用去 33 元。还剩多少钱？

解法一：先从妈妈带去的 192 元钱里减去买衣服用去的 67 元，再减去买皮凉鞋用去的 33 元，就得到剩下的钱数。

192-67-33
=125-33
=92（元）

解法二：先算出买一套衣服和一双鞋共用去多少钱，再从妈妈带去的钱里减去用去的钱，就得到剩下的钱。

192-（67＋33）
=192-100
=92（元）

上面两个算式解答的是同一道题，它们的计算结果相同，因而可以用等号连接。

192-67-33=192-（67＋33）

这个例子一方面帮助我们理解了前面提到的减法的性质，另一方面使我们看到，根据本题的数据特点，采用第二种解法计算比较简便。

2．认真审题，根据数据的特点，怎样算简便就怎样算。

例如：计算4728-728-172这道题时，我们不必把两个减数加起来再从被减数里减去，而是应该按照原来的运算顺序，从左往右依次计算。

4728-728-172

=4000-172

=3828

又如：计算497＋303这道题时，我们可以把“303”分成“3+ 300”，然后把其中的“3”和“497”先加，再加“300”。这样计算十分简便。

497＋303

=497＋3＋300

=500＋300

=800

3．压缩计算过程，直接写出得数。

小朋友通过适量的练习，比较熟练地掌握了速算方法，书写时就可以把计算过程省略，直接写出得数。例如：

$548+297=\boxed{548+300-3}=845$

上题中虚线框里的速算过程书写时可以省略不写，直接写出得数“845”。这样才能真正地提高计算的速度。（韩素珍）

## 加减法的几种速算法

1．两个数相加，当其中一个加数接近整百或整千的数时，可以把这个加数当成整百或整千的数去加，然后把多加的数减去，少加的数再加上。例如：

574＋398＝574＋400－2＝972

1458＋403=1458＋400＋3=1861

2．两个数相减，当减数接近整百或整千的数时，可以把减数当成整百或整千的数从被减数中减去，然后把多减的数加上，少减的数再减去。例如：

1753-397=1753-400＋3=1356

564-206=564-200-6=358

3．一个数减去几个数，可以先算出几个减数的和，再从被减数里减去这些减数的和。例如：

8732-658-42

=8732-（658＋42）

=8732-700

=8032

4．一个数减去几个数的和，可以用这个数连续减去和里的各个加数。例如：

865-（265＋487）

=865-265-487

=600-487

=113

5．一个数减去几个数的差，可以用这个数先减去差里的被减数，再加上减数。例如：

549-（249-157）
=549-249+157
=300+157=457
6．根据题目中数据的特点，交换加数或减数的位置进行速算。例如：
91+568+709
=91+709+568
=800+568
=1368
2356+187-356
=2356-356+187
=2000+187
=2187
865-494-265
=865-265-494
=600-494
=106（王聿松）

## 怎样计算“乘数是两、三位数的乘法”

一、掌握计算法则。用竖式计算乘数是两、三位数的乘法要做到：
1．乘的次序正确；
2．部分积书写的位置正确。乘的次序是：用乘数的个位、十位、百位分别去乘被乘数；乘数的哪一位去乘被乘数，得数的末位就要和哪一位对齐；最后把几次乘得的部分积加起来。乘数中间有 0 时，用 0 乘这一步可以省略。当被乘数中间有 0 时，可以交换被乘数与乘数的位置后再计算；被乘数、乘数末尾有 0 时，可以先把末尾 0 前面的数相乘，然后看被乘数和乘数的末尾一共有几个 0，就在积的末尾添上几个 0。

请小朋友用竖式计算下面各题，算完后看竖式的得数和横式的得数是不是一样。

342 × 38=12996　　275 × 407=111925

$$\begin{array}{r} 342 \\ \times\ 38 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 275 \\ \times\ 407 \\ \hline \end{array}$$

504 × 263=132552　　5800 × 680=3944000

$$\begin{array}{r} 263 \\ \times\ 504 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5800 \\ \times\ 680 \\ \hline \end{array}$$

二、多作口算练习。计算乘数是两、三位数的乘法，每一道题都要经过多次口算才能完成。在这些口算中，只要有一次出错，就会导致最后计算结果错误。因此，小朋友对乘法口诀和加法的口算一定要熟练。平时要多进行口算练习，尤其像下面这样的口算题要能很快地说出得数。

6×9+4　2×3+7

5×8+9　6×6+3

4×7+5　8×4+6

三、养成检查和验算习惯。计算后先要检查题目的数字有没有抄错，计算的次序对不对，乘得的部分积对位是不是正确。然后进行验算，就是用把

被乘数和乘数交换位置后再算一遍的方法来验算。（徐礼华）

## 灵活进行乘法的竖式计算

乘数是两、三位数的乘法，一般都要列竖式计算。小朋友在计算时，要根据题目的不同情况，灵活计算。

1．当被乘数中间有 0 时，与乘数交换位置后再计算比较简便。

例如：计算 203×714。

```
     203
×    714
────────
     812
    203
  1421
────────
  144942
```

像上面这样列竖式计算，需要乘三次。如果交换被乘数和乘数的位置，就可以少乘一次，因为 0 乘任何数仍得 0。计算过程如下：

```
     714
×    203
────────
    2142
  1428
────────
  144942
```

2.当乘数中有相同的数字时，不必重复去乘，可以直接写出后面的积。

例如：计算 426×55。

```
     426
×     55
────────
    2130
   2130
────────
   23430
```

这道题乘数的个位、十位上的数字都是 5，个位上的 5 乘 426 的积是 2130，十位上的 5 不必再去乘 426，可以直接写出积 2130。但要注意，用乘数哪一位上的数去乘，积的末位必须同哪一位对齐。

又如：计算 999×723，交换被乘数和乘数的位置后再乘，只要乘一次。（想一想：为什么？）请小朋友写出计算过程。

3.当乘数的十位数是个位数的倍数时，也可以直接写出后面的积。例如：计算 521×42。

```
     521
×     42
────────
    1042
   2084
────────
   21882
```

这道题乘数十位上的 4 是个位上 2 的 2 倍。计算时先用 2 乘 521 得 1042，再用 1042 乘以 2，所得的积 2084 就是乘数十位上的 4 乘被乘数 521 的积。（殷金华）

## 被乘数中间的 0 不能不乘

课堂上，林老师教小朋友们计算“乘数是两、三位数的乘法。”林老师

说：“乘数中间有 0 的，用 0 乘这一步可以省略。但要注意：用乘数哪一位上的数去乘，乘得的数的末位就要和哪一位对齐。请小朋友看下面的例子。”

287×304=87248

```
  287
×304
 1148
861
87248
```

林老师请小朋友们验算，看这样计算的得数是不是正确。小宁用交换被乘数和乘数位置的方法进行验算：

```
  304
×287
  238
 272
 68
 9758
```

“咦，两次计算的结果不同，究竟是哪一次算错了呢？”小宁楞住了。

“乘数中间的 0 可以省略不乘，但是，被乘数中间的 0 却不能省略不乘。”林老师说：“小宁用乘法交换律进行验算，原来的乘数 304 就变成了被乘数，因此，要用现在的乘数 287 的每一位上的数去乘 304，而不是去乘 34。”

“咳，原来是我算错了！”小宁重新写出验算过程：

```
  304
×287
 2128
2432
608
87248
```

（曹金祥）

## 怎样计算被乘数或乘数中间有 0 的乘法

被乘数或乘数中间有 0，而且它们都是三位数，可分下面几种情况进行计算：

1．被乘数中间没有 0，乘数中间有 0。计算时用 0 乘这一步可以省略。但要注意用乘数哪一位上的数乘，乘得的数的末位就要和那一位对齐。例如：

287×304=87248

```
  287
×304
 1148
861
87248
```

注意：乘数百位上的 3 和被乘数相乘，得数的末位“1”应写在百位上。

2．被乘数中间有 0，乘数中间没有 0。计算时可以根据乘法的交换律，先交换被乘数和乘数的位置，使它变成第 1 种情况，然后根据上面讲的方法进行计算。例如：

203×416=84448

$$
\begin{array}{r}
416 \\
\times 203 \\
\hline
1248 \\
832\phantom{0} \\
\hline
84448
\end{array}
$$

3．被乘数和乘数中间都有 0 时，仍可按第 1 种情况的方法进行计算。例如：

205×408=83640

$$
\begin{array}{r}
205 \\
\times 408 \\
\hline
1640 \\
820\phantom{0} \\
\hline
83640
\end{array}
$$

（凌国伟）

## 怎样求简单的平均数

求平均数是统计中最常用的一种基本方法。在日常生活、生产建设和科学研究中，为了对一些数量进行分析比较，常常要用到求平均数。例如，要看一个乡的群众生活水平改善得怎样，就可以看这个乡去年每人平均收入多少，和这个乡前年每人平均收入多少来作比较。所以，求某些数量的平均数并不是真的把这些数量去平均分，而是指通过计算求出这些数量平均数值，这只是一种统计的方法。

求一组数量的平均数时，先要确定是求哪些数量的平均数，平均分成几份，然后先求出这一组的总数量及总份数，用这一组数的总数量去除以总份数，就得到这一组数的平均数。例如：小红上学期期末考试各科的成绩是：语文 98 分，数学 96 分，自然 90 分，地理 92 分。要求小红上学期期末考试的平均成绩，就要拿她四门功课的总分去除以 4，就是：

（98+96+90+92）÷4=376÷4=94（分）

像上面这一组数都是九十几，为了方便，也可以这样计算：

（8+6+0+2）÷4+90=16÷4+90=94（分）

在求平均数时，要特别注意平均数与份数的对应关系。例如：

有 2 块小麦地，总共是 5 公顷，一共收小麦 22500 千克。要求每块地的平均产量，就要用小麦的总产量去除以地的块数，就是：22500÷2=11250（千克）；要求每公顷地的平均产量，就要用小麦的总产量去除以这两块地的公顷数，就是：22500÷5=4500（千克）。

小朋友，下面这道题你会解答吗？

小红做数学题，第一天做 8 道，第二天做 6 道，第三天上午做 4 道，下午做 3 道，小红平均每天做几道题。

（盛大启）

## 怎样防止错解求平均数应用题

有些小朋友在解答求平均数应用题时，常常产生以下两种错误：一种是审题错误，搞错总数或总份数；另一种是计算错误。要防止产生这两种错误，

就要做到以下几点。

1．认真审题，正确确定总数和总份数。例如：

气象小组在一天的 2 点、8 点、14 点、20 点测得温度分别是 13 摄氏度、16 摄氏度、25 摄氏度、18 摄氏度。算出这一天的平均温度。

求这一天的平均温度，应该用 4 次测得的温度的和作为总数，就是“13+16+25+18”为总数，测量的次数作为总份数，就是“4”

为总份数。如果把“2+8+14+20”作为总份数就错了。

2．仔细计算，正确求出平均数。在一般情况下，求平均数应用题所给的数据较多，计算容易产生错误。所以，计算时要特别仔细，如果能用简便方法计算，可用简便方法算。例如：

一个小组有 5 个同学，他们的体重分别是 42 千克、41 千克、38 千克、39 千克、40 千克。求这个小组同学的平均体重。

计算总数时，可以把 40 作为标准进行简算。各数与 40 比：分别要+2、+1、-2、-1、+0。相差的部分恰好抵消。所以，总数是 40×5=200（千克），平均体重是 200÷5=40（千克）

3．注意检验，防止和纠正错误。解答求平均数应用题，除了要认真审题，按解题规律正确列式外，还应注意检验。一方面检查列式是不是符合题意；另一方面进行验算，看计算是不是正确。还可以根据“平均数一定大于其中最小的一个数，小于最大的一个数”的规律进行估算。（凌国伟）

## 如何确定商是几位数

有的小朋友在计算除数是两、三位数的除法时，常常丢掉商中间或末尾的 0。为了避免这种错误发生，在计算前，我们可以先判断一下求得的商是几位数。怎样判断商是几位数呢？

请小朋友先观察下面一组除数是两位数的算式：

（1）7410÷57=130

（2）1976÷19=104

（3）12048÷24=502

（4）1748÷38=46

从（1）、（2）式可以看出：当被除数的前两位比除数大或等于除数时，商的位数就比被除数的位数少 1；从（3）、（4）式可以看出：当被除数的前两位小于除数时，商的位数就比被除数的位数少 2。这就是判断两位数除多位数的商是几位数的规律。

同样，在计算除数是三位数的除法时，如果被除数的前三位大于或等于除数时，商的位数就比被除数的位数少 2；如果被除数的前三位小于除数时，商的位数就比被除数的位数少 3。例如：7032÷293，商是两位数；2736÷342，商是一位数。

请小朋友先判断下面各题的商是几位数，然后再计算，看自己的判断是不是正确。

2835÷27 2575÷25 632400÷68

83904÷138 460800÷512 40500÷450（盛大启）

## 试商速度慢怎么办

有的小朋友在学习除数是两位数的除法时，因试商慢而使计算的速度慢。怎样才能提高我们的试商速度呢？

1．平时要十分重视多练一些基本口算。如两位数乘以一位数的练习：17×8、25×6……；两位数除以两位数的口算练习：52÷13、72÷12、88÷29……。还要多练习一些“括号里最大能填几”的题目。如 16×（）＜120，括号里最大能填 7。大家别小看这些简单练习，它们对我们熟练地进行口算试商，提高计算速度大有好处。

2．要掌握“四舍五入”的试商方法。事实告诉我们：最基本的东西，往往是最重要的内容，一定要熟练掌握。当我们用“四舍法”试出的初商偏大时，应该把初商减去 1。如 430÷62 由于把“62”看成“60”来试商，除数变小，试出的初商偏大，应该把初商“7”改成 6。用“五入法”试出的初商偏小时，应该把初商加上 1。如 386÷48 由于把“48”看成“50”来试商，除数变大，试出的初商偏小，应该把初商“7”改为 8。这个调商的规律可以小结为“除数变小商大减 1，除数变大商小加 1”。

3．除了掌握课本中的两种试商方法外，还可以多读课外书报，学一些特殊的试商方法。如本书《试商要灵活》（第 30 页）一文中介绍的试商方法。这样，小朋友在计算时，就可以根据题目的特点，灵活地使用试商方法了。

（巢洪政）

## 在比较中掌握三位数除多位数的方法

小朋友们在理解和掌握除数是两位数除法的计算法则的基础上，开始学习三位数除多位数的计算方法。用三位数除多位数，计算步骤、试商方法与两位数除多位数很相似，因此，小朋友们在学习中要善于比较，在比较中掌握三位数除多位数的方法。

1．从算理上比较

计算 80÷20，我们这样想：80 是 8 个十，20 是 2 个十，8 个十里有 4 个 2 个十，所以，80÷20=4。

计算 800÷200，我们这样想：800 是 8 个百，200 是 2 个百，8 个百里有 4 个 2 个百，所以，800÷200=4。

我们看到，计算上面两道题的思考方法是相同的，就是把除数是两、三位数的除法变为除数是一位数的除法进行计算。

2．从计算法则上比较

两位数除多位数和三位数除多位数的计算法则基本相同：（1）都要从被除数的高位除起；（2）计算时，除数是几位数，就先看被除数的前几位，如果这几位比除数小，就要多看一位；（3）除到被除数的哪一位，就把商写在哪一位的上面；（4）每次除得的余数必须比除数小。

3．从试商方法上比较

计算两位数除多位数和三位数除多位数，一般都用“四舍五入法”试商，也就是把除数看作整十数或整百数来试商。在用“四舍法”试商时，初商常常偏大，这时要把初商改小；而用“五入法”试商时，初商常常偏小，就要把初商改大。

想一想：我们还可以从哪些方面比较？（郑鸿康）

## 试商要灵活

计算除数是两、三位数的除法，通常用“四舍五入法”来试商。为了提高试商的速度和正确率，我们还应多掌握几种特殊的试商方法，在计算中，根据题目的数据特点，灵活地进行试商。

1．直接写商。如果能直接看出商是几，就不必把除数看作整十数或整百数去想商，而是直接写出商。

例如：计算 615÷606 时，我们可以直接写出商“1”；计算 930÷410 时，我们可以直接写出商“2”。

2．推算出商。在商是多位数的情况下，我们可以根据已经求出的某一位上的商，推算出另一位上的商。例如：

4556÷68=67

$$
\begin{array}{r}
67 \\
68\overline{)4556} \\
\underline{408\phantom{0}} \\
476 \\
\underline{476} \\
0
\end{array}
$$

在计算这道题的过程中，我们先求出“455”除以68的商是6。用“476”除以68时，我们根据“476”比“408”（就是68与6的积408）多一个68（除数），推算出商是“7”。

3．取“中数”试商。这里所说的“中数”是指“几十五”这样的数。当除数是几十四、几十五、几十六时，我们不必用“四舍五入法”把除数看作整十数去试商，而是把除数看作几十五去试商。因为，原来的除数与“中数”相差很少，所以，取“中数”试商一般不需要调商。例如，计算 12546÷74和48039÷36这两道题时，可以分别把除数看作75和35来试商，请小朋友试一试。

4．同头无除商9、8。

“同头”是指被除数和除数的首位数字相同。例如，在705÷72这道除法题中，被除数705和除数72同头（首位数字都是7）。

“无除”是指被除数的前两位比除数小，不够除数除。例如，705÷72这道题被除数的前两位“70”不够除数72除。

在这种情况下，我们可以在被除数的第三位上直接商 9，如果商偏大，再调商8。例如：705÷72=9……57。

请小朋友计算259÷29这道题。

5．无除一半直商5。

“无除”仍指被除数的前两位比除数小，不够除数除。“一半”指被除数的前两位等于或略大于除数的一半。例如：在133÷26这道除法题中，被除数的前两位“13”刚好等于除数26的一半；在149÷26中，被除数的前两位“14”略大于除数26的一半。

在这种情况下，可以直接在被除数的第三位上商5。例如：

133÷26=5……3

请小朋友计算149÷26这道题。（韩素珍）

## 余数是“2”还是“200”

在计算4400÷600这道题时，小朋友们列出下面的竖式：

$$\begin{array}{r} 7 \\ 6\cancel{00}\overline{)44\cancel{00}} \\ 42 \\ \hline 2 \end{array}$$

这道题的商是7，余数是几呢？有的小朋友说余数是“2”，有的说余数是“200”。那么，余数到底是“2”还是“200”呢？

请小朋友看下面一组除法算式：

11÷3=3……2

110÷30=3……20

1100÷300=3……200

11000÷3000=3……2000

仔细观察，我们可以发现这样的规律：被除数和除数同时扩大（或者同时缩小）相同的倍数，商不变，但余数随着扩大（或者缩小）相同的倍数。

小朋友们在计算4400÷600时，根据“商不变的性质”把被除数和除数同时缩小100倍（也就是把被除数和除数的末尾都划去两个 0），使原来的算式变为44÷6。这样计算商虽然不变，但余数却随着缩小了100倍。所以

“2”是 44÷6 的余数。而要得出 4400÷600 的余数，就要把“2”扩大 100 倍。所以 4400÷600 的余数是 200。

我们在利用“商不变的性质”进行有余数的除法的简便计算时，要看清余数的位置。被除数和除数的末尾同时划去几个 0，就要在所得余数的后面添上几个 0。（韩素珍）

## “商不变”不等于“余数不变”

学习“商不变的性质”要注意三点：

1．弄清“扩大”和“缩小”的意义。

把一个数扩大几倍，就是用这个数乘以几。例如，把 6 扩大 100 倍，得多少？列式计算：6×100=600。把一个数缩小几倍，就是用这个数除以几。例如，把 600 缩小 100 倍，得多少？列式计算：600÷100=6。

2．理解“同时”和“相同”这两个词的意思。

如果被除数和除数不是同时扩大或缩小，而是一个数扩大，另一个数缩小，那么，商就要发生变化。例如：

8÷2=4

（8×2）÷（2÷2）=16

如果被除数和除数同时扩大或缩小的倍数不相同，那么，商也要发生变化。例如：

8÷2=4

（8×3）÷（2×2）=6

3．“商不变”不等于“余数不变”。

在有余数的除法里，运用商不变的性质进行计算，商不变，但余数却发生了变化。例如：

700÷300=2……100

70÷30=2……10

7÷3=2……1

仔细观察上式中余数变化的情况，我们发现：被除数和除数同时扩大（或同时缩小）几倍，余数也随着扩大（或缩小）相同的倍数。

（华应龙）

## 判断平年、闰年的简便方法

小朋友们在学习《年、月、日》时，知道：“公历年份是 4 的倍数的，一般都是闰年。但公历年份是整百数的，必须是 400 的倍数才是闰年。”要判断某一年是不是闰年，一般方法是用 4 或 400 去除这一年的年份数，如果除得的商是整数而没有余数，那么这一年是闰年；如果有余数，那么这一年是平年。

这里向大家介绍一种判断平年、闰年的简便方法：当公历年份不是整百数时，只看年份数的末两位数，是不是 4 的倍数，如果年份数末两位是 4 的倍数，这一年就是闰年。当公历年份是整百数时，只看年份数的千位与百位这两位数，如果这两位数是 4 的倍数，这一年就是闰年，反之，就是平年。用这种方法，只需口算就能很快作出判断。

例下列年份，哪些是平年？哪些是闰年？

1936 年　1958 年　1984 年　1997 年　2000 年　2600 年

因为 1936 年、1984 年的年份数的末两位 36、84 是 4 的倍数，所以 1936 年、1984 年是闰年。而 1958 年、1997 年的年份数的末两位 58、97 不是 4 的倍数，所以 1958 年、1997 年是平年。因为 2000 年年份数的前两位 20 是 4 的倍数，而 2600 年的年份数的前两位 26 不是 4 的倍数。所以，2000 年是闰年，2600 年是平年。

请小朋友判断：下列各年份，哪些是平年？哪些是闰年？

1600 年　　1840 年　　1914 年　　1966 年

2302 年　　2400 年　　1988 年　　2100 年（王聿松）

## 为什么“四年一闰、百年不闰、四百年又闰”

我们知道，一年是地球绕太阳旋转一周所需的时间，地球绕太阳运行一周的实际时间是 365 天 5 小时 48 分 46 秒。为了方便，平年按 365 天计算，这样每四年就少算 5 小时 48 分 46 秒×4=23 小时 15 分 4 秒，接近一天。因此在第四年的二月里增加一天，这一年叫做闰年（366 天）。因为，每四年多的一天一般放在公元年份数能被 4 整除的那一年，所以，像 1988 年、1992 年、……都是闰年。这就是“四年一闰”的道理。

由于一天是地球自转一周所需的时间，而一天实际是 24 小时，24 小时-23 小时 15 分 4 秒=44 分 56 秒，这样每四年又多算了 44 分 56 秒。每 400 年就多算了：44 分 56 秒×100=3 天 2 小时 53 分 20 秒，所以，每 400 年又要去掉三个闰年。因此，规定“百年不闰，四百年又闰”也就是公元年份数是整百数时，虽然能被 4 整除，但不能被 400 整除，就不算作闰年。如 1900 年就不是闰年，而 1600 年、2000 年是闰年。

请小朋友判断下面的年份，哪些是平年？哪些是闰年？

1840 年、1895 年、1800 年、1904 年、1989 年、2400 年（徐礼华）

## “时”与“小时”

小军：张老师，“时”与“小时”是两个不同的单位名称，对吗？

张老师：对，“几时”就是钟面上的“几点”，表示到了什么时刻；而“几小时”表示经过的时间。经过的时间和到达的时刻是不同的。

小军：可是，数学课本（六年制第七册）第 44 页例 2 中求“每天营业时间是多少？”算式后面的单位名称写的是“时”，就是：19-8=11（时）。还有第 58 页例 4 求‘多少小时才能修完？’算式后面的单位名称写的也是‘时”，就是：900÷（360÷8）=900÷45=20（时）。我认为这两处的单位名称都应该用“小时”。

张老师：这个问题提得好！这不是课本上搞错了。根据有关规定，如果把“小时”的“小”字省去，不会与时刻相混淆，可以把时间单位“小时”简写成“时”；如果省去“小时”的“小”字后，容易与时刻相混淆，那么，时间单位应该仍用“小时”表示。所以，在文字叙述中，包括叙述应用题，以及书写应用题的答句时，一般用“小时”；而在算式中，得数后面的单位名称可以将“小”字省略，只写“时”。

小军：老师，我懂了，例 2 求这个商店每天营业时间是多少，列式为“19-8”，这里的“19”和“8”我们已经不再把它们看作时刻，而是看作时间，“19”是指从 0 时开始到 19 时，经过了 19 个小时；“8”是指从 0 时开始到 8 时，经过了 8 小时。因此，两数相减得到的差也是指时间，而不是时刻，所以，计算结果后面所注的单位名称可以把“小”字省略，写成：19-8=11（时）。

张老师：你真聪明！如果我们不省略‘小’字，而把这个算式写成：19-8=11（小时），也是正确的。（庞德均 华应龙）

## 分段计算 巧求时间

计算一天内两个时刻之间的时间，可以先将两个时刻分别用 24 时记时法表示，再求出它们的差。这个差就是要求的时间。可是实际生活中，长途旅行或做有些工作往往不能在一天内完成。怎样求不在一天内的两个时刻之间的时间呢？

例如：轮船 7 日晚上 11 点从南京港出发，到达南通港是 8 日上午 8 点。从南京到南通坐轮船要多少小时？

我们先把题中两个时刻分别用 24 时记时法表示。晚上 11 点是 23 点，上午 8 点是 8 点。

再把轮船航行所用时间分成两部分：

（1）7 日轮船航行时间：24-23=1（小时）。

（2）8 日轮船航行时间：8-0=8（小时）。

1+8=9（小时）

答：南京到南通坐轮船要用 9 小时。

又如：王师傅 10 月 2 日下午 5 点从上海乘火车去云南昆明办事，10 月 5 日早晨 7 点到达。从上海到昆明，火车要行驶多少小时？

先把题中“下午 5 点”和“早晨 7 点”用 24 时记时法表示，下午 5 点是 17 点，早晨 7 点是 7 点。再分段计算：

（1）10 月 2 日火车行驶时间：24-17=7（小时）。

（2）10 月 3 日火车行驶时间：24 小时。

（3）10 月 4 日火车行驶时间：24 小时。

（4）10 月 5 日火车行驶时间：7-0=7（小时）。

7+24+24+7=62（小时）

答：从上海到昆明，火车要行驶 62 小时。（蔡宏圣）

## 为什么要规定运算顺序

在加、减、乘、除和四则混合运算中，规定计算的先后次序，叫做运算顺序。小朋友们已经知道，“在一个没有括号的算式里，如果既有加、减法，又有乘、除法，要先算乘、除法，后算加、减法”。为什么要规定这样的运算顺序呢？请小朋友看下面两道算式：

（1）58-14+35（2）84÷4×7

按规定，这两道题都要“从左往右依次演算”，如果没有对运算顺序作出规定，运算就会发生混乱，就会产生不同的计算结果。（请小朋友按不同

的运算顺序计算上面两道题，看看计算结果是不是相同。）同样，对于既有加、减法，又有乘、除法的算式，如“800-23×8”，运算顺序也要加以规定，才不致发生混乱。所以，根据实际运算的需要，有必要规定四则混合运算的先后次序，使运算得到一个确定的结果。

规定的运算顺序是与生活实际中体验到的数量关系相一致的。例如：“从20支铅笔中拿出一些分给4个小朋友，每人3支，还剩多少支？”列成算式是：

20－3×4

我们结合实际分的情况，要先算“分了多少支”，也就是先算“3×4”，再算“还剩多少支”，也就是用20减去“3×4”的积。这不就是“先乘除后加减”吗？生活中这样的事例很多，这说明运算顺序的规定是以生活生产的实际为基础的，因而是合理的。（孙海鹰）

## 如果要“先加减，后乘除”

小朋友们已经知道，为了防止四则混合运算发生混乱，使运算得到一个确定的结果，人们结合生活和生产实际的需要，规定了“先乘除，后加减”的四则混合运算顺序。例如：

12÷4+2

=3+2

=5

然而，生活中也有“先加减，后乘除”的事例。例如：

同学们去春游，李英小组的4个同学共带了12块烧饼。中午，她们正准备吃午餐，李英发现班里有两个同学没带干粮，就请这两位同学和小组的同学们一起平均分吃12块烧饼。请问：平均每个同学吃几块烧饼？

显然，我们解决这个问题，要先算出一共有几个同学吃烧饼：4+2=6（个），再用烧饼的总块数12除以6，就能算出平均每个同学吃几块烧饼。也就是说，在“12÷4+2”这个算式里，我们要先算加法，后算除法。这不是和规定的运算顺序矛盾了吗？

有的小朋友已经知道，用“小括号”可以解决这个矛盾。括号是用来改变运算顺序的符号。

有了括号，人们对四则混合运算的顺序又作了这样的规定：“在有括号的算式里，要先算括号里面的。”这样一来，我们只要把前面那道算式加上小括号，问题就解决了。

12÷（4+2）

=12÷6

=2（块）

答：平均每个同学吃2块烧饼。（孙海鹰）

## 计算四则混合运算式题要先审题

1．认真审题，确定运算顺序

四则混合运算的运算顺序是：

在一个没有括号的算式里，如果只有加、减法，或者只有乘、除法，要

从左往右依次演算；如果既有加、减法，又有乘、除法，要先算乘、除法，再算加、减法。

在有括号的算式里，要先算括号里面的，如果有小括号又有中括号，要先算小括号里面的，再算中括号里面的。

2．认真审题，选择合理、灵活的计算方法

对于每一道四则混合运算式题，我们都要从数字特点和运算符号两个方面进行全面观察，并联系四则运算的定律和性质，以及 1 与 0 在四则计算时的特殊作用，灵活地选择算法，凡是能简便计算的，要用简便方法算，能口算的，应当直接写出得数。这样就能算得既正确又迅速。

3．认真验算，确保计算结果正确

正确运用加、减法和乘、除法各部分之间的关系进行验算，计算时要做到一步一验算，验算时要按验算方法，在草稿本上认真书写验算的竖式或过程。这样做，才能确保计算结果正确。（顾松涛）

## 怎样计算不带括号的四则混合运算式题

加、减、乘、除这四种运算，统称为四则运算。其中，加法和减法叫第一级运算，乘法和除法叫第二级运算。

不带括号的四则混合运算式题主要有以下两种：

1．式题中只含有同一级运算。

例如：285-196+1234

这道题只含有第一级运算。

又如：38×126÷19

这道题只含有第二级运算。如果一个算式里只含有同一级运算，那么，要从左往右依次计算。上面的第一题应该这样计算：

285-196+1234

=89+1234

=1323

请小朋友自己计算上面的第二题。

2．式题中含有两级运算。

例如：1000-126×5

这道题中既含有第一级运算（减法），又含有第二级运算（乘法）。如果一个算式里含有两级运算，那么，要先做第二级运算，后做第一级运算。也就是先算乘、除法，后算加、减法。

1000-126×5

=1000-630

=370

这里要注意的是：“先算乘、除法，后算加、减法”不能错误地理解成“先乘后除、先加后减”。（凌国伟）

## 遇到带括号的混合运算式题怎么办

在一道四则混合运算式题里，如果有小括号，要先算小括号里面的。例如：

325÷13×（266-250）
=325÷13×16
=25×16
=400

如果小括号里含有两级运算，要先做第二级运算，后做第一级运算。例如：

（300-225÷5）+145
=（300-45）+145
=255+145
=400

如果式题中有两个小括号，那么，这两个括号里面可以同时计算。例如：

（100-54）×（325-300）+54×5
=46×25+54×5
=1150+270
=1420

如果式题中既有小括号，又有中括号，要先算小括号里面的，再算中括号里面的。例如：

8400÷[（407-395）×4]+1065
=8400÷[12×4]+1065
=8400÷48+1065
=175+1065
=1240（凌国伟）

## 怎样解答“归一问题”

“归一问题”的特点是：已知两个相关联的数量，其中一个数量改变了，另一个数量也随着改变，而且变化有相同规律（这个规律我们将在高年级学习）。由于解答这类应用题先要求出一个单位的数量，因此我们就把这类应用题叫做“归一问题”。

例 1 高年级同学在校办工厂糊纸盒。5 个同学糊了 35 个纸盒，照这样计算，12 个同学一共可以糊多少个纸盒？

解答这道题时，我们这样思考：要求 12 个同学一共可以糊多少个纸盒，先要求出平均每个同学糊多少个纸盒。

35÷5=7（个）

照每个同学糊 7 个计算，12 个同学一共可以糊多少个纸盒呢？

7×12=84（个）

像这样先求出一个单位的数量之后，再用乘法算出若干个单位的数量是多少的“归一问题”，我们把它叫做“正归一问题”。

例 2 修路队修一段公路。6 小时修了 360 米，照这样计算，要修 900 米需要多少小时才能修完？

解答这道题时，我们这样思考：要求修路队修 900 米公路需要多少小时才能修完，先要求出这个修路队每小时能修多少米。

360÷6=60（米）

照 1 小时修 60 米计算，修 900 米需要多少小时才能修完呢？

900÷60=15（小时）

像这样先求出了一个单位的数量之后，再用除法算出总数里包含着几个一个单位的数量的“归一问题”，我们把它叫做“反归一问题”。

例 3 张叔叔劳动 3 天，得工资 20 元。照这样计算，他劳动一个月（按 30 天计算），可得工资多少元？

我们在解答这道题时，如果和解答前面两道例题一样，先求出一个单位的数量，也就是先求出张叔叔平均每天得工资多少，就要计算“20÷3”，“20÷3”等于多少呢？我们目前还无法算出它的结果。那么，这道题应该怎样解答呢？

我们换一个角度去思考：因为 30 天是 3 天的 30÷3=10 倍，所以，张叔叔 30 天的工资就应该是他 3 天工资（20 元）的 10 倍，就是 20×10=200（元）。

列综合算式解答：

20×（30÷3）

=20×10

=200（元）

答：可得工资 200 元。

例 3 的解法是归一问题的另一种解法，与前一种解法比较，只不过是在计算中改变了运算顺序，就是把“20÷3×30”改变成“20×（30÷3）”，计算结果不变。（葛德生）

## 这样列式算理也说得通

六年制小学数学课本第七册第 62 页有这样一道例题：

学校给三好学生买奖品，买了 3 盒钢笔，每盒 10 支，一共用去 60 元。每支钢笔的价钱是多少元？

课本上介绍了两种解法。

第一种解法：先求 1 盒钢笔的价钱，再求每支钢笔的价钱。

60÷3÷10

=20÷10

=2（元）

答：每支钢笔的价钱是 2 元。

第二种解法：先求出 3 盒钢笔一共有多少支，再求每支钢笔的价钱。

60÷(10×3)

=60÷30

=2（元）

答：每支钢笔的价钱是 2 元。

王小荣小朋友列出了第三种算式：

60÷10÷3

=6÷3

=2（元）

答：每支钢笔的价钱是 2 元。

他是这样想的：如果每次从 3 个盒子中各取 1 支钢笔，那么，每次可以取出 3 支钢笔。因为每个盒中都是 10 支钢笔，所以，取 10 次，就能取完所有的钢笔。因此“60÷10”表示每次取出的 3 支钢笔的价钱，再除以 3（这

个“3”表示每次取出的“3 支钢笔”），就得到每支钢笔的价钱。

所以，王小荣小朋友这样列式算理也说得通。（孙海鹰）

## 从不同的角度进行验算

小朋友在解答应用题以后，应该从不同的角度进行验算。这样既能检验原题的答案是不是正确，又能进一步熟悉应用题的数量关系。

例如：一个装订小组要装订 2640 本书，3 小时装订了 240 本，照这样计算，剩下的书还需要多少小时才能装订完？（五年制小学数学课本第六册第 74 页第 15 题）

根据题意，我们这样列式解答：

（2640-240）÷（240÷3）

=2400÷80

=30（小时）

答：剩下的书还需要 30 小时才能装订完。

怎样验算这道题呢？有下面三种方法：

1．变换条件与问题进行验算。我们把求得的 30 小时作为已知条件，把题中另一个条件“要装订 2640 本书”作为问题，把原题改编成这样的题目：

一个装订小组装订一批书，3 小时装订了 240 本，照这样计算，剩下的书还需要 30 小时才能装订完，这个小组共要装订多少本书？

这道题应该这样列式解答：

240÷3×30+240

=2400+240

=2640（本）

验算的结果与原题的一个已知条件相符合，说明原来的解答是正确的。

2．用不同的解法进行验算。因为 2640 本书是 240 本书的 2640÷240=11 倍，所以，共要装订的小时数，就是 3 小时的 11 倍，也就是 3×11=33（小时）。因此，装订剩下的书需要的时间是：33-3=30（小时）。

两种解法结果相同，说明原来的解答正确。

想一想：这道题还可以怎样解答？

3．用比较的方法进行验算。比较前后每小时装订的本数是不是相同，来验证解答是不是正确。

前 3 小时每小时装订的本数是:

240÷3=80（本）

后 30 小时每小时装订的本数是：

（2640-240）÷30

=2400÷30

=80（本）

我们从验算中看出，这个小组前后每小时装订的本数相同，所以原来的解答正确。（王聿松）

## 一题多变好处多

小朋友们在进行解答应用题的练习时，要学会“一题多变”，就是采用

把题目中的某些条件变为间接条件，或者把条件和问题互换位置等方法，将一道题变换成几道题。这样，既增加了我们练习的机会，又有利于我们进一步熟悉数量关系，提高分析问题和解决问题的能力。

例 1 某工厂有男工 90 人，女工 30 人。男、女工共有多少人？

我们可以把“ 女工 30 人 ”这个条件隐蔽起来，变为间接条件放入应用题中。

①女工比男工少 60 人。

②男工比女工多 60 人。

③男工是女工的 3 倍。

④女工比男工的 2 倍少 150 人。

请小朋友把上面四个条件分别代入例 1，组成四道应用题，并解答出来。

例 2 一个工程队用 5 辆卡车往工地运水泥，3 次一共运了 1200 袋，平均每辆卡车每次运多少袋？

根据题意，我们这样列式解答：

1200÷5÷3

=240÷3

=80（袋）

答：平均每辆卡车每次运 80 袋。

也可以这样列式解答：

1200÷3÷5

=400÷5

=80（袋）

我们把求得的答案当作已知条件，把原题的某一个已知条件作为问题，就可以变成以下三道题：

①一个工程队用卡车往工地运水泥，平均每辆卡车每次运 80 袋，5 辆卡车 3 次一共可以运多少袋？

②一个工程队用 5 辆卡车往工地运水泥，平均每辆卡车每次运 80 袋, 现在要运 1200 袋，需要运几次？

③一个工程队用卡车往工地运水泥，平均每辆卡车每次运 80 袋，3 次要运 1200 袋，需这样的卡车几辆？

请小朋友自己解答上面三道应用题。

通过这样的练习，小朋友们要能在分析和比较中掌握变化中不变的规律，并运用规律举一反三。（王聿松）

## 选择必要的条件解答应用题

小朋友们解答应用题，在一般情况下，题目里的已知条件都要用上，有的条件还不止用一次。但是，也有一些题目，不是所有的已知条件在解题时都能用上，而是要选择必要的条件列出解题的算式。例如，六年制小学数学课本第六册第 39 页有这样一道题：

学校买来 2500 本练习本，卖给 15 个班，每班 164 本。一共卖出多少本？

根据题意，要求一共卖出多少本，就是求 15 个“ 164 本 ”是多少本。解答过程如下：

164×15=2460（本）

答：一共卖出 2460 本。

可是，有的小朋友不认真审题，认为所有的已知条件都应该用上，列出了这样的算式：

2500-164×15

这样列式求的是什么呢？细心的小朋友一定会说，这样是求“还剩多少本”。是的，这样列式与题目要求的问题不符合，是错误的。

下面这道题是五年制小学数学课本第六册第 40 页第 11 题，请小朋友仔细审题，想一想应该选择哪些条件解题，并写出解答过程。

体育用品商店原有 150 个篮球，昨天运来 16 箱，每箱 5 个，今天又运来 60 个。这个商店这两天一共运来了多少个篮球？

在解答应用题时,我们通常把题目中所给的不一定用得上的条件叫做‘多余条件”。解答有“多余条件”的应用题，可以帮助我们养成认真审题的习惯，提高分析问题和解决问题的能力。

当应用题的“多余条件”在解题中可以用，也可以不用时，就更需要小朋友认真理解题意，灵活思考，找出最简便的解法。例如：

一个果园原来有 125 棵苹果树，89 棵桃树。今年又栽了 42 棵苹果树和 42 棵桃树。这个果园的苹果树比桃树多多少棵？

有的小朋友这样解答：

（1）果园现在有苹果树多少棵？

125+42=167（棵）

（2）果园现在有桃树多少棵？

89+42=131（棵）

（3）苹果树比桃树多多少棵？

167-131=36（棵）

答：这个果园的苹果树比桃树多 36 棵。

这样解答是正确的，题目里所有的条件都用上了，而且“42 棵”这个条件用了两次。

如果我们这样思考：因为今年栽的苹果树与桃树的棵数相同，都是 42 棵，所以，苹果树与桃树相差的棵数不变。那么，解法就很简便了。

125-89=36（棵）

答：这个果园的苹果树比桃树多 36 棵。

你看，“42 棵”又成了“多余条件”。

小朋友们在解答应用题时，要认真审题，分析数量关系，根据题目要求，选择必要的条件列式计算。不要被“多余条件”所迷惑，造成解题错误，或解法繁琐。（韩素珍）

## 周长和面积有什么不同

长方形或正方形的周长和面积是两个不同的概念，我们可以从以下三个方面来比较：

1．周长和面积的意义不同。周长是指平面图形周围各条边长度的总和，长方形和正方形的周长就是它们四条边长度的总和。面积是指物体表面或平面图形的大小，长方形和正方形的面积就是它们所占平面的大小。

2．周长和面积计算的方法不同。计算长方形的周长和面积要量出长方形

的长和宽，然后用“（长+宽）×2”求出长方形的周长，用“长×宽”求出长方形的面积。计算正方形的周长和面积，要量出正方形的边长，然后用“边长×4”求出正方形的周长，用“边长×边长”求出正方形的面积。

3．计算周长和面积使用的单位名称不同。测量或计算周长用的是长度单位，常用的长度单位有米、分米、厘米。测量或计算面积用的是面积单位，常用的面积单位有平方米，平方分米，平方厘米。

在不同的正方形中，周长比较长的正方形面积也比较大。但在不同的长方形中，周长比较长的长方形面积不一定大。（巢洪政）

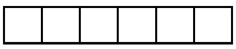
## 怎样区别面积和周长

每一个长方形或正方形都有它的面积和周长，而它们的面积和周长的计算，又都和它们边的长度有关。有的小朋友在刚刚学习面积知识时，常常把求面积变成求周长，把求周长变成求面积，甚至写错单位名称。所以，我们在学习《长方形和正方形的面积》时，必须弄清面积的概念，把面积和周长区别开来。我们已经知道，用一根绳子把一个长方形或正方形围一周，这一周的长度就是这个长方形或正方形的周长。现在我们又知道，物体的表面或围成的平面的大小，叫做它们的面积。这就是说，长方形、正方形的周长是指它的四条边的长度的和，而长方形、正方形的面积是指它们四条边围成的平面的大小。也就是说，周长是指图形外框“线”的长短，面积是指图形内部的“面”的大小。

例如：我们用一根铁丝围成一个长方形，再在这个长方形上糊一张白纸。周围铁丝的长短（不包括连接处的重复部分），就是这个长方形的周长；中间白纸的大小（不包括反面粘贴处的重复部分），就是这个长方形的面积。

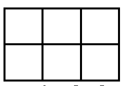
再如：有一块正方形的耕地，沿耕地四周挖了排水沟。这四周的排水沟的

总长度就是这块正方形耕地的周长，中间耕地的大小就是这块正方形耕地的面积。



图（1）

计算周长，要用长度单位；计算面积，要用面积单位。请小朋友剪 6 个边长是 1 厘米的正方形，分别拼成像图（1）、图（2）、图（3）的图形。

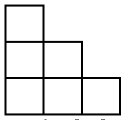


图（2）

数一数，这三个图形的面积都是几平方厘米？

图（1）的周长是几厘米？图（2）的周长是几厘米？图（3）的周长是几厘米？

通过上面的“数一数”，我们更清楚地看出，周长和面积是两个完全不同的概念。由于它们的意义不同，因而它们的计算方法不同，使用的计量单位名称也不同。

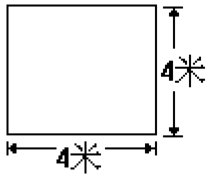


图（3）

（盛大启）

## 四个“4”不一样

老师给同学们出了一道题：求下图正方形的周长和面积。




同学们很快就算出得数。

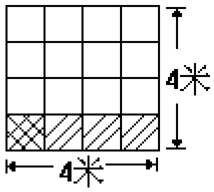
4×4=16（米）

4×4=16（平方米）

答：正方形的周长是 16 米，面积是 16 平方米。

小明说：“计算周长和面积的算式都是 4×4，得数都是 16，这个正方形的周长和面积相等。”

“周长和面积的意义不同，”小亮说：“如果把这个正方形看作一块菜地，那么周长 16 米就好比菜地四周篱笆的长，面积 16 平方米就是菜园占地的大小。不能说周长和面积相等。”




“从计算的意义来看，两个算式中的四个‘4’不一样。”小强说，“求周长算式中的第一个‘4’表示正方形的一条边的长度是 4 米，第二个‘4’表示正方形有四条边，16 表示正方形四条边长度的和，也就是周长，所以用长度单位：米。求面积算式中的第一个‘4’表示沿着正方形的边长量，一排正好有 4 个 1 平方米（如图），就是 4 平方米，第二个‘4’表示正方形中有这样的 4 排，‘16’表示 4 个 4 排的平方米数，也就是正方形的面积，所以用面积单位：平方米。”

老师夸小强想得深，分析得透彻。（李江）

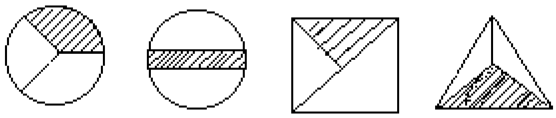
## 学习“分数的初步认识”要注意两点

1．不能忽视“平均分”

有个小朋友说：“把一个饼切成两块，每块是这个饼的$\frac{1}{2}$。”这句话对吗？小朋友们已经知道，把一个物体（如：一个饼、一张纸、一根绳等）平均分成几份，就是要使分得的每一份大小相等。而“平均分”是产生分数的前提，如果没有把一个物体平均分，那么，这个物体的某一部分就不能用

分数表示。所以，上面那个小朋友的说法是不正确的。

小朋友，下面几个图形中的阴影部分能用$\frac{1}{3}$表示吗？



2．正确书写分数

有的小朋友这样写分数：先写分子、然后画分数线、最后写分母。这种书写分数的顺序不符合要求，也不容易把分数写得美观。

书写分数的正确方法是：先画分数线（表示平均分），然后在分数线的下面写分母（表示平均分成几份），最后在分数线的上面写分子（表示取其中的几份）。在作业本上写分数要占两行，分数线画在两行之间的横线上（如下图所示）。

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

（孙海鹰）

## 加法和乘法的交换律、结合律

小朋友们知道，加法有交换律、结合律，乘法也有交换律、结合律。加法的交换律与乘法的交换律很相似。请看：

40+20=20+40……交换两个加数的位置，和不变。

40×20=20×40……交换两个因数的位置，积不变。

加法交换律和乘法交换律都要抓住参加运算的两个或几个数的位置要“交换”与运算结果“不变”这两个特点。再看：

（40+20）+30=40+（20+30）……把前两个数（结合）先加，再加上第三个数，或把后两个数（结合）先加，再与第一个数相加，和不变。

（40×20）×30=40×（20×30）……把前两个数（结合）先乘，再与第三个数相乘，或把后两个数（结合）先乘，再与第一个数相乘，积不变。

学习加法结合律和乘法结合律，也要抓住参加运算的数按不同的运算顺序“结合”；与运算结果“不变”这两个特点。

在应用运算定律进行简便计算时，有时要应用交换律，有时要应用结合律，而在多数情况下，既用了交换律，又用了结合律。例如：

72+54+28=72+28+54……这里只是交换了加数的位置,而运算顺序没有改变，这是应用了加法的交换律。

29+23+27=29+（23+27）……这里只是用加括号的方法改变了运算顺序，而各个加数的位置没有改变，这是应用了加法的结合律。

58+47+42=47+（58+42）……这里既应用了加法交换律，又应用了加法结合律。

应用乘法交换律、结合律进行简便运算，也有类似的情况，请小朋友自己举例说明。（盛大启）

## 怎样理解乘法的分配律

我们知道，两个数的和与一个数相乘，等于把两个加数分别与这个数相乘，再把两个积相加，这就叫做乘法分配律。

我们一方面要联系日常生活中的一些事例认识这一定律，另一方面要结合乘法的意义和加法的运算定律等知识来加深对这一定律的理解。例如：

（12+15）×2

=（12+15）+（12+15）……………根据乘法的意义

=12+12+15+15………………………应用加法交换律

=12×2+15×2…………………根据乘法的意义

所以，（12+15）×2=12×2+15×2

乘法分配律可以运用到两个以上加数与一个数相乘的情况。例如：（10+5+3）×4=10×4+5×4+3×4。

乘法分配律还可以运用到两个数的差与一个数相乘的情况。例如：（100-2）×3=100×3-2×3。

学习乘法分配律要注意两点：

1．注意乘法分配律和乘法结合律的区别。

有的同学学习乘法分配律以后，把它和乘法结合律混同起来，发生这样的错误：（5×6）×7=5×7+6×7 和（5+6）×7=5×7×6×7。发生这两种错误的原因是，这些同学还没有认真观察运算符号，还没有理解：乘法结合律只涉及到一种运算，而乘法分配律涉及到两种运算。

2．深刻领会“分配”的含义。

乘法分配律的“分配”两字，形像地体现了“把两个加数分别与这个数相乘”的意思。你看：

10×（7+9）=10×7+10×9

这里既要把 10 分配给 7 乘，也要分配给 9 乘。

懂得了这一点，就能避免发生像“10×（7+9）=10×7+9”这样的错误了。因为这种错误错在只把 10 分配给 7 乘，而没有分配给 9 乘。（盛大启）

## 为什么用“相乘”而不用“乘以”

“乘法的运算定律”中有一条“乘法分配律”，就是：

两个数的和与一个数相乘，等于把两个加数分别与这个数相乘，再把两个积相加。

例如：（10+5）×4=10×4+5×4

4×（10+5）=4×10+4×5

这里为什么用“相乘”，而不用“乘以”呢？

这是因为“两个数的和乘以一个数”和“一个数乘以两个数的和”这两种情况都可以叙述成“两个数的和与一个数相乘。”

所以，乘法分配律中的“相乘”，既可以是“两个数的和乘以一个数”，也可以是“一个数乘以两个数的和”。（郑鸿康）

## “计算法则”与“运算定律”

数学中的计算法则和运算定律是很重要的基础知识。理解运算定律和计算法则之间的联系，能帮助我们牢固掌握基础知识。

小朋友们知道，多位数乘法的计算法则是：先用乘数每一位上的数分别去乘被乘数，用乘数哪一位上的数去乘，乘得的数的末位就要和哪一位对齐，然后把几次乘得的数加起来。这个计算法则是根据乘法分配律得出的。

例如：536×214，用乘法分配律计算：

536×214

=536×（200+10+4）

=536×200+536×10+536×4

=107200+5360+2144

=114704

写成竖式，就是：

$$
\begin{array}{rl}
536 & \\
\times 214 & \\
\hline
2144 & \cdots\cdots\cdots 536\times 4 \\
536\phantom{0} & \cdots\cdots\cdots 536\times 10 \\
1072\phantom{00} & \cdots\cdots\cdots 536\times 200 \\
\hline
114704 &
\end{array}
$$

两种算法的算理相同。

被乘数、乘数末尾有 0 的乘法的简便算法是：先把 0 前面的数相乘，最后看被乘数和乘数的末尾一共有几个 0，就在乘得的数的末尾添写几个 0。这个简便算法是根据乘法交换律和乘法结合律得出的。例如：

4700×30

=（47×100）×（3×10）

=（47×3）×（100×10）

=141×1000

=141000

用简便方法计算：

$$\begin{array}{r} 4700 \\ \times\ 30 \\ \hline 141000 \end{array}$$

得数 141000=141×1000，其中 141=47×3，1000=100×10。

两种算法的算理相同。

想一想：多位数加法的计算法则与加法交换律、结合律有什么联系？请举例说明。（盛大启）

## 除法和减法有什么联系

小朋友已经知道，求几个相同加数的和的简便运算叫做乘法。例如：15+15+15+15，可以用乘法计算：15×4=60。这说明，乘法和加法之间有着密切的联系。

小朋友还知道，已知两个因数的积和其中的一个因数，求另一个因数的运算叫做除法。除法是乘法的逆运算。既然乘法与加法之间有一定的联系，那么，除法和减法之间有没有联系呢？

我们知道，“60÷15=4”，既可以表示把 60 平均分成 15 份，每份是 4，也可以表示 60 里面包含有 4 个 15，就是从 60 里面连续减去相同的数 15，减 4 次刚好减完。列成减法算式是：

60-15-15-15-15=0

我们由此可以看出，除法也可以看作连续减去相同数的简便运算。被除数就是被减数，除数就是相同的减数，连减的最多次数就是商。如果连续减去若干次以后，刚好减完，说明余数为 0。如果连续减去若干次以后，最后的差不是 0，但比减数小，那么最后的差就是余数。例如：

89-28-28-28=5

写成除法算式就是：

89÷28=3……5

小朋友，你现在该明白除法和减法之间的联系了吧。

（刘子辉 季加良）

## 猴子吃栗子与加法交换律

从前，有一个人养了一只猴子。

一天早晨，养猴人给他心爱的猴子 4 个栗子吃，猴子十分高兴地把栗子

吃了。到了晚上，养猴人又拿出 3 个栗子喂猴子。这回猴子不高兴了，它大吵大闹起来。

猴子为什么不高兴？因为它想不通：怎么晚上比早晨少了一个栗子呢？

养猴人当然希望自己心爱的猴子愉快一点儿，不要每天为吃栗子而吵闹。可是，他没有更多的栗子，只能每天喂猴子 7 个栗子。怎么办呢？

聪明的养猴人灵机一动，改为每天早晨给猴子吃 3 个栗子，晚上给猴子吃 4 个栗子。这样，猴子每天吃到的栗子仍然是 7 个。

说来奇怪，猴子竟然高兴了。因为它发现：每天晚上吃到的栗子比早晨多。于是，它心满意足了。

猴子到底是猴子，它不懂得加法交换律，它不知道“4+3=3+4”。而聪明的养猴人却针对猴子“贪吃”的特点，巧妙地运用加法交换律，把喂猴子吃栗子的方法由“早 4 晚 3”改为“早 3 晚 4”，收到了预期的效果。（孙海鹰）

## 运用交换律要注意条件

小朋友们已经知道，加法有交换律，就是：两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变。乘法也有交换律，就是：两个数相乘，交换被乘数和乘数的位置，它们的积不变。

减法和除法有交换律吗？没有。如果交换一道减法算式中的被减数和减数的位置。那么，所得的差就会发生变化（小朋友到了中学就会知道，交换后所得的差是多少）。同样，如果交换一道除法算式中的被除数和除数的位置，那么，所得的商也会发生变化。

所以，数学中，在不同的条件下，有些运算的顺序可以交换，有些运算只能按原来的顺序进行，不能交换。

在生活中也有许多这样的事例。比如，体育老师喊的口令，有的时候是可以交换的，而有的时候又不可以随便交换。

如果体育老师把“向前 5 步走”和“向前 3 步走”这两句口令交换一下，那么，结果不变——都是向前走了 8 步。

如果体育老师把“向前 5 步走”和“向后转”交换一下，结果会怎样？结果就会发生变化——两种走法的位置相差 10 步。

有趣的是，在生活中还有这样的情况：两件事交换了之后，照样讲得通，只是含义不同了。

比如，小荣在同时做两件事：吃东西、看书。可是，爸爸和妈妈的看法却不同。

妈妈夸小荣爱学习。你看，她“吃东西的时候还抓紧时间看书学习”。

爸爸批评小荣馋嘴。你看，她“看书学习的时候还不忘吃东西”。

小朋友，数学和日常生活一样，有时要灵活运用交换律，有时就要防止乱用交换律。总之，运用交换律是要有一定的条件的。

（孙海鹰）

## 为什么不能用 0 作除数

五年制小学数学课本第六册（六年制第八册）“除法的意义”一节里有这样一句话：

注意：在除法里，不能用 0 作除数。

小朋友，你们知道为什么 0 不能作除数吗？让我们一起来讨论这个问题吧。

请小朋友想一想：

把 6 个桃平均放在 3 个盘里，每盘可以放几个？

大家一定会很快算出每盘可以放：

6÷3=2（个）

在这个除法算式里，6 是被除数，3 是除数，2 是商。因此：被除数÷除数=商

根据除法与乘法的逆运算关系，我们还可以得到：除数×商=被除数

现在我们回到开头提出的“为什么不能用 0 作除数”这个问题来。我们设想一下；如果 0 能作除数，将会出现什么情况呢？我们分两种情况讨论。

第一种情况：除数是 0，被除数也是 0。也就是：

0÷0=？

我们根据乘、除法之间的关系，把上式变成：

0×?= 0

这个“？”表示什么数，大家应该不难想到。

“？”可以是 0，0×0=0；

“？”可以是 1， 0×1=0；

“？”可以是 5，0×5=0；

“？”可以是 10，0×10=0；

……

“？”可以是 1000，0×1000=0；

……

既然 0×？=0 这个式子中的‘？’可以是任何数，那么 0÷0=？中的‘？”也就代表许许多多的数。

我们得出这样一个结论：

当除数是 0，被除数也是 0 时，它的商可以是任何数。我们要讨论的第二种情况是：除数是 0，被除数不是 0。既然被除数不是 0，那被除数可以取的数就多了，我们就取被除数等于 6 吧。就是：

6÷0=？

这个“？”是几呢？

我们根据除法各部分之间的关系，把上面的式子变成：？×0=6。

请小朋友想一想，上式中“？”可能是几呢？

“？”可以是 0 吗？不可能！0×0 不等于 6；

“？”可以是 1 吗？不可能！1×0 不等于 6；

“？”可以是 2 吗？不可能！2×0 不等于 6；

“？”可以是 8 吗？不可能！8×0 不等于 6；

……

“？”可以是 500 吗？不可能！500×0 不等于 6；

……

可以说，任何人都无法找到一个数与 0 相乘，结果会等于一个不是 0 的数。

所以，我们又得出这样一个结论：

当除数是 0，被除数不是 0 时，没有商。

把我们讨论的两种情况概括起来说，就是：在除法里，如果除数是 0，被除数也是 0，我们得到了许多商（就是商不唯一）；如果除数 0，被除数不是 0，就找不到一个确定的商（就是商不存在）。这都是四则计算中不允许出现的情况。所以，必须规定：在除法里，不能用 0 作除数。

小朋友，你现在该明白为什么不能用 0 作除数的道理了吧。（吴倩）

## 变一变 能简算

有些计算题，初看不能进行简便计算。如果你仔细观察，根据题目数据的特点，把题目适当地变形，算起来就比较简便了。［例 1］计算 75×53+25×51。

虽然这道题中的“75”和“25”相加得 100，但是，它并不能直接应用乘法分配律。我们把“53”写成“2+ 512+51”，然后两次应用乘法分配律，就能使计算简便。

75×53+25×51

=75×（2+51）+25×51

=75×2+75×51＋25×51

=150+（75+25）×51

=150+5100

=5250

［例 2］计算 148+37×96

这道题中的 96 接近 100，如果能使 96 加上 4，就能使计算简便。我们先把 148 分解为 37×4，再反用乘法分配律。

148+37×96

=37×4+37×96

=37×（4+96）

=3700

［例 3］计算 34×9+99×6

这道题不能直接运用乘法分配律进行计算。我们先把 99 分解为 9×11，再运用乘法结合律把 99×6 变成 9×（11×6）。最后反用乘法分配律使计算简便。

34×9+99×6

=34×9+9×（11×6）=34×9+9×66

=（34+ 66）×9

=900

［例 4］计算 43×270+570×27

在这道题里，如果我们能根据“+”号左边的“270”和“+”号右边的“27”，把算式适当变形，使“+”前后两个乘积含有相同的因数 27，就能应用乘法分配律使计算简便。根据“一个因数扩大几倍，另一个因数缩小相同的倍数，积不变”这个规律，我们可以把原题中的“43×270”变为“430×27”，再简便计算。

43×270+570×27

=430×27+570×27

=（430+570）×27

=1000×27

=27000

我们也可以把原题中的“570×27”变为“57×270”，再简便计算。

43×270+570×27

=43×270+57×270

=（43+57）×270

=100×270

=27000（柏汉兴）

## 记不住加、减、乘、除法各部分间的关系怎么办

加法各部分之间的关系是：和=加数+加数，一个加数=和-另一个加数。减法各部分之间的关系是：差=被减数-减数，减数=被减数-差，被减数=减数+差。乘法各部分之间的关系是：积=因数×因数，一个因数=积÷另一个因数，除法各部分之间的关系是：商=被除数÷除数，除数=被除数÷商，被除数=商×除数。

记住这些关系十分重要，因为利用它们既可以对加减法和乘除法的计算进行验算，又可以求未知的加数、减数、被减数、因数、除数和被除数。

怎样记住这些关系式？我们在记住加减乘除法各部分名称的基础上，用下面两个方法：

1．联系简单的算式记。例如，减法各部分之间的关系，我们可以联系 5-3=2 这个算式来记。从 5-3=2 中可以看出：差（2）

=被减数（5）-减数（3）；减数（3）=被减数（5）-差（2）；被减数（5）=减数（3）+差（2）

又如，乘法各部分之间的关系，我们可以联系 2×3=6 这个算式来记。从 2×3=6 中可以看出：积（6）= 因数（2）×因数（3），一个因数（2 或 3）=积（6）÷另一个因数（3 或 2）。

2．我们把上述十个关系式归结为：求和、求被减数用加法，求加数、减数和差用减法；求积、求被除数用乘法，求一个因数、商和除数用除法。（凌国伟）

## 学习求未知数 X 要注意三点

四年级的小朋友在学习了加、减法各部分之间的关系和乘、除法各部分之间的关系后，就可以根据这些关系来求算式中的未知数 X 了。学好这部分知识，不仅可以加深对四则运算意义的理解，还可以为以后学习解简易方程作好准备。

怎样学好这部分知识呢？

1．要在理解的基础上熟记六个关系式。课本上有求加数、被减数、减数、因数、被除数、除数等六个关系式。我们可以把它们分成两组来比较。一组是加、减法，被减数相当于和，减数、差都相当于加数；求和用加法，求加数用减法。另一组是乘、除法，被除数相当于积，除数、商都相当于因数；求积用乘法，求因数用除法。通过比较，找出规律，就可以帮助我们记忆，

并应用这些关系式来求未知数 X。

2．要注意正确书写演算过程。求未知数的书写格式小朋友们是第一次接触，大家还不习惯，因此，在开始学习时就要注意怎样书写才正确。特别要注意，这和过去计算四则混合运算式题不一样，要一个算式、一个算式地写，每一行的等号必须与原式中的等号对齐。而不能写成递等的形式，防止产生等号两边不等的错误。例如：

正确的书写　　　错误的书写

X-5=8　　　　　X-5=8 或 X-5=8

X=8+5　　　　　=X=8+5　　=8+5

X=13　　　=13　　　=13

3．要学会验算的方法，自觉养成验算的习惯。验算的方法是把求出的 X 的值代到原来的算式中去，看等号两边是不是相等。等号两边相等，说明这个 X 的值是正确的。例如：X×6=48。求出 X= 8 后，把它代到原式中去，等号左边是 8×6，得 48，等号右边也是 48，等号两边相等，说明是正确的。如果等号两边不相等，就要检查在求的过程中是方法错误还是计算错误，找到了原因就要及时改正。小朋友们要从小养成认真负责的好作风。（盛大启）

## 为什么不能“见减用加”“见除用乘”

在求未知数 X 的练习中，有的小朋友认为：既然求加数用减法，求因数用除法，那么，X 在减法或除法算式中，也可以“见减用加”、“见除用乘”了。这种想法是不正确的。

一般地说，已知两个数的运算结果与其中的一个数，求另一个数的运算叫做原来运算的一种逆运算。由于参加运算的是两个数，所以，每一种运算的后面都有两种逆运算。

加法和乘法都有交换律，两个加数或两个因数在运算中的地位相等，它们可以交换位置而运算结果不变。所以，不论求哪个加数都用减法，不论求哪个因数都用除法，两种逆运算的方法都相同。例如：

$$5+3=8\begin{cases}5=8-3\\3=8-5\end{cases}$$

$$5\times3=15\begin{cases}5=15\div3\\3=15\div5\end{cases}$$

因此，在求未知数 X 的练习中，说“见加用减”、“见乘用除”是可以的。例如：X+4=20，那么，X=20-4，而 4+X=20，也是 X=20-4。又如：X×4=20，那么，X=20÷4，而 4×X=20，也是 X=20÷4。

但减法和除法却不同，它们都不存在交换律。被减数和减数、被除数和除数在运算中的地位不一样，求被减数要用加法，求减数仍用减法；求被除数要用乘法，求除数仍用除法。所以两种逆运算的方法也就不一样了。例如：

$$20-5=15\begin{cases}20=15+5\\5=20-15\end{cases}$$

$$20 \div 5 = 4 \begin{cases} 20 = 4 \times 5 \\ 5 = 20 \div 4 \end{cases}$$

因此，笼统地说“见减用加”、“见除用乘”就不对了。例如： X-8=8，那么，X=8+8，而 8-X=8，就应该这样算：X=8-8。又如：X÷8=8，那么，X=8×8，而 8÷X=8，就应该这样算：X=8÷8。如果求减数也用加法，求除数也用乘法，就会发生错误。

小朋友，我们在求未知数 X 的练习中，一定要先看清 X 在运算中属哪个数，再想想根据各部分间的关系应选择什么方法算，养成仔细审题、积极动脑的好习惯。 （盛大启）

## 直线、射线和线段

我们已经初步认识了直线和线段，知道把一条线拉紧，或在一条线上拴上重物并使线垂下就形成一条直线，还知道直线上两点间的一段叫做线段。现在，我们又认识了射线，知道把线段的一端无限延长就得到一条射线。

直线、射线和线段各有什么特点？它们的区别在哪里？它们之间又有什么关系？

直线除了“直”这个特点外，还有一个很重要的特点，那就是它可以向两个方向无限延伸，永远没有尽头，所以，直线是不可能度量的。因此，在画直线时，要画出没有端点的直线，表示可以无限延伸。

射线只有一个端点，可以向一个方向无限延伸，也永远没有尽头。所以，射线也是不可能度量的。直线上任意的一点可以把这条直线分成两条方向相反的射线，因此，射线是直线的一部分。虽然射线是直线的一部分，但由于它们都是不能度量的，所以，它们之间没有长短可以比较。

线段有两个端点，它有一定的长度，可以度量。线段也是直线的一部分。

因此，直线、射线和线段的共同特征是都是“直”的。所不同的是线段有两个端点，长度是有限的；射线只有一个端点，有一边是可以无限延伸的；直线没有端点，可以向两个方向无限延伸。

（盛大启）

## “角”和“线”是不同的概念

有的小朋友说：“平角是一条直线，周角是一条射线。”这种说法是错误的，错在没有弄清“角”和“线”是不同的概念。

我们知道，从一点（这一点叫做角的顶点）引出两条射线（这两条射线叫做角的边），就组成一个角。根据角的组成，每个角都应该有两条边。平角和周角是两种特殊的角，它们与一般角不同的是“平角的两条边在过顶点的同一条直线上”，但不能说“平角是一条直线”；周角是一条射线绕它的端点旋转一周所成的角，这说明周角的两条边是重合在一起的两条射线，但不能说“周角是一条射线”。（王聿松）

## 不会量角、画角怎么办

量角，要掌握以下三个要点：

1．点重合。把量角器放在角的上面，使量角器的中心和所量角的顶点重合；

2．边重合。转动量角器，使量角器的零度刻度线和角的一边重合；

3. 看度数。看角的另一条边所对的量角器上的刻度，就是这个角的度数。

画角，要掌握以下三个步骤：

1．画一条射线，使量角器的中心和射线的端点重合，零度刻度线和射线重合；

2．在量角器上找出所要画的角的度数的刻度线，然后对准这个刻度线在纸上点一个点；

3．以射线的端点为端点，通过刚画的点，再画一条射线，这样就得到了所要画的角。

这里要提醒小朋友们注意的是：零度刻度线一般不是量角器的边，不要错把量角器的边当作零度刻度线。另外，角的一条边与量角器的零度刻度线重合时，如果“0”在量角器的内圈，就要看内圈的度数，如果“0”在外圈，就要看外圈的度数。（凌国伟）

## 巧用三角板画角

六年制小学数学课本第八册第 60 页，有这样一道题：“用两个三角板画出 75°、105°、120°、135°的角。”

怎样画出这些角呢？我们可以把两个三角板的角在纸上拼成相应的角来画。例如，画 75°的角，是由一个三角板上 30°的角与另一个三角板上 45°的角拼成画出的。有的角可以根据它与另一个角的和等于 180°来画。例如，画 120°的角，因为 120°+60°=180°，所以，我们可以先画一个平角（如图 1），再使用三角板在平角上画一个 60°的角（如图 2），与此同时，我们也得到一个 120°的角（如图 3）。


图1

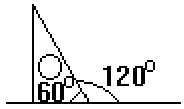


图2

图3

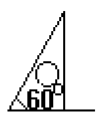


图 4

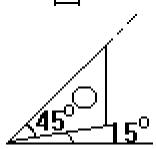


图 5

图 6

我们还可以用三角板上较大的角与较小的角的差来画角。例如，画 15°角时，先用三角板画一个 60°的角（如图 4），再在 60°的角中画一个 45°的角（如图 5），与此同时我们也得一个 60°-45°=15°的角（如图 6）。

请小朋友用上面介绍的方法画出 135°、150°和 165°的角。

（张启建）

## 理解和掌握“垂线”的概念

1．要理解“两条直线相交组成的四个角，如果其中有一个角是直角，那

么，其它三个角也是直角。”请看图 1：已知∠1 直角，那么，∠2、 ∠3、∠4 也是直角。

∠2、∠3、∠4 为什么是直角？我们一方面可以用三角板的直角去比一比，验证它们是直角。另一方面，通过推算，得出它们都是直角。我们这样推算：因为∠1 是直角（90 °），∠1 与∠2（或∠4）组成一个平角（180 °），所以∠2（或∠4）等于 180 ° - 90 ° = 90 °。这就是说，∠2（或∠4）也是直角。用同样的办法，可以推算出∠3 也是直角。

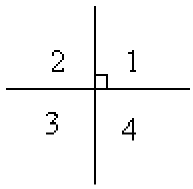



图 1

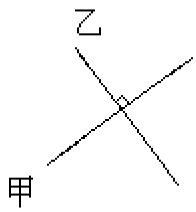



图 2

2．理解“互相垂直”的含义。

数学课本上是这样叙述垂线概念的：“两条直线相交成直角时，这两条直线叫做互相垂直，其中一条直线叫做另一条直线的垂线。请看图 2：甲直线与乙直线相交成直角，所以它们互相垂直。

“互相垂直”是指甲、乙两条直线之间的关系，在这种情况下，甲直线是乙直线的垂线，反过来，乙直线也是甲直线的垂线。如果孤立地说，“甲直线是垂线”，“乙直线是垂线”，那就错了。

我们从图 1 还可以看出，判断两条直线是不是互相垂直，关键是要看两条直线是不是相交成直角，而不是看画的方向。

3．会观察周围的物体，能举例说明某个物体上的哪条边与哪条边是互相垂直的。例如：黑板的长边和短边是互相垂直的、书本面相邻的两边是互相垂直的、文具盒的表面相邻的两边也是互相垂直的、……这样，会帮助我们进一步理解和掌握垂线的概念。

（韩素珍）

## 为什么要“在同一平面内”

四年级的小朋友们已经知道“在同一平面内不相交的两条直线叫平行线。”要判断两条直线是不是平行线，首先要看这两条直线是不是在同一个平面内，然后再看它们是不是相交。只有同时满足“在同一平面内”和“不相交”这两个条件，才能肯定这两条直线是平行线。也就是说，“不相交”是以“在同一平面内”为前提的。

为什么要强调“在同一平面内”这个前提呢？

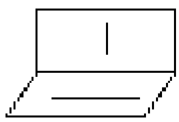


图 1

我们把一本书翻开就形成两个平面，一个是平放着的平面，一个是竖立着的平面（如图 1）。在这两个平面内分别各有一条直线，这两条直线永远

不会相交，但它们却不平行。所以，不在同一平面内的两条不相交的直线，不一定是平行线。（魏茂春）

## 判断平行线的三种方法

1．把两条直线延长，看是不是相交。不相交的两条直线就是平行线。例如：图 1 的两条直线延长后仍不相交，就是平行线；图 2 中的两条直线延长后相交，就不是平行线。

2．在两条直线之间作几条垂线，量一量两条直线间的距离是不是处处相等。如果处处相等，两条直线就是平行线。例如：图 3 中两条直线间的距离处处相等，就是平行线；图 4 中两条直线间的距离不相等，就不是平行线。

图 1

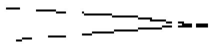


图 2

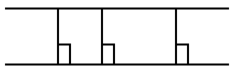


图 3

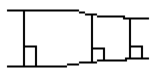


图 4

3．根据平行线的画法，用三角板的一条边和其中一条直线重合，用直尺靠紧三角板的另一条边，然后按住直尺，移动三角板，看另一条直线是不是也能和三角板的边重合。如果能重合，两条直线就是平行线。例如：图 5 中的两条直线就是平行线，图 6 中的两条直线就不是平行线。

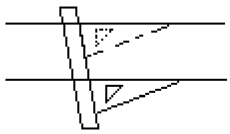


图 5

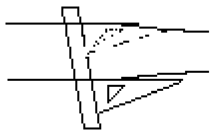


图 6

（赵鹰）

## 四则混合运算中的简便计算

在四则混合运算中，通常我们要按照规定的运算顺序进行计算。同时我们还要在计算过程中认真观察，凡是可以简便计算的步骤，就要用简便方法去计算。例如：

225-884÷13-12×11
=225-68-132
=225-（68+132）
=225-200
=25

计算这道题时，开始并不能简便计算，就要按照运算顺序先算“ 884÷13 ”和“ 12×11 ”。 当计算到“ 225-68-132 ”时，我们发现 68 和 132 可凑成 200，于是应用减法的性质使计算简便。

又如：计算 360÷45×75+8×25。

360÷45×75+8×25

=8×75+8×25
=8×（75+25）
=8×100
=800
计算这道题，我们也是在运算过程中运用乘法分配律使计算简便。
希望小朋友在四则混合运算过程中，能仔细观察题中的数据特征和符号，并能自觉、灵活地运用已经学过的运算定律和性质，使计算简便。（韩素珍）

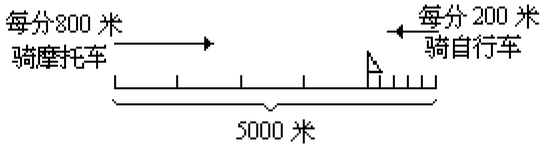
## 明确算理 举一反三

两个运动物体（如：两列火车、两艘轮船等）或两个人用不同的速度，从两地同时出发，相向（面对面）而行，经过一段时间，在途中相遇。这种反映速度、时间、路程三个数量之间关系的行程问题，通常叫做“相遇问题”。小朋友们学习相遇问题要做到以下两点。

1．仔细观察，明确算理

六年制小学数学课本第八册在讲解相遇问题时，不论是例题还是习题，都配上不少示意图。因此，我们一定要仔细观察，看懂示意图，弄清图意，明确算理，理解和掌握解答方法。例如：

两人同时从相距 5000 米的两地相对而行（如图）。




一人骑摩托车，一人骑自行车，经过几分钟他们可以相遇？（练习二十二第 6 题）

我们从上图中清楚地看出：两车相遇时一共要行 5000 米（路程），摩托车每分钟行 800 米，自行车每分钟行 200 米（速度）。要求两人经过几分钟相遇，也就是求两车相遇的时间，先要求出两车每分钟一共行了多少米（也就是速度和），再根据“相遇时间=路程÷速度和”这个数量关系，求出相遇时间。列式计算如下：

5000÷（800+200）
=5000÷1000
=5（分钟）

答：经过 5 分钟他们可以相遇。

2．举一反三，打开思路

在生产和生活中，有些实际问题的数量关系与相遇问题非常相似，我们可以打开思路，用解答相遇问题的方法，去解答这类题目。例如：

甲、乙两个电视机厂共同生产 12000 台彩色电视机，甲厂每天生产 250 台，乙厂每天生产 150 台。如果两个厂同时开工，多少天可以完成生产任务？

解答这道题，我们要先求出甲、乙两厂每天一共生产多少台（也就是生产效率的和），再根据“生产总量÷生产效率的和=生产时间”这个数量关系，求出生产时间。列式计算如下：

12000÷（250+150）=12000÷400

=30（天）

答：30 天可以完成生产任务。 （韩素珍）

## 题目里应该说明运动结果

数学课上，李老师让小朋友们解答这样一道选择题（把正确的答案填在括号里）：

甲、乙两人同时从两地相向而行，甲每分钟走 82 米，乙每分钟走 68 米。两人走了 10 分钟，两地相距（）米。

（1）1500 米（2）3000 米（3）无法解答

“正确的答案是 1500 米，”张小虎说，“用甲、乙两人的速度和，乘以他们行走的时间，就能算出两地相距多少米。”

张小虎说完，写出解答过程：

（82+68）×10

=150×10

=1500（米）

答：两地相距 1500 米。

“这道题无法解答，”林冬发表不同意见，“因为两个人从两地相对而行的运动结果有三种情况：（1）没有相遇；（2）相遇；（3）相遇后再相背而行。而这道题没有说明运动结果，所以无法解答。”李老师表扬林冬分析得透彻，又提出问题：“如果要使答案 1500 米正确，应该怎样修改题目？”

张小虎说：“应该把题目中‘两人走了 10 分钟’这句话改成‘两人走了 10 分钟后相遇’。”

“改得好，”李老师点头赞同，又问：“如果要使答案 3000 米正确，应该怎样修改题目？”

林冬说：“应该把题目中‘两人走了 10 分钟’这句话改成‘两人走了 10 分钟后还相距 1500 米’。”

小朋友，林冬同学已经把题目改好了，请你写出解答过程。

（孙海鹰）

## 两个“相距 80 千米”有区别

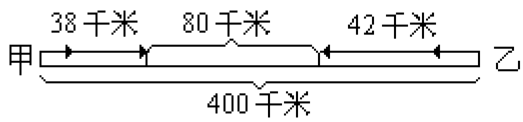
请小朋友看下面两道题：

1．甲地到乙地的公路长 400 千米，两辆汽车从两地同时对开。甲车每小时行 38 千米，乙车每小时行 42 千米。经过几小时两车还相距 80 千米？

2．甲地到乙地的公路长 400 千米，两辆汽车从两地同时对开，甲车每小时行 38 千米，乙车每小时行 42 千米。两车相遇后继续行驶。经过几小时两车相距 80 千米？

从表面上看，两道题中的甲、乙两车后来都“相距 80 千米”，但是，这两个“相距 80 千米”是有区别的，两道题的解法也不相同。

我们根据第 1 题的题意画图：



我们从图上看到，当甲、乙两车还相距 80 千米时，两车共同行驶的路程是 400-80=320（千米），用 320 千米除以两车每小时共行的路程（就是速度和），就得到所求的时间。解答过程如下：

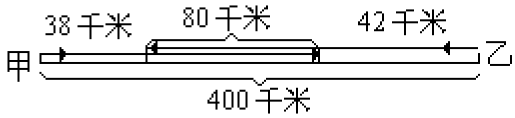
（400-80）÷（38+42）

=320÷80

=4（小时）

答：经过 4 小时两车还相距 80 千米。

我们再根据第 2 题的题意画图：




我们从图上看到，两车相遇后，又相背而行，当两车相距 80 千米时，它们共同行驶的路程是 400+80=480（千米），用 480 千米除以两车的速度和，就得到所求的时间。

请小朋友自己写出第 2 题的解答过程。（贲友林）

## 看不出哪个 0 可以去掉怎么办

有的小朋友在根据小数的性质化简小数时，由于弄不清哪个 0 可以去掉，哪个 0 不可以去掉而产生错误。要防止产生这种错误，就要真正理解小数的性质。小数的性质是：

小数的末尾添上“0”或者去掉“0”，小数的大小不变。

这里要注意的是：“小数的末尾”不是“小数点前面”，不是“小数的中间”，也不是“小数点后面”。只有小数的末尾添上“0”或者去掉“0”，小数的大小才不变。所以在化简时，只要看“0”是不是在小数的末尾，就可以确定能不能去掉。例如：

0.50 从左向右数，第一个 0 在小数点前面不能去掉，第二个 0 在小数的末尾可以去掉。所以 0.50=0.5。

10.830 从左向右数，第一个 0 在小数点前面不能去掉，第二个 0 在小数的末尾可以去掉，所以 10.830=10.83。

0.50600 从左向右数，第一个 0 和第二个 0 都不是小数末尾的 0，不能去掉，第三、四两个 0 在小数的末尾，可以去掉。所以 0.50600=0.506。

请小朋友们注意：小数的末尾添上“0”或者去掉“0”，小数的大小不变，但是小数的位数由于添上或去掉 0 发生了变化。例如，0.50 是两位小数，而 0.5 是一位小数；10.830 是三位小数，而 10.83 是两位小数。（凌国伟）

## 名数和名数的变换

人们在日常生活、生产劳动和科学研究中，经常要进行各种量的计量。在计量长度、面积、重量、时间等的时候，得到的数都带有单位名称。通常把量得的数和单位名称合起来叫做名数。例如，“3 米”中的“3”是量数，“米”是单位名称，“3 米”叫做名数。有的小朋友把“米”叫做名数，这是错误的。

在名数中，只带有一个单位名称的，叫做单名数，如 5 吨、4 元等；带

有两个或两个以上单位名称的，叫做复名数，如 5 吨 20 千克、4 元 3 角 8 分等。

在同类的计量单位中，较大的计量单位叫做高级单位，较小的计量单位叫做低级单位。一个高级单位含有低级单位的倍数叫做这两个单位间的进率。例如，米、分米和厘米都是长度单位（同类），米是分米、厘米的高级单位，厘米是米、分米的低级单位，分米是米的低级单位，是厘米的高级单位。相邻两个单位之间的进率都是 10，而米和厘米之间的进率是 10×10=100。

同类的不同单位的名数改写的一般方法如下所示：

$$\text{高级单位的数}\ \underset{\text{除以进率}}{\overset{\text{乘进率}}{\rightleftarrows}}\ \text{低级单位的数}$$

当两个单位之间的进率是 10、100、1000、……时，可以应用小数点位置移动引起小数大小变化的规律来进行名数的相互改写。例如：

（1）5.42 吨=（5420）千克

5.42 乘进率 1000，只要把小数点向右移动三位，得 5420。（2）5 厘米=（0.05）米

5 除以进率 100，只要把小数点向左移动两位，得 0.05。

（3）4.68 吨=（4）吨（680）千克

1000 × 0.68

（4）3 平方米 40 平方分米=（3.4）平方米

40 ÷ 100

在进行名数和名数的变换时，要注意以下三点：

（1）先看清是由低级单位改写成高级单位，还是由高级单位改写成低级单位，从而决定是用除法还是用乘法计算。（2）再想题中要求改写的两个单位之间的进率是多少。（3）根据计算方法和进率确定小数点应向哪个方向移动，移几位，直接写出结果。

请小朋友在下面的括号里填上适当的数。

0.43 米=（）厘米

530 米=（）千米

4.6 平方米= （）平方米（）平方分米

3 千克 65 克= （）千克（盛大启）

## 计算小数加减法应该注意些什么

1．计算小数加减法时要把小数点对齐而不是把末位对齐。整数相加减，相同数位要对齐，因为整数的个位在末尾，末位对齐实质上就是个位对齐，所以只要把末位对齐相同数位就对齐了。小数加减法计算的算理和整数相同，也是相同数位的数才能相加减，但各个小数的小数部分的位数往往不同，如果套用“末位对齐”，就会使数位对错。所以，在小数加减法中要把小数点对齐，小数点对齐了，各个相同的数位也就对齐了，这样才能使计算正确。

2．不要忘记点得数里的小数点，小数的末尾有 0 时，一般要去掉。计算

小数加减法，要按四步去做：一是“对齐”，就是要把各数的小数点对齐；二是“计算”，按照整数加减法的方法计算；三是“点小数点”，就是在得数里对齐横线上的小数点点上小数点；四是得数的小数末尾有 0 的一般要把 0 去掉。后两步不能忘记。

3.要注意运用整数加法的运算定律和减法的运算性质使一些小数加减运算简便。整数加法的交换律和结合律，以及减法的运算性质在小数加减计算里都完全适用。所以，我们在计算中应注意应用这些定律和性质，使一些小数加减法计算简便。例如：

1.35+0.75+0.65+0.25

=1.35+0.65+0.75+0.25（运用加法交换律）

=（1.35+0.65）+（0.75+0.25）（运用加法结合律）

=2+1

=3

58.5-9.27-10.73

=58.5-（9.27+10.73）（运用减法运算性质）

=58.5-20

=38.5　　　（凌国伟）

## 小数乘法的计算步骤及注意点

小数乘法的计算步骤可以这样概括：

一乘：先按照整数乘法的计算法则算出积。不论是小数和整数相乘，还是小数和小数相乘都看作整数和整数相乘。

二数：数一数两个因数中一共有几位小数。

三点：两个因数中一共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点。当所得积的位数不够时，应在积的左边添 0 补足数位，如果小数末尾有 0 要去掉。

例如：计算 0.056×0.15

一乘：把 0.056×0.15 的小数乘法当作整数乘法进行计算。注意：在列竖式时被乘数和乘数末位数字要对齐。

$$\begin{array}{r} 0.056 \\ \times \quad 0.15 \\ \hline 280 \\ 56\phantom{0} \\ \hline 840 \end{array}$$

二数：两个因数中共有五位小数。

三点：两个因数中共有五位小数，就从积的右边起数出五位，积“840”的数位不够，就在它前面添两个“0”补足数位，点上小数点，整数部分没有，用“0’占位。

$$\begin{array}{r} 0.056 \\ \times\ \ 0.15 \\ \hline 280 \\ 56\ \\ \hline 0.00840 \end{array}$$

最后去掉小数末尾的 0。

$$\begin{array}{r} 0.056 \\ \times\ \ 0.15 \\ \hline 280 \\ 56\ \\ \hline 0.0084\cancel{0} \end{array}$$

注意：只有当小数点的位置确定后，才能去掉小数末尾的 0。

（殷金华）

## 为什么有时候不能去掉小数的“0”

小数的末尾添上“0”或者去掉“0”，小数的大小不变。这叫做小数的性质。根据这个性质，遇到小数末尾有“0”的时候，一般地可以去掉末尾的“0”，把小数化简。

不知道同学们注意了没有？在上面一段话里说“一般地”可以去掉末尾的“0”，难道说，对小数末尾的“0”，有时候不可以去掉吗？这是为什么呢？

小数的性质是在准确数范围说的。在表示近似数的情况下，对小数末尾的“0”不可以随便去掉。像 4 是由 3.5 到 4.4 之间的数“四舍五入”保留整数得到的近似数，它与准确数的差在 0.5 之内。而 4.0 是由 3.95 到 4.04 之间的数“四舍五入”保留一位小数得到的近似数，它与准确数的差，在 0.05 之内，显然，近似数 4.0 比 4 表示得精确，像这样要求精确到十分位的条件下，我们就不能把“4.0”末尾的“0”随便去掉了。（浦道）

## 查表计算四法

在日常工作中，遇到物品的单价固定，数量经常变化，而要很快求出总价时，用查表的方法代替乘法计算，往往既迅速又方便。

例如，六年制小学数学课本第九册第 15 页例 10：查表算出 35 克面粉的总价是多少元。

| 数量（千克） | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 总价（元） | 0.37 | 0.74 | 1.11 | 1.48 | 1.85 |

| 数量（千克） | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| 总价（元） | 2.22 | 2.59 | 2.96 | 3.33 |

这道题常用的查表计算法有下面四种：

一、求和法。先查出 3 千克面粉的总价是 1.11 元，乘以 10 得 30 千克面粉的总价是 11.1 元，再查出 5 千克面粉的总价是 1.85 元，最后求出 35 千克面粉的总价是 11.1+1.85=12.95（元）。

1.11 × 10 →

$$\begin{array}{r l} 11.1 & \cdots\cdots \text{30 千克面粉的总价} \\ +\ 1.85 & \cdots\cdots \text{5 千克面粉的总价} \\ \hline 12.95 & \cdots\cdots \text{35 千克面粉的总价} \end{array}$$

**二、求差法。先查出 4 千克面粉的总价是 1.48 元，乘以 10 得 40 千克面粉的总价是 14.8 元，再查出 5 千克面粉的总价是 1.85 元，最后求出 35 千克面粉的总价是 14.8-1.85=12.95（元）**

1.48 × 10 →

$$\begin{array}{r l} 14.8 & \cdots\cdots \text{40 千克面粉的总价} \\ -\ 1.85 & \cdots\cdots \text{5 千克面粉的总价} \\ \hline 12.95 & \cdots\cdots \text{35 千克面粉的总价} \end{array}$$

**三、求积法。先查出 5 千克面粉的总价是 1.85 元，再乘以 7 得 35 千克面粉的总价是 1.85×7=12.95（元）；或先查出 7 千克面粉的总价是 2.59 元，再乘以 5 得 35 千克面粉的总价是 2.59×5= 12.95（元）**

$$\begin{array}{r l} 1.85 & \cdots\cdots \text{5 千克面粉的总价} \\ \times\ \ \ 7 & \\ \hline 12.95 & \cdots\cdots \text{35 千克面粉的总价} \end{array}$$

**四、求商法。先查出 7 千克面粉的总价是 2.59 元，乘以 10 得 70 千克面粉的总价是 25.9 元，再除以 2 得 35 千克面粉的总价是 8325.9÷2=12.95（元）。**

2.59 × 10 →

$$\begin{array}{r l} 12.95 & \cdots\cdots \text{35 千克面粉的总价} \\ 2\overline{)25.9} & \cdots\cdots \text{70 千克面粉的总价} \\ 2\phantom{5.9} & \\ \hline 5\phantom{.9} & \\ 4\phantom{.9} & \\ \hline 19 & \\ 18 & \\ \hline 10 & \\ 10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

**以上查表四种方法，前三种方法计算起来比较方便，最后一种方法比较烦一点，所以在实际查表计算时用前三种方法为好。**

**（张国智）**

## 学会正确填写发票

**发票与我们实际生活是分不开的，我们必须学会正确填写。**

**首先，要学会看发票。必须弄清楚发票有哪些栏目，这些栏目是什么意思，填写有什么要求。**

**其次，要学会正确书写大写数字：零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾。**

**填写发票时，必须按照要求，依次按栏目填写，注意最后的“总计金额”计算要正确。**

**例如，张庄供销合作社于 1992 年 3 月 25 日售给勤奋农业中学以下货物：镰刀 48 把，每把 0.64 元；铁锹 5 把，每把 2.46 元；锄头 14 把，每把 3.50 元；粪筐 25 个，每个 1.90 元。根据上述情况，填写下面发票。**

**先填写好购货单位和时间。**

然后，按要求把货名“镰刀”、数量“48”、单位“把”、单价“0.64”分别填写好，计算出 48 把镰刀的钱数，用 0.64×48=30.72（元），就是 30 元 7 角 2 分。在“金额”一栏“十”、“元”、“角”、“分”的下面分别填写上“3”、“0”、“7”、“2”。铁锹、锄头、粪筐依次按上面的样子填写。

最后，把镰刀、铁锹、锄头和粪筐的“金额”连加起来：3072+1230+4900+4750=13952（分）。在“总计金额人民币（大写）”一栏，“佰”、“拾”、“元”、“角”、“分”的前面分别填写上“壹”、“叁”、“玖”“伍”“贰”。

张庄供销合作社发票　　　　　　第 000845 号

购货单位：勤奋农业中学　　　　　　1992 年 3 月 25 日

| 货名 | 数量 | 单位 | 单价（元） | 金额 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 百 | 十 | 元 | 角 | 分 |
| 镰刀 | 48 | 把 | 0.64 | | 3 | 0 | 7 | 2 |
| 铁锹 | 5 | 把 | 2.46 | | 1 | 2 | 3 | 0 |
| 锄头 | 14 | 把 | 3.50 | | 4 | 9 | 0 | 0 |
| 粪筐 | 25 | 个 | 1.90 | | 4 | 7 | 5 | 0 |
| 总计金额人民币（大写）：壹佰叁拾玖元伍角贰分 | | | | | | | | |

（朱剑）

## 学习除数是小数的除法要弄清两点

1．为什么要先移动除数的小数点。

除数是小数的除法，要根据“商不变”的性质，转化成除数是整数的除法。在转化时，应该以谁为标准呢？如 3.249÷0.45，可以把被除数、除数同时扩大 1000 倍，转化为：3429÷450；也可以把被除数、除数同时扩大 100 倍，转化为：342.9÷45。通过比较可以发现，第二种转化方法，计算简便。所以，在转化时应以除数为转化的标准，因此要先移动除数的小数点。

2．怎样理解位数不够用 0 补足。

在把被除数和除数同时扩大相同的倍数，将除数由小数变为整数时，如果被除数的小数位数比除数的少，小数点向右移动时，所差的位数，要在被除数的末尾用 0 补足。如，8.3÷0.912，除数 0.912 变成整数要扩大 1000 倍，小数点要向右移动三位；要使商不变，被除数 8.3 的小数点也应向右移动三位，而 8.3 只有一位小数，与除数的小数位数相差两位，划去 8.3 的小数点后，还应在它的末尾补上两个 0，变为 8300。（王聿松）

## 怎样正确移动小数点

1．计算小数除法，常常需要移动小数点的位置，移动被除数里小数点位置时，应以除数为标准，也就是说先考虑把除数变为整数。例如：

$$1.6\overline{)6.832} \longrightarrow 16\overline{)68.32}$$

这里为了把除数变成整数，除数里小数点向右移动了 1 位（1.6—→16）

扩大了 10 倍。要使商不变，被除数也要扩大 10 倍，小数点也要向右移动 1 位（6.832—→68.32）。要防止下面这样的错误写法：

$$(1)\ 1.6\overline{)6.832}$$

$$(2)\ 1.6\overline{)6.832}$$

这两种错误写法都是由于被除数、除数扩大的倍数不相同，而使商改变了（计算结果不正确）。

2．被除数的小数点向右移动时，如果位数不够，在被除数的末尾用“0”补足。

$$0.288\overline{)25.2} \longrightarrow 0.288\overline{)25.200}$$

$$0.35\overline{)7} \longrightarrow 0.35\overline{)700}$$

要防止“$0.35\overline{)700}$”这种错误写法。因为在“7”后面点上小数点再补上两个 0，这实际上被除数并没有扩大 100 倍，仍是“7”。

（浦华）

## 余数为什么是 0.4 而不是 4

根据商不变性质，16.4÷3.2=164÷32，164÷32 的商是 5，余数是 4，可是，为什么 16.4÷3.2 的商是 5，而余数却是 0.4 呢？这个问题，我们可以从以下四个方面来理解。

（1）从小数计数单位这个角度来理解。被除数 16.4 是一个表示十分之几的数，它的计数单位是十分之一（0.1），这说明 16.4 是由 164 个 0.1 组成的，当商 5 时，余下的“4”是表示 4 个 0.1，所以余数是 0.4。

（2）从倍数角度来理解。求 16.4÷3.2 的商与余数时，根据商不变性质，我们把被除数与除数同时扩大 10 倍，16.4÷3.2=164÷32，这样，计算出来的商不变，余数 4 却随着被除数和除数的扩大，也扩大了 10 倍。要求原来的余数，就要把 4 缩小 10 倍，应是 0.4。

（3）用验算方法来证明。

16.4÷3.2=5……4。验算：3.2×5+4=20

16.4÷3.2=5……0.4。验算：3.2×5+0.4=16.4。

显而易见，0.4 才是正确的余数。

（4）借助单位名称来理解。我们把原式看成 16.4 元÷3.2 元，再化成 164 角÷32 角，这样商为 5 时，余数是 4 角（即 0.4 元），所以 16.4÷3.2 商为 5 时，余数是 0.4。（魏茂春）

## 为啥会“越除越大”

同学们都知道，在整数除法中，除得的商一定是小于或等于被除数。例如：18÷6=3，18÷18=1，18÷1=18。可是，在小数除法中，当除数是纯小数时，除得的商就大于被除数了。例如：18÷0.6=30、18÷0.3=60、18÷0.1=180。为啥会越除越大的呢？

我们可以从除法意义来想。18÷0.6，表示 18 里面包含多少个 0.6。18÷1，表示 18 里面包含多少个 1。我们把这两道算式中的除数进行比较，不

难看出 0.6 小于 1，这样，18 里面包含 0.6 的个数必然多于 18 里面包含 1 的个数。由于 18÷1=18，所以 18÷0.6 的商一定大于被除数 18。

另外，我们还可以根据乘、除法的关系来想。除法是乘法的逆运算，根据这种关系，我们可以把除法算式转化为相应的乘法算式。

例如：除法算式 18 ÷ 0.1 = ?

积　一个因数　另一个因数

乘法算式 ? × 0.1 = 18

另一个因数　一个因数　积

同学们从上面的乘法算式可以看出，“另一个因数”的十分之一是 18，那么，“另一个因数”必然大于它的十分之一，也就必然大于 18。所以 18÷0.1 的商就大于被除数。（赵啸萍）

## 截取近似数的方法

截取近似数的方法有：

（1）四舍五入法。这个方法是：去掉多余部分的数字后，如果去掉部分的首位数字大于或等于 5，就在保留部分的最后一位数上加上 1（称“五入”）；如果去掉部分的首位数字小于 5，那么保留部分就不变（称“四舍”）。例如，在收付现款时，我们只能精确到“分”。计算买东西的总价如果千分位上是 8，满半分，就进上 1 分。如果千分位上是 4，不够半分，就把它舍去。

又如：用四舍五入法使 2.953 保留整数，2.953≈3；2.953 保留一位小数，2.953≈3.0；2.953 保留两位小数，2.953≈2.95。保留整数，表示精确到个位。保留一位小数，表示精确到十分位；保留两位小数，表示精确到百分位；……一般地说，3.0 比 3 精确，在表示近似值的情况下，十分位上的 0 不能去掉。

（2）进一法。这个方法是去掉多余部分的数字后，在保留部分的最后一位数上加上 1。例如，有 222 千克苹果，每箱最多只能装 30 千克，需要多少个箱子才能装完？

222÷30=7（个）……12（千克）

或 222÷30=7.4

这说明 222 千克苹果装满 7 个箱子还剩 12 千克，显然这 12 千克还需要 1 个箱子，这时取商的近似值要用进一法，就是

222÷30=7.4≈8（个）。

（3）去尾法。这个方法是：去掉多余部分的数字，保留部分不变。例如，用 25 米布做衣服，每件用布 2 米，可以做多少件？

25÷2=12（件）……1（米）

或 25÷2=12.5

这就是说，25 米布做了 12 件衣服还剩 1 米，这剩下的 1 米不够做一件衣服，这时取商的近似值要用去尾法，就是

25÷2=12.5≈12（件）（钟新）

## 巧求商的近似值

求商的近似值，除了课本上介绍的方法外，还有一种看余数取* 近似值的巧妙方法：当除到需要保留的位数时，把余数同除数相比较，如果余数小于除数的一半，竖式的商就是所求商的近似值；如果余数大于或等于除数的一半，竖式商的最低位上加 1 就是所求商的近似值。

例 1 求 36.5 除以 7 的商（得数保留两位小数）。

$36.5 \div 7 \approx 5.21$

```
      5.21   ……除到小数点右边第二位
  7)36.5
    35
    15
    14
     10
      7
      3   …… 3 比除数的一半小
```

因为余数 3 比除数 7 的一半小，所以竖式的商 5.21 就是所求商的近似值。

例 2 求 437 除以 132 的商（得数保留三位小数）。

$437 \div 132 \approx 3.311$

```
        3.310 ……除到小数点右边第三位
  132)437
      396
       410
       396
        140
        132
         80 ……余数 80 比 132 的一半大
```

因为余数 80 比除数 132 的一半大，所以要在商 3.310 的最低位上加 1，得到所求商的近似值是 3.311。

同学们，你知道这种巧求近似值的道理吗？（赵啸萍）

## 怎样学好“循环小数”

一、了解无限小数和循环小数的联系和区别。

小数部分位数是有限的小数，叫做有限小数。小数部分位数是无限的小数，叫做无限小数。在无限小数中又有循环小数和无限不循环小数两种。因此，循环小数一定是无限小数，但无限小数不一定是循环小数。它们的关系可以从下面的表中看出：

小数
- 有限小数 例18.44，0.32822
- 无限小数
  - 循环小数0.166……，3.132132……
  - 无限不循环小数3.1415926……，0.303003……

二、认识循环小数的特点。

一个数是不是循环小数，是看它的小数部分是不是从某一位起有一个数字或者几个数字依次不断重复出现，而不看它的整数部分。例如，

0.671671……，49.4949……，等都是循环小数，而 3737.214 就不是循环小数。在 0.746746……，0.0070707……，0.070070007……，0.333，这四个数中，第一个、第二个数小数部分依次不断重复出现“746”、“07”，它们是循环小数。第三个数虽不断出现“0”和“7”，但不是“依次重复”的，所以不是循环小数，第四个数，虽然重复出现数字“ 3”，但没有“不断地重复出现”，所以也不是循环小数，而是有限小数。

三、区别纯循环小数和混循环小数。

从小数部分的第一位就开始循环的小数叫做纯循环小数；从小数部分第一位以后的某一位开始循环的小数叫做混循环小数、如

$0.\dot{3}0.\dot{4}\dot{5}$是纯循环小数，$0.\dot{1}\dot{6}$，$2.0\dot{4}\dot{7}$是混循环小数。

四、找准循环节，会简写、会读循环小数。

“循环节”是指循环小数的小数部分依次不断重复出现的数字。怎样找循环节呢？我们可以看小数点后面，哪几个数字在重复出现。例如，0.1138138……循环节是“138”，242.2422424……的循环节是“24”。

为了书写方便，我们只写出循环小数的不循环部分和第一个循环节，在循环节的首位和末位的数字上面各记上一个圆点，如上面的两个循环小数可简写成：$0.1\dot{1}3\dot{8}$，$242.242\dot{2}\dot{4}$。这两个循环小数可这样读。零点一一三八，一三八循环；二四二点二四二二四，二四循环。（徐礼华）

## 取循环小数近似值的方法

1．循环小数取近似值时，如果需要保留的小数位数比循环节的位数少，可以直接按照“四舍五入”法取近似值。

例如，把$6.\dot{3}\dot{2}$保留一位小数，$6.\dot{3}\dot{2} \approx 6.3$

把$3.\dot{4}9\dot{5}$保留两位小数，$3.\dot{4}9\dot{5} \approx 3.50$

然后用“四舍五入”法按要求取近似值。

例如：把$7.\dot{2}\dot{7}$保留两位小数

$7.\dot{2}\dot{7} = 7.2727\cdots\cdots \approx 7.27$

把$1.2\dot{9}\dot{0}$保留三位小数

$1.2\dot{9}\dot{0} = 1.29090\cdots\cdots \approx 1.291$

同学们要注意的是：①取近似值后，小数末尾的“0”不能随便去掉。②取近似值时要正确使用“=”与“≈”

下面的循环小数，如果取它们的近似值，各保留三位小数，该怎样写？

$0.\dot{8}\dot{3}$ $1.\dot{7}4\dot{6}$ $6.\dot{5}8\dot{9}$

（朱润起）

## 比较循环小数大小的方法

怎样比较循环小数的大小呢？一般可以按下面三步来进行：

第一步：把简便写法的循环小数去掉循环节数字上面的圆点，写成原来的形式，把要比较的数数位对齐。例如：

$$1.2\dot{1} = 1.2111\cdots\cdots$$

$$1.\dot{2}\dot{1} = 1.2121\cdots\cdots$$

$$1.211 = 1.211$$

**第二步：按照比较小数大小的方法，先看整数部分，整数部分大的那个数就大；如果整数部分相同，就比较十分位上的数，十分位上数大的那个数就大；如果十分位上的数也相同，就比较百分位上的数，百分位上数大的那个数就大……边比较，边编上序号，以便排列。**

$$1.2\dot{1} = 1.2121\cdots\cdots②$$

$$1.\dot{2}\dot{1} \ = 1.2111\cdots\cdots①$$

$$1.211 = 1.211③$$

**第三步：根据序号和题目的要求（是按从大到小排列还是按从小到大排列）写出排列的顺序，并用符号（“＞”或“＜”）连接，注意要写原来题中数的形式。**

$$1.2\dot{1} > 1.\dot{2}\dot{1} > 1.211$$

**练一练**

1．**把**$5.95$，$5.\dot{9}\dot{5}$，$5.9\dot{5}$，$5.96$，$5.\dot{9}0\dot{5}$**按照从小到大的顺序排列。**

2．**比较**$0.02\dot{3}$，$0.20\dot{3}$，$0.\dot{2}0\dot{3}$，$0.0\dot{2}\dot{3}$，$0.2\dot{3}\dot{0}$**的大小，用“＞”号连接起来。**

3．**在**$1.\dot{4}$，$1.41\dot{4}$，$1.\dot{4}\dot{1}$，$1.4$**这四个数中，最大的是__，最小的是__。**

**（贲友林）**

## 小数除法的商可以是无限不循环小数吗

**小红：王老师，小数除法的商可能是整数，可能是有限小数，也可能是无限循环小数，那么，它的商会不会是无限不循环小数呢？**

**王老师：小红真爱动脑筋！为了回答你的问题，我们不妨先假设一个除法算式为 a÷b（a、b 都是整数，b≠0），a 不能被 b 除尽，小红，你想一想：在除的过程中，按照每次所得到的余数必须小于除数的要求，那么余数可以是哪些数？**

**小红：除的过程中，每次所得到的余数只能是 1，2，3……（b-1）中的一个。**

**王老师：对，最大一个余数是（b-1）。这就是说，最多只可以有（b-1）个余数互不相同。第 b 个余数必定会与前面余数中的某一个余数相同。你做一做这道题：15÷7**

```
小红：      2.1428571   商中数字重复出现
        7)15
          14
          ————
           10
            7
          ————
            30
            28
          ————
             20
             14
          ————
              60
              56
          ————
               40
               35
          ————
                50
                49
          ————
                 10   余数重复出现
                  7
          ————
                  3
```

**余数重复出现，商里的数字也必然会重复出现。王老师，我懂了！这样，就必然会得到一个无限循环小数。**

**王老师：小红真聪明！由于小数除法经过转化后按照整数除法进行计算，上面的分析告诉我们：在计算小数除法过程中，每次所得到不同余数的个数总是有限的，在除过一定的次数以后，余数就会重复出现，这样，商不是有限小数，就是循环小数，不可能是无限不循环小数。（黄友权 华应龙）**

## 小数四则混合运算中怎样取商的近似值

**关于小数四则混合运算中怎样取商的近似值这个问题，六年制小学数学课本第九册有一段说明：“注意：在计算过程中除得的商超过两位小数的，本书中一般只保留两位小数，再进行计算。”理解了这段话就能正确处理小数四则混合运算过程中商的小数数位较多的情况。**

**课本上这段话有两层意思：**

**1．在什么情况下需要取商的近似值。有两种情况：（1）除不尽，例如：5.9÷10.8=0.54629629……；（2）能除尽，但商的小数数位较多。例如，3.5÷5.12=0.68359375。**

**2．怎样取商的近似值。在计算过程中，遇到上面两种情况，可以把商“保留两位小数再进行计算”。**

**根据课本上的说明同学们在进行小数四则混合运算时，遇到除法只需除到商的小数点后面第三位。如果恰好除尽，例如，0.54÷0.16=3.375，就取商的准确值；如果仍有余数，就把千分位上的数“四舍”或“五入”到百分位，取商的近似值。**

**书写计算过程时，要注意正确使用“=”和“≈”。哪一步取商的近似值，哪一步就用“≈”。没有取近似值的用“=”。（孙海鹰）**

## 文字题怎样正确列式

**对于较复杂的文字题，列式可以用以下两种方法：**

1．“从问句入手”的方法

例如：5.6 与 0.4 的和除以 0.6，商是多少？

这道题的问句是“商是多少？”由此可以确定最后一步是用除法计算，然后确定被除数、除数各是什么，被除数是 5.6 与 0.4 的和，除数是 0.6。

列式 5.6 与 0.4 的和÷0.6

（5.6+0.4）÷0.6

又如：5.4 与 0.7 的和，乘以 7.2 与 4.6 的差，积是多少？这道题的问句是“积是多少？”，由此可以确定最后一步是用乘法计算，然后确定被乘数、乘数各是什么，被乘数是 5.4 与 0.7 的和，乘数是 7.2 与 4.6 的差。

列式 5.4 与 0.7 的和×7.2 与 4.6 的差

（5.4+0.7）×7.2-4.6）

2．“化繁为简”的方法

例如：14.2 与 4 的积，减去 13.5 除以 5 的商，差是多少？这道题化简为：“积减去商，差是多少？”

列式 积-商

（14.2×4）-（13.5÷5）

又如：4.4 与 2.8 的和，除以 6.1 与 5.7 的差，得多少？这道题化简为：“和除以差，得多少？”

列式 和÷差

（4.4+2.8）÷（6.1-5.7）（朱丹霞）

## 怎样按照四个步骤解答应用题

小学数学课本第九册第 38 页告诉我们：解答应用题的时候，一般按照下面的步骤进行。

1．弄清题意，并找出已知条件和所求问题；

2．分析题里数量间的关系，确定先算什么，再算什么，最后算什么；

3．确定每一步该怎样算，列出式子，并且算出得数；

4．进行检查或验算，写出答案。

这四步环环相扣，缺一不可。按照这四步解答应用题时特别要注意以下几点。

1．弄清题意首先读题要仔细，特别要注意关键句和关键词，不能漏字、加字使题意产生错误，其次已知条件和问题不能找错，特别是解题时需要的隐蔽条件必须找出来。

2．分析数量关系是最关键的一步，要注意抓住题中的基本数量关系进行分析，为了使分析正确清楚，可以用摘录条件和问题、列表、画示意图（用得最多的是线段图）等办法作分析的工具。

3．根据分析得到的数量关系，紧扣运算意义确定每一步该怎样列式计算，计算时要认真、仔细，能口算或简算的应该口算或简算。

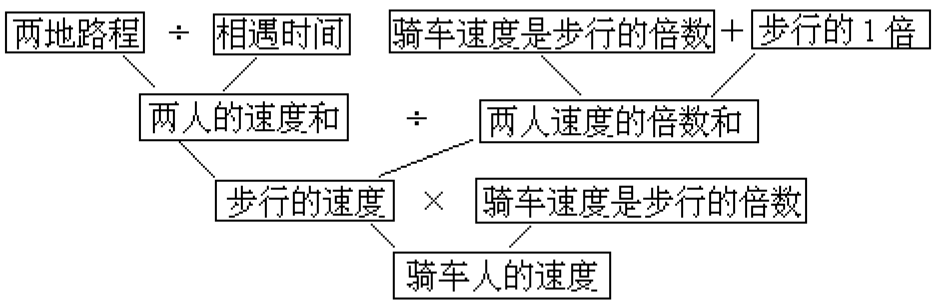
4．检查主要看列式是不是符合题意，数字抄得对不对，验算可以把求得的结果当作已知的一个条件逆推，看结果是不是与其中的一个条件相符。检验以后别忘记写上答话。（凌国伟）

## 顺藤摸瓜

“顺藤摸瓜”的事例在生活中很多，比如：列宁紧跟蜜蜂行走，找到了他所要拜访的放蜂人；警犬根据嗅到的特殊气味一路追击，找到了罪犯。……“顺藤摸瓜”也不失为一种解答应用题的好办法。这里所说的“瓜”，就是题目的结果，而条件与条件、条件与问题之间的联系，就是“藤”，缘“藤”而寻，就能找到“瓜”。

例如：甲乙两地相距 73.5 千米，两人分别骑自行车和步行同时从两地相向而行，出发后 3.5 小时相遇，骑自行车的速度是步行的 2.5 倍。求两人的速度。

“两地相距 73.5 千米”、“同时、两地、相向而行”、“3.5 小时相遇”、“骑自行车的速度是步行的 2.5 倍”是四根“藤”，两人的速度就是“瓜”。我们可以这样去“顺藤摸瓜”：由“两地相距 73.5 千米”和“出发后 3.5 小时相遇”这两个条件，可以求出骑自行车的和步行的两人的速度和；我们把步行的速度看成 1 倍数，根据“骑自行车的速度是步行的 2.5 倍”这一条件推出两人的速度和是步行速度的（1+2.5）倍；这样用两人的速度和除以他们速度的倍数和，就求得步行的速度，求骑自行车的速度便是举手之劳。“顺藤摸瓜”的思路如下图：




列式计算：

（73.5÷3.5）÷（1+2.5）=6（千米）

6×2.5=15（千米）

答：步行的每小时走 6 千米，骑车人每小时行 15 千米。

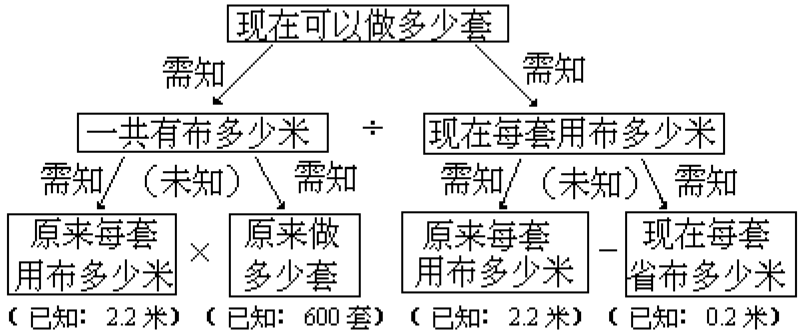
（魏茂春）

## 逐步逆推——一种分析应用题的方法

分析三、四步计算的一般应用题，我们可以从应用题的问题出发，找出解这个问题所需要的两个条件，然后把其中的一个（或两个）未知条件作为要解决的问题，再找解决这一个（或两个）问题所需要的条件，这样逐步逆推，直到所找的条件在题目中都是已知的。已知条件与问题之间的联系就沟通了，解题的途径也就找到了。

例如，一个服装厂原来做一种儿童服装，每套用布 2.2 米；现在改进了裁剪方法，每套节省布 0.2 米，原来做 600 套这种服装用的布，现在可以做多少套？

根据上面的方法，我们逐步逆推，思维过程用图表示如下：




由此我们列出综合算式：

（2.2×600）÷（2.2-0.2）

=1320÷2

=660（套）

答：现在可以做 660 套。

下面一道题请同学们用上面方法去分析一下，画出思路图，自己列式解答。

王师傅计划加工一批零件，每天加工 24 个，10 天可以完成。实际每天比原计划多加工 6 个，可以提前几天完成？（王聿松）

## 找准对应关系 正确求平均数

在求平均数应用题时，我们一般根据“总数量÷总份数=平均数”这个数量关系式来解题。实际上，求平均数应用题不能一概运用这个数量关系式，而是要分析数量关系，找准数量之间的对应关系，从而正确求平均数。下面我们讨论几道题：

例 1 一辆汽车从甲地开出，前 3 小时行了 168 千米，后 4 小时每小时行 63 千米才到乙地。这辆汽车平均每小时行多少千米？

［分析］要求平均每小时行多少千米，首先要找准这辆汽车一共行驶的千米数与一共行驶的小时数这组对应关系：

一共行驶千米数 $\xleftrightarrow{\text{对应}}$ 一共行驶小时数

列式是：（168+63×4）÷（3+4）。

例 2 一辆汽车从甲地开出，前 3 小时每小时行 56 千米，后 4 小时每小时行 63 千米才到乙地，这辆汽车平均每小时行多少千米？

这道题数量对应关系与例 1 相同，不同的就是前 3 小时行的千米数没有直接告诉我们。

列式是：（56×3+63×4）÷（3+4）。

例 3 甲乙两地相距 420 千米，一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行 56 千米，行 3 小时，剩下的路程要 4 小时行完，平均每小时行多少千米？

［分析］这道题虽然也是“求平均每小时行多少千米”，但与前两题有所不同，这道题的对应关系应当是：

一共行驶千米数 $\xleftrightarrow{\text{对应}}$ 一共行驶小时数

列式是：（420-56×3）÷94（李行庚）

## 问题不同 解法不同

同学们在解答应用题时，一定要先把应用题的条件、问题弄清楚。有时条件相同，问题不同，解题方法也就不一样了。例如：

黎明小学航模小组有 24 人，分成两个小组做各种飞机模型。第一小组 13 人共做了 27 架，第二小组 11 人共做了 21 架。平均每人做飞机模型多少架？

根据“总数量÷总份数=平均数”的数量关系式可列出算式：

（27+21）÷24

=48÷24

=2（架）

答：平均每人做飞机模型 2 架。

注意：这道题里“13 人”“11 人”“两个小组”是多余条件。

如果这道题已知条件不变，把问题中的平均“每人”改为平均“每组”做飞机模型多少架？应该如何解答呢？由“每人”变为“每组”，只是一字之差，但解法就不同了。总数量（27+21）架仍然不变，这里的总份数已经不是“24 人”了，而是“2 个小组”。所以应当这样列式：

（27+21）÷2

=48÷2

=24（架）

答：平均每组做飞机模型 24 架。

注意：这道题里的“24 人”“13 人”“11 人”都是多余条件。

（池恒）

## 运用“倍比”法解答较复杂的归一应用题

较复杂的归一应用题除了用课本中讲的方法解答以外，还可以用“倍比”法来解答。请同学们看下面的例子。

例 1 一户农民养鸡 240 只，平均 5 只鸡 6 天要喂饲料 4.5 千克。照这样计算，这些鸡 15 天要喂饲料多少千克？

分析：1 只鸡 1 天要喂的饲料数量是不变的，15 天是 6 天的 15÷6=2.5（倍），240 只鸡是 5 只鸡的 240÷5=48（倍）因此，15 天 240 只鸡要喂的饲料数量是 6 天 5 只鸡要喂的饲料数量的 2.5×48=120（倍）。

图示：鸡子只 数天 数饲料的千克数

| | | |
|---|---|---|
| 5只 | 6天 | 4.5千克 |
| ↑48倍 | ↑2.5倍 | ↑（2.5×48）倍 |
| 240只 | 15天 | ？千克 |

解：4.5×[（15÷6）×（240÷5）]

=4.5× [48×2.5]

=4.5×120

=540（千克）

答：这些鸡 15 天要喂饲料 540 千克。

例 2 云山副业组原来 30 人 10 天可编 1500 顶草帽。照这样计算，120 人要编 9000 顶草帽，需要多少天？

分析：1 人 1 天可编的草帽数量是不变的，现在要编的草帽顶数是原来

的 9000÷1500=6（倍），现在的人数是原来的 120÷30=4（倍），天数就是原来的 6÷4=1.5（倍）。

图示：人数天数草帽数

30人　　10天　　　　　1500顶
↑4倍　↑（6÷4）倍　　↑6倍
120人　？天　　　　　9000顶

解： 10×[（9000÷1500）÷（120÷30）]

=10×[6÷4]=10×1.5

=15（天）

答：需要 15 天。（贲友林）

## 书写答语要注意四点

一、要注意书写答语的前提。

解答应用题，在列式计算得出结果后，不要马上就写答语。而要对前面各个步骤认真仔细地进行检查或验算后，再根据要求书写答语。

二、要注意回答问题必须完整。

大部分应用题只有一问，因此，一般地按“怎么问就怎么答”的原则书写答语。但是，也有一些应用题有两个或两个以上问题，我们便要逐一书写答语。这里要特别注意的是含有“各”、“分别”等词语的问题，表面上看是一个问题，而实际上是几个问题。例如，问题是“运进的大米、面粉、杂粮各占几分之几？”在书写答语时，就要先答大米占几分之几，再答面粉占几分之几，最后答杂粮占几分之几。

三、要注意答语中的单位。

在书写答语时，如果问题中将单位名称省略没有写，我们就要根据题意确定单位名称，并在答语中写出来。例如问题是“求这个长方形的面积”，在书写答语时，就要在数的后面写上面积单位。

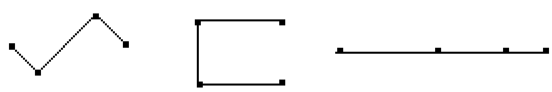
四、要注意答语中近似结果的写法。

如果计算结果是“四舍五入法”取得的近似值，在答语里一般都要写上“约”字，如小学数学课本第九册第 20 页的例 4，答语是：“平均每小时织布约 5.21 米。”如果计算结果是进一法或去尾法取得的近似值，书写答语就不用写“约”字，例如，问题是“需要几辆卡车来运？”结果 14 是由 13.5 用进一法取得的近似值，答语就是：“需要 14 辆卡车来运。”（王海明）

## 一字之争

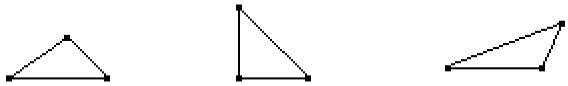
数学课上老师出了这样一道判断题：“由三条线段组成的图形叫三角形”。小明不假思索抢先说：“这一题正确”。小兵认为不对，他说：“由三条线段围成的图形叫三角形”。“怎么？‘组成’与‘围成’也会不一样？真会钻空子！”“是不一样，这里绝对不能将‘围’改成‘组’！”……这样两个人为一个字，争得面红耳赤。

究竟谁对呢？老师在黑板上画了这样几个图形：



同学们都看出这些图形都是由三条线段组成的，可它们都不是三角形。

老师说：“再看，将三条线段围成一个图形”



这下小明心服了，由三条线段围成的图形才是三角形。这里的“围”不能改成“组”。（郑审机）

## 作三角形的高要注意什么

1．要理解三角形高的意义，注意高与底之间的对应关系。从三角形的一个顶点到它的对边作垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高。三角形有三条边，每条边都对应着一条高，每个三角形都有三条高。因此，作三角形的高时，首先要明确是作哪条底边上的高。

2．要掌握作三角形高的方法，注意两个“重合”。利用直角三角板作三角形的高的一般步骤是：

①把三角板的一条直角边和底边重合。

②把三角板沿底边左右移动，使三角板的另一条直角边经过底边所对角的顶点。

③沿着这条直角边从顶点到底边画一条线段，这条线段就是三角形的高。

④三角形的高作好后，用三角板的直角比一比，看一看作的高与底边是不是成 90°的角，如果是 90°就标上直角符号。（巢洪政）

## 两点间的线段≠两点间的距离

数学课上，同学们学习了三角形高的定义之后，有一位同学举手发言说：“老师，三角形的高的定义能不能这样说：三角形的顶点到对边的距离叫做三角形的高”。“距离”到底能不能是“高”呢？

要回答这个问题，就得从“线段”、“线段的长”谈起。线段是指直线上两点间的一段，它是一个图形；线段的长是对线段进行计量得出的数量。课本中三角形高的定义是：“从三角形的一个顶点到它的对边作一条垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高。”所以三角形的高是指图形；而三角形顶点到对边的距离是从三角形顶点向对边作垂线，顶点和垂足之间线段的长度，它是一个数量。显然图形和数量不能混为一谈。

但是，我们应该明白：三角形顶点到对边的距离和顶点到对边的垂线是密不可分的。因为要量出高的长度，必须先过三角形顶点向对边作一条垂线，没有这条垂线，距离也无从谈起。

通过上面的分析我们知道：三角形的高是顶点与对边垂足间的一条线段，而顶点与垂足间的距离是这两点间线段的长度，两者绝不可用等号连接。（侯玉如）

## 剪一剪 拼一拼——用多种方法推导梯形面积计算公式

课本上介绍用两个完全一样的梯形，拼成一个平行四边形，从梯形和平

行四边形的关系中可以得到：梯形的面积=（上底+下底）×高÷2。其实，我们还可以只用一个梯形，通过剪一剪、拼一拼，推导出梯形的面积公式。

一、把一个梯形剪成两个三角形（如图 1）。

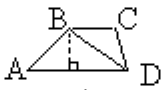


图 1

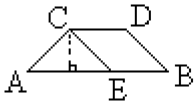


图 2

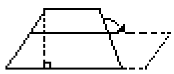


图 3

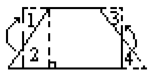


图 4

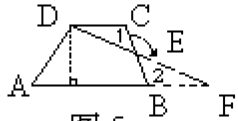


图 5

$S_{梯形}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle DCB}$

=下底×高÷2+上底×高÷2

=（上底+下底）×高÷2

二、把一个梯形剪成一个平行四边形和一个三角形（如图 2）。

$S_{梯形}＝S_{平行四边形EBCD}+S_{\triangle AED}$

=上底×高+（下底—上底）×高÷2

=上底×2×高÷2+（下底—上底）×高÷2

=[上底×2+（下底—上底）]×高÷2

=（上底+下底）×高÷2

三、把一个梯形剪拼成平行四边形（如图 3）。

把梯形两腰的中点用线连起来，顺着这一条线剪下，把上面的梯形翻转和下面的梯形拼在一起，就成了一个平行四边形。

$S_{梯形}＝S_{平行四边形}$=（上底+下底）×（高÷2）

=（上底+下底）×高÷2

四、把一个梯形剪拼成一个长方形（如图 4）。

找到两个腰的中点，过这两个中点作下底的垂线，剪下三角形 2 和三角形 4，拼到上面 1 和 3 的位置，就成了一个长方形。长方形的长=（上底+下底）÷2，长方形的宽=高。

$S_{梯形}＝S_{长方形}$=（上底+下底）÷2×高

=（上底+下底）×高÷2

五、把一个梯形剪拼成一个三角形（如图 5）

找到 BC 的中点 E，把 D 和 E 用线连起来，剪下，按箭头的方向翻转，就拼成一个三角形。

$S_{梯形}＝S_{\triangle AFD}$=（上底+下底）×高÷2（徐礼华）

## 学会从不同角度去思考

一道数学题，往往有好几种解法。我们应该学会从不同的角度去思考，这样，可以提高自己分析问题和解决问题的能力。

例如图 1，已知平行四边形的面积是 45 平方分米，AE=5 分米，EC=6 分米。求阴影部分的面积。

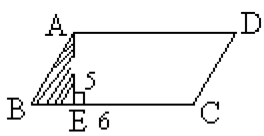



图 1

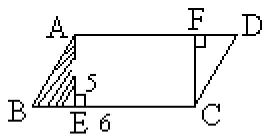



图 2

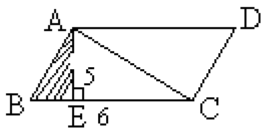



图 3

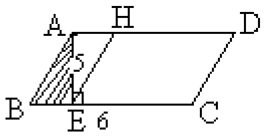



图 4

这道题可以用五种思路来分析求解。

思路一：先求出平行四边形 ABCD 的底 BC，然后求出三角形 ABE 的底 BE，最后求出阴影部分的面积。

解：45÷5=9（分米）

（9-6）×5÷2=7.5（平方分米）

思路二：先求出梯形 AECD 的面积，然后用平行四边形 ABCD 的面积减去梯形 AECD 的面积得到阴影部分的面积。

解：45÷5=9（分米）

45-（9+6）×5÷2=7.5（平方分米）

思路三：过 C 点作 AD 的垂线 CF（如图 2），先求出长方形 AECF 的面积，然后用平行四边形 ABCD 的面积减去长方形 AECF 的面积，再除以 2 得到阴影部分的面积。

解：（45-5×6）÷2=7.5（平方分米）思路四：连接 AC（如图 3），先求出三角形 ABC 的面积，然后用三角形 ABC 的面积减去三角形 AEC 的面积，得到阴影部分的面积。

解：45÷2-5×6÷2=7.5（平方分米）

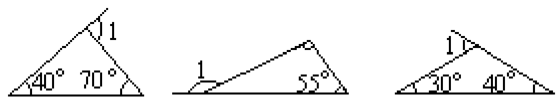
思路五：过 E 点作 AB 的平行线 EH

（如图 4），先求出平行四边形 ECDH 的面积，然后用平行四边形 ABCD 的面积减去平行四边形 ECDH 的面积，再除以 2 得到阴影部分的面积。

解：（45-5×6）÷2=7.5（平方分米）（杨尚德）

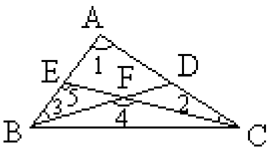
## 找出规律 运用规律

在六年制小学数学课本第九册第 73 页的复习题中有这样一道题目：量出下面图形中∠1 的度数。想一想：∠1 与已写出度数的两个角之间有什么关系？



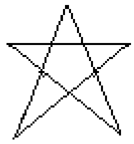

用量角器量出上面三个图中∠1 的度数分别是 110°、145°、70°，它们分别等于各图中已知的两个角的度数和。这里，图中已写出度数的角都是三角形的内角，∠1 是把三角形的一边延长与另一边所组成的角，我们称它为三角形的一个外角。由此，我们可以发现这样一条规律：在三角形中，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的度数的和。

掌握了这一规律可以使我们解题方便、迅速。例如：




如图所示，∠1= 80°，∠2=18°，∠3=22°求∠4。

因为∠5是三角形AEC的一个外角，∠1、∠2是三角形AEC的两个内角，且与∠5 不相邻，所以根据前面的规律可知：∠5=80°+18°=98°，又因为∠4是三角形EBF的一个外角，∠5、∠3是三角形EBF的两个内角，且与∠4不相邻，所以∠4=98°+22°=120°

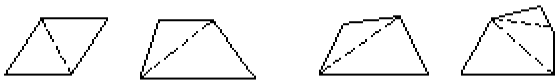


运用上面的规律，同学们算一算五角星五个角的度数和是多少？（姚建成）

## 由一道习题联想到……

六年制小学数学课本第九册第89页第15题是：由三角形的内角和是180°，算出下面各图形的内角和。

观察上图，可以清楚地看出：平行四边形、梯形、任意四边形都可以分成两个三角形，它们的内角和是两个三角形的内角和，也就是180°×2=360°。五边形可以分成三个三角形，它的内角和是三个三角形的内角和，也就是180°×3=540°。



由此我们可以联想到：任何一个多边形都可以分成几个三角形，然后根据三角形的内角和是180°这一性质，求出多边形的内角和。

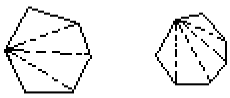


图1　　图2

例如，六边形可以分成四个三角形（如图1），它的内角和是180°×4=720°。再如，七边形可以分成五个三角形（如图2），它的内角和是180°×5=900°

由此我们又可以发现：多边形所分成三角形的个数比它的边数少 2。如果一个多边形有n条边，就是n边形，那么它的内角和是180°×（n-2）。

请同学们运用这个公式算一算：十边形、十五边形的内角和各是多少度？（王义嵩）

## 计算组合图形面积的几种方法

一、分割法。就是把一个组合图形根据它的特征和已知条件分割成几个简单的规则图形，分别算出各个图形的面积，最后求出它们的面积的和。如图1就可以分割成一个梯形和一个平行四边形。

二、割补法。就是把图形的某一部分割下来补到另一部分上，使它变成一个我们已学过的几何图形，然后再进行计算。如图 2。

三、挖空法。就是把多边形看成是一个完整的规则图形，计算它的面积以后，再减去空缺部分的面积。如图 3，先把它看成一个长方形，求出它的面积后，再减去空缺的梯形面积。

四、折叠法。就是把组合图形折成几个完全相同的图形。先求出一个图形的面积，再求几个图形的面积之和。如图 4，用折叠法把它折成两个完全相同的梯形，只要先求出一个梯形的面积，然后再乘以 2 就行了。

五、旋转法。就是把原图形进行一次或多次旋转，使它变成我们所熟悉的新图形，然后再进行计算。利用旋转法把图 5 变成图 6，图 6 中等腰直角三角形的面积，就是图 5 中所要求的阴影部分的面积。

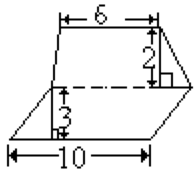


图1（单位：米）

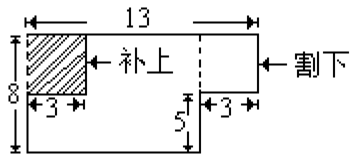


图2（单位：分米）

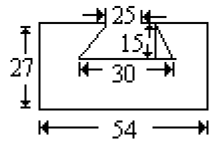


图3（单位：厘米）

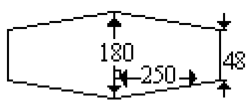


图4（单位：毫米）

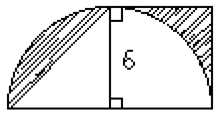


图5（单位：厘米）

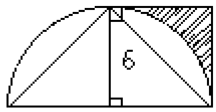


图6（单位：厘米）

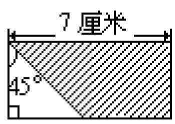
计算一个组合图形的面积，有时可以有多种方法，我们要根据图形的特征、已知条件，以及整体与部分的关系，选择最佳解法。

（晨晖　周立群）

## 在观察图形中思考

要想正确地求图形中阴影部分的面积，必须要认真观察，提高识图的能力；观察时不仅用眼看，而且还要动脑想，用分析的方法寻求相应的条件，有些条件能明显地看出，可有些条件是隐蔽的，还需要先求出来。

例如：已知下图长方形的周长为 24 厘米，长为 7 厘米，求阴影部分的面积。




我们从图中可以看出，要求阴影部分的面积（梯形的面积），上底长 7 厘米是直接能看出的，而下底和高却是隐蔽的，但我们可以根据已知条件逐一求得。这就需要运用已学知识，分析条件与条件、条件与问题之间的关系。

（1）（24-7×2）÷2=5（厘米）……长方形的宽（梯形的高）

（2）7-5=2（厘米）……梯形的下底

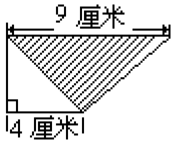
（3）（7+2）×5÷2=22.5（平方厘米）……阴影部分面积

或用长方形的面积减去等腰直角三角形的面积：

7×5-5×5÷2=22.5（平方厘米）

有时我们要在观察的基础上，根据求积公式，逆推出要求的条件。

例如：已知直角梯形面积是 32.5 平方厘米，求阴影部分面积。




根据对图形的观察，要求阴影部分的面积就要求出阴影部分（三角形）的高，我们可根据“梯形的面积=（上底+下底）×高÷2”的公式，推算出梯形的高，梯形的高知道了，那么三角形的高也就知道了。

（1）32.5×2÷（9+4）=65÷13=5（厘米）……阴影部分三角形的高

（2）9×5÷2=22.5（平方厘米）……阴影部分的面积

或 32.5-5×4÷2=22.5（平方厘米）（求实）

## 谈谈用字母表示数

五年制小学四年级、六年制小学五年级的同学，新学期开学后就要学“用字母表示数”，我们来谈谈用字母表示数的问题。

为什么要用字母表示数？用字母表示数后，可以把数量关系简明地表达出来，也可以简明、概括地表达运算定律和计算公式，为研究和解决实际问题带来方便。同学们要认识用字母表示数的优越性，并习惯于用字母表示数。

同学们在过去的学习中已接触过用字母表示数，例如根据加减法关系、乘除法关系求算式中的未知数 X。但是这还只是表示一个确定的数，而不是表示在某个范围的任意数。

同学们在本学期里将会学习到用字母来表示在某个范围内任意的数，学过以后将会加深对字母表示数的优越性的理解。

请同学们打开课本第 1 页看第 1 个例子：已知李健比王小华大 2 岁，根据这个条件我们可以看到：

王小华到 1 岁时，李健是 1+2=3（岁）

王小华到 2 岁时，李健是 2+2=4（岁）

……

王小华的岁数加上 2，就是李健的岁数。（虽然他们两人的年龄之间的关系是确定不变的，但是两人的年龄却都是变化着的）两人年龄之间的关系怎样用式子表达呢？如果用 a 表示王小华某一年的岁数，那么，李键那一年的岁数相应地可以表示成“a+2”。这里的 a，可以表示 1、2、3、4、5、6、7、8……，只要知道王小华的岁数，a 等于几，把它代入“a+2”，就可以求出李健的岁数了。

第 1 页上的第 2 个例子，第 2 页上的第 3 个例子都是说明在含有字母的式子里，知道了字母所代表的数值，只要把它代入式子里，就能求出要求的数。至于我们学过的运算定律、计算公式也可以用字母来表示，就不详细说了。请同学们自己举例说说吧。

（葛 言）

## 学习“用字母表示数”要注意“三新”

五年级同学一开学就要学习“用字母表示数”，这一节有不少新知识，特别要注意“三新”：

一新。选择字母有时是任意的，有时按习惯是特定的。过去我们只知道用 X 一个字母来表示未知数，现在我们可以用 a、b、c、d、X、Y 等任何一个字母来表示数。例如一支铅笔的价钱是 6 分，用 X 表示购买铅笔的数量，应付的钱数就可以写成 6×X；用 a 表示购买铅笔的数量，应付的钱数就可以写成 6×a。但是，按照习惯一些特定的量常用一个固定的字母，如用 v 表示速度，用 t 表示时间，用 c 表示周长等，一般不要任意选用。在同一个问题里，不同的量要用不同的字母表示，如用 a 表示第一个加数，用 b 表示第二个加数。在特定的情况下，某一个字母表示的内容有它特定的意义，如面积公式 S=ab 中，S 表示面积，而在距离公式 S=vt 中，S 表示距离。在某些情况下，

字母表示的数有一定的限制，如 a÷b，b 不能等于 0。

二新。字母表示的数可以是不确定的，变化的数。字母可以表示整数，也可以表示小数或分数。例如，一本练习本的价钱是 a 元，买 b 本应付多少元？a 可以是整数，也可以是小数，b 是整数。a×b 表示了单价、数量、总价之间的关系。应付多少元是不能肯定的。过去我们习惯于运算的结果是一个唯一的得数，现在我们要知道 a×b 可以看成一个式子，也可以看成结果。要问“买练习本应付的钱是多少？”就可以回答是 ab 元。只有当知道 a、b 是具体的数时，才能求出具体的“应付的钱数”。例如 a=0.15 b=8 ab=0.15×8=1.2。

三新。书写格式有新规定：

1．字母与数的乘积要先写数后写字母，字母又要按顺序写，乘号可写成（·）或省去不写。如 a×4 写成 4a，b×5×a 写成 5·a·b 或 5ab，1a 写成 a。

2．因为字母表示的是数，所以在式子中每一个字母都不注明单位名称，计算结果也不注明单位名称，只在答句中写上单位名称。（徐礼华）

## 要注意它们的区别

五年级同学最近学习“简易方程”，这一部分有些概念容易混淆，大家要注意它们的区别，正确理解。

一、“等式”和“方程”的区别。左右两边相等的式子叫等式。一个等式由“等式的左边”、“等式的右边”、“等号”三部分组成。例如，20+30=50、X+8=10 都是等式。7+5、3X-1、6+X＞10 等就不

是等式。其中 X+8=10 是含有未知数的等式，是方程。一个式子是不是方程，要符合两个条件：①必须含有未知数；②必须是等式。上面的 3X-1、6+X＞10 虽含有未知数，但不是等式；20+30=50 是等式，但不含有未知数，因此，它们都不是方程。从这里可以知道，一个等式不一定是方程，方程一定是等式，而且是含有未知数的等式。

二、“方程的解”和“解方程”的区别。使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。例如，方程 12-X=8，只有 X=4 时，这个方程左右两边才会相等。X=4 就是方程 12-X=8 的解。那么，是怎样求出方程 12-X=8 解的呢？我们来看一下：

解方程 12-X=8

$$\left.\begin{array}{l}\text{解：}X=12-8\\ \quad\;\; X=4\text{（方程的解}\end{array}\right\}\text{求方程的解的过程}$$

我们把上面求方程解的演算过程，叫做解方程。方程的解是一个数值，一般地说，没有解方程这个计算过程，方程的解是难以求出的。（徐礼华）

## “3+2X=1”是不是方程

六年制小学数学课本第十册“简易方程”复习中，第 3 道题的题目要求是“下面的式子，哪个是方程？哪个不是方程？为什么？”其中有这样一道式子：3+2X=1。

大部分同学会认为， 3+2X=1 是方程。

有些同学会认为，3+2X=1，不论 X 取什么值，方程两边都不会相等，所以它不是方程。

在小学里，3+2X=1， X 不论取什么值，方程两边都不会相等，那倒确实，但是到了中学里学了新的知识以后，这个 X 的值是可以求出来的。现在，我们只能说，X 的值我们暂时求不出。但这道等式中含有未知数，符合方程的定义，所以不管未知数的值是否能求出，都应是方程。（蔡宏圣）

## 怎样找等量关系列方程

列方程解应用题的关键是正确理解题意，找出题中数量之间的等量关系。那么，怎样找等量关系列方程呢？常用的方法有：

一、根据常见的基本数量关系列方程。

例如：甲、乙两人加工 264 个零件，甲每小时加工 5 个，乙每小时加工 7 个，两人合做几小时完成？设两人合做 X 小时完成。

根据工程问题基本数量关系式：

工作效率×工作时间=工作总量

列方程解：（5+7）×X=264

二、抓住题目中的关键语句找等量关系列方程。

例如：一个化肥厂，今年生产化肥 2840 吨，今年的产量比去年的 2 倍还多 44 吨，去年生产化肥多少吨？

抓住题目中‘ 今年的产量比去年的 2 倍还多 44 吨 ’这一关键句进行分析，可以知道：去年产量的 2 倍+44 吨=今年的产量设去年生产化肥 X 吨。

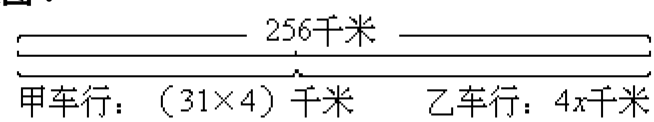
列方程得：2X+44=2840

三、利用线段图找等量关系列方程。

例如：两个城市之间的公路长 256 千米。甲乙两辆汽车同时从两个城市出发，相向而行，经过 4 小时相遇。甲汽车每小时行 31 千米，乙汽车每小时行多少千米？

设乙汽车每小时行 X 千米。

画出线段图：




从图上找出等量关系，

列方程得：31×4+4X=256

四、根据有关公式或概念列方程。

例如：一块三角形地，面积是 2000 平方分米，它的底是 80 分米，高是多少分米？

设高是 X 分米，

根据“ 三角形的面积=底×高÷2 ”这一公式

列方程得：80X÷2=2000（朱润起）

## 这样列方程好吗

有这样一道题：妈妈买了 3 千克梨，付出 6 元，找回了 2 角 4 分。每千

克梨的价钱是多少元？（用方程解）

不少同学是这样解的：

解：设每千克梨的价钱是 X 元。

根据题意列方程，得：

X=（6-0.24）÷3

X=5.76÷3

X=1.92

答：每千克梨的价钱是 1.92 元。

这样列方程好吗？

我们知道：方程解法与算术解法是有区别的。用算术方法解应用题，是根据已知条件的相互关系，用已知数逐步计算，最后得出未知数，未知数始终处于特殊的地位，不参加运算。而列方程解应用题，要把未知数和已知数同等看待，未知数参与列式、计算，根据题中数量间的相等关系列出方程后，通过解方程，求出未知数。由此可以看出：上面的解法只是从形式上列出了方程，但解题思路仍属于算术方法。这样做是不可取的。因为题目中限用方程来解，所以，严格地说，是不正确的。正确的解法应该是：

解：设每千克梨的价钱是 X 元。根据题意列方程，得

6-3X=0.24

3X=5.76

X=1.92

答：每千克梨的价钱是 1.92 元。（郜晓进）

## 设未知数 X 的两种方法

列方程解应用题，先要确定一个未知量为 X。一般说来，设未知数 X 有下面两种方法。

1．直接设法。也就是应用题中要求哪个量，就设那个量为 X。

例如：甲乙两班共有学生 100 人，乙班比甲班少 4 人，甲班有多少人？

题目中问“甲班有多少人”，就直接设甲班有 X 人。

解：设甲班有 X 人。列方程得：

X＋（X-4）=100

2X=104

X=52

答：甲班有 52 人。

2．间接设法。当用直接设未知数 X 的方法难以列方程或所列的方程不易求解时，可以把与问题有关的未知量设为 X，然后再求出题目要求的未知量。

例如：四、五年级共植树 80 棵，五年级植树数比四年级的 2 倍少 4 棵，五年级植树多少棵？

这道题如果采用直接设法，会给列方程和解方程带来困难（同学们可以试试看），而采用间接设法就比较容易。不过，间接设法所求出的 X 并不是要求的答案，还要根据题中的数量关系计算出所要求的未知量是多少。这一步不能遗漏。

解：设四年级植树 X 棵。列方程得：

X＋（2X-4）=80

3X=84

X=28

80-28=52（棵）

答：五年级共植树 52 棵。（晓松）

## 这类文字题还是用方程解好

同学们已经掌握了解答文字题的多种方法，但是碰到下面这类文字题还是用方程解好。

[题目]一个数的 8 倍加上 12，再除以 3 等于 24，求这个数。如果用算术方法解这类题目一般要“倒过来想”，也就是从结果开始，根据加与减，乘与除的逆运算关系进行还原。用算术方法解：

（24×3-12）÷8

＝60÷8

=7.5

在列上面算式时，因为既要考虑从后往前推，又要考虑进行逆运算，运算符号和顺序稍不注意，就会出错。

如果这类题目用方程去解就可变“倒过来想”为“顺着想”，直接根据题目数量之间的相等关系列算式，既方便又不容易出错。用方程解：设这个数为 X。

根据题意列方程，得：

（8X+12）÷3=24

8X＋12=72

X=7.5

练一练

一个数与 7 的和的 2 倍减去 9 除以 3，商是 2，求这个数。（用两种方法解）（和平）

## 从一道思考题谈起

六年制小学数学课本第十册第 30 页，有一道思考题：箱子里装有同样数目的圆球和方块。每次取出 5 个圆球和 3 个方块，取了几次后，圆球没有了，方块还剩 6 个。一共取了几次？圆球和方块各有多少个？

用方程解答这道题，我们设一共取了 X 次，就会列出方程：5X=3X＋6。

在上面这个方程中，未知数 X 出现了两次。像这样的方程怎么解呢？我们先把 5X 看作 3X 加上 6 的和，根据“和—一个加数=另一个加数”可以得到 5X-3X=6。5X 和 3X 分别表示 5 个 X 和 3 个 X，所以 5X-3X 就是 2X，这样就得到 2X=6，X=3。就是一共取了 3 次，圆球与方块的个数各是 5×3（或 3×3+6）=15（个）。

同学们如果掌握了上面这种方程的解法，那么当遇到类似下面的应用题时，就会感到方程解题的优越性。

例如，张叔叔骑车从甲地到乙地后，又立即从乙地返回甲地。往返共用了 10 个小时。已知去时每小时行 6 千米，返回时每小时行 9 千米。求甲、乙两地的路程是多少千米？

由于这道题的数量关系不很明显，因此，用算术方法解答，往往不容易找到解题思路。如果我们用方程解，设去的时候用了 X 小时，那么返回的时间就是（10-X）小时，这样，就能列出方程：6X=9×（10-X）。先用乘法分配律进行运算，得

6X=90-9X。

再根据“差+减数=被减数”，得

6X+9X=90

15X=90

X=6

甲、乙两地的路程是 6×6=36（千米）。

练一练

甲仓库中有化肥 1700 袋，乙仓库中有化肥 580 袋。如果每天从甲仓库运出化肥 50 袋，乙仓库运进化肥 30 袋，那么几天以后，甲、乙两个仓库中化肥的袋数正好相等？（用方程解）（古泉）

## “数的整除”学习辅导

记者会开始了，小记者们围着老博士问了下列问题，老博士都一一回答了。现在报道如下。

小记者：以前，我们学除法时，老师都讲“除尽”、“除不尽”；现在，我们学习《数的整除》时，老师都讲“整除”。请问博士爷爷，“除尽”与“整除”究竟有什么不同呢？

老博士：同学们，在你们做整数或者小数除法时，除到被除数的个位，或者除到小数部份的最末一位时，没有余数，我们就说，“除尽”了。例如①20÷5=4；②21÷5=4.2；③1.69÷26=0.065；④2.25 ÷0.15=15。从①～④式可以看出，讲“除尽”时，被除数、除数、商可以是整数，也可以是小数。而到了《数的整除》这一单元，为了研究整除的一些性质，我们把被除数、除数、商都限制在自然数的范围内，并规定：甲数除以乙数，除得的商正好是整数而没有余数，我们就说甲数能被乙数整除。这样一来，上面的①～④式中，只有①式叫做整除；算式②、③、④都不叫做整除。这样，你们能说出“除尽”与“整除”的不同点吗？

小记者：知道了，知道了，“除尽”的范围大，它包括了“整除”在内，而“整除”限制在自然数的范围内。虽然都是没有余数，但被除数、除数、商的范围却不相同。

老博士：对了，对了，我们研究数与数的运算和运算性质时，一定要首先考虑在什么范围内。

小记者：博士爷爷，我对奇数、偶数、质数、合数有时搞不清楚，只知道书上怎么写，我就怎么背。怎样才能搞清楚这些概念呢？

老博士：要搞清楚这些概念，首先要弄清楚这些概念是怎么得来的；然后再研究它们之间的关系。你们看，奇数、偶数的划分标准，是看这个自然数能不能被 2 整除，能被 2 整除的叫做偶数，又称双数；不能被 2 整除的叫做奇数，又称单数。由此可见，在所有的自然数中，它不是奇数，就是偶数。我们还把 1，3，5，7，9……叫做奇数数列；把 2，4，6，8，10……叫做偶数数列。

而质数、合数这两个概念是怎么产生的呢？它们是从研究一自然数自身的约数个数产生的。如果一个自然数只有 1 和它本身这两个约数，我们叫它质数，又称它素数。例如 2，3，5，7，11，13，17，19……质数有无限个。如果一个自然数除了 1 和它本身这两个约数以外，还有别的约数，我们叫它合数。例如 4，6，8，9，14，15……。从我们所写的质数可以看出：质数中唯一的一个偶数就是 2，2 还是最小的质数；其它的质数都是奇数。从我们所写的合数可以看出：4 是最小的合数；合数里有奇数，也有偶数。还告诉小朋友们两条有趣的规律：①所有的合数都可以写成若干个质数的连乘积，例如 210=2×3×5×7，我们就说 210 是由 2、 3、 5、7 四个质数连乘得到的；②所有大于 4 的合数都是由两个素数相加得到的，例如 6=3＋3；24=5＋19；28=5＋23，……这就是著名的哥德巴赫猜想。当然，第二条规律还没有得到最后的证明。

小记者：质数、合数好懂，我觉得“质因数”和“互质数”最不容易区分开，我经常混淆。请博士爷爷讲讲这方面的知识，帮助我们区分这两个概念。

老博士：“因数”是对“积”讲的，而不能单独讲某一个数是“因数”例如 210=2×3×5×7， 2、 3、 5、 7 都是积 210 的因数，又因为 2、3、5、7 这些都是质数，可以把这些质数因数简称“质因数”。

“互质数”这个概念是在研究两个数的公约数的个数基础上产生的。6 和 9 的公约数有 1、3 两个，而 8 和 9 的公约数只有 1。这时，我们就把公约数只有 1 的两个数叫做互质数。它们之间是“互质”关系。这样一来，大小不同的两个数之间就有三种关系，例如 5 和 13：①相差关系，5 比 13 少 8，13 比 5 多 8；②倍数关系，13 是 5 的

$2\frac{3}{5}$倍，或者说13是5的2.6倍；③互质关系，因为5和13只有公约数1，

所以 5 和 13 互质，用算式表示写成（5、13）=1。

小记者：是不是互质的两个数都是质数呢？

老博士：互质的两个数不一定都是质数。有这样几种情况：

1．两个数都是质数，如（3、5）=1

2．两个数都是合数，如（8、9）=1

3．一个质数、一个合数，如（11、12）=1

4．1 和一个合数，如（1、6）=1

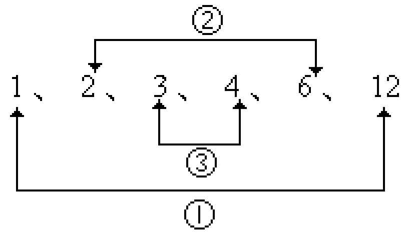
5．1 和一个质数，如（1、7）=1（继春）

## 快速找约数的方法

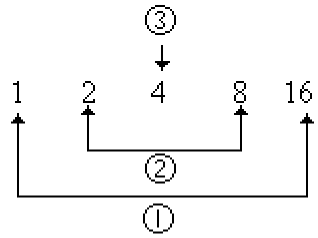
找一个数的约数，除采用课本上介绍的方法，还可以从小到大一对一对地找。

例如，要找 12 的约数，先找出它的最小约数 1，再看 1 和什么数相乘等于 12,1×12=12，1 与 12 这对因数是 12 的约数,将它们分别写在两边(1、……12、），再看 2 和什么数相乘得 12，2×6=12，2 与 6 这对因数也是 12 的约数，将 2 写在 1 的右边，6 写在 12 的左边（1、2、……6、12）

另外，还有 3×4=12，3 与 4 这对因数是 12 的约数，再也没有别的约数了，因此，把 3 和 4 写在中间。找 12 的所有约数的过程可用下图表示：




再如，找 16 的约数，因为 1×16=16，2×8=16，4×4=16，所以，找 16 的约数可以这样做：




这里需要注意的是：碰到相同的一对因数，只要写一个。

用上面的方法找约数既快，又不会遗漏和重复，同学们可以试一试。

找出下面各数的约数。

18、24、36（朱丹霞）

## 判断“能被 3 整除的数”的简便方法

“一个数的各位上的数的和能被 3 整除，这个数就能被 3 整除。”运用这一特征可以判断一个数能不能被 3 整除。但是，当这个数的各位上的数相加，所得的和较大时，口算往往容易出错。下面向你介绍四种简便判断方法。

1．被判断的数各个数位上的数都是 3 的倍数，那么这个数一定能被 3 整除。如 396，6039……都是能被 3 整除的数。

2．由三个相同的数字组成的三位数一定能被 3 整除。例如 222，把各数位上的数加起来：2＋2＋2=6，6 能被 3 整除，所以 222 能被 3 整除。

3．连续的三个自然数组成的数也一定能被 3 整除。因为连续三个自然数的和一定是 3 的倍数。例如 456，各数位上的数加起来：4＋5＋6=15，15 能被 3 整除，所以 456 能被 3 整除。同样 141516 是由 14、15、16 三个连续自然数组成的，它也能被 3 整除。

4．被判断的数不论在哪个数位上出现是 3 的倍数，都筛去不加，如果剩下的各数位上数的和是 3 的倍数，这个数就能被 3 整除。例如 3596，我们可以这样判断：筛去 3、9、6 后，剩下的 5 不是 3 的倍数，所以 3596 不能被 3 整除。

请同学们运用上面四种方法很快说出下面哪些数能被 3 整除。

2369　6638　555　32659　157424　789　34404　232425（华应龙）

## 判断整除的一种简易方法

同学们已学过判断一个数能不能被 2、3、5 等数整除的方法，但是如果要你判断一个数能不能被 23、31 或其它任意一个数整除，你有好的办法吗？这里介绍一种判断一个数能不能被任意一个数整除的简易方法。

判断一个数 a 能不能被另一个数 b 整除，我们先求出靠近 a 的 b 的倍数

bn，然后求出 bn 与 a 的差（或反过来），再判断这个差能不能被 b 整除，如果这个差能被 b 整除，那么 a 就能被 b 整除，否则 a 就不能被 b 整除。

例 1 判断 6417 能否被 31 整除。

31 的 200 倍是 31×200=6200，

6417-6200=217

217÷31＝7

说明 6417 能被 31 整除。

例 2 判断 2871 能不能被 29 整除。

29 的 100 倍是 2900，比 2871 大，就用

2900-2871=29

29÷29=1

所以 2871 能被 29 整除。

例 3 判断 234874 能不能被 23 整除。

23×10000=230000

234874-230000=4874

这里得出的差 4874 相对 23 来说还比较大，不易判断，还可以再用上述方法连续求差：

23×200=4600

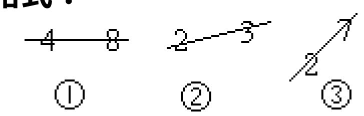
4874-4600=274

23×10＝230

274-230=44

44 不能被 23 整除，所以 234874 不能被 23 整除。

实际上，上面一系列求差过程，可以用观察的方法得到，我们把各次相减的过程简记成下面的格式：



最后的差为 44，从而可作出判断。

（丁宜林）

## 巧记 100 以内的质数

百以内的质数共有 25 个，百以内的质数表可以分四段巧记：第一段，20 以内的质数共 8 个：2、3、5、7、11、13、17、19；第二段，质数个位数是 3、9 的，而十位分别相差 30 的数；23、29、53、59、83、89，共 6 个

第三段，质数个位数是 1、7 的，而十位数又是相差 30 的数；

31、37、61、67 共 4 个；

第四段，质数个位数是 1、3、7、的，而十位数也分别相差 30 的

数；41、43、47、71、73。最后两个质数为 79、97，正好是把 79 倒过来就是 97，共 7 个。这样分四段，（如下图）巧记，能正确、迅速地把百以内的质数全部记牢，同学们在学习中运用起来就方便多了。

<table>
<tr><td colspan="3">2、3、5、7、11、13、17、19</td></tr>
<tr><td>23、29、53、59、83、89</td><td>31、37、61、67</td><td>41、43、47、71、73、79、97</td></tr>
</table>

（池恒）

## 怎样算一个合数的约数的个数

一个质数只有两个约数，一个合数至少有三个约数，当同学们要写出一个较大的合数的所有的约数时，一定希望知道这个合数的约数有几个，做到“心中有数”。用分解质因数的方法，可以算出一个合数的约数的个数。

例 1．求 75 的约数的个数

先将 75 分解质因数：

75=3×5×5

75 是由 1 个 3 和 2 个 5 相乘得到的，把 75 各个相同质因数的个数加 1，再相乘，所得到的积就是 75 的约数的个数；

（1＋1）×（2＋1）=2×3=6（个）

（同学们可以写出 75 的所有约数，验证一下这一结果。）

例 2．求 150 的约数的个数。

先将 150 分解质因数：

150=2×3×5×5

150 是由 1 个 2，1 个 3，2 个 5 相乘得到的，把 150 的各个相同质因数的个数加 1，再相乘，所得到的积就是 150 的约数的个数：

（1＋1）×（1＋1）×（2＋1）=2×2×3=12（个）

上面的例子告诉我们：要求一个合数的约数的个数，可以先把这个数分解质因数，然后把不相同的质数的个数加上 1 连乘起来，得到的结果就是这个合数的约数的个数。（王继珍）

## “三个数互质”与“三个数两两互质”的区别与联系

“三个数互质”是指这三个数只有公约数 1。例如：3、5、9 这三个数它们只有公约数 1，我们就说 3、5、9 三个数互质。

“三个数两两互质”是指三个数中的任意两个数都互质。例如：2、7、9 三个数中，其中任意两个数都互质，也就是 2 和 7、7 和 9、2 和 9 它们都只有公约数 1，我们就说，2、7、9 三个数两两互质。

由此我们可知：如果三个数两两互质，那么这三个数就一定互质，反过来，如果三个数互质，这三个数却不一定是两两互质。例如：2、2、1 这三个数互质，但这三个数却不是两两互质。

这里要指出：用短除法求三个数的最大公约数，最后的三个商必须互质；而求这三个数的最小公倍数，最后的三个商必须两两互质，不少同学在这里容易混淆，例如：求 12、18、24 的最小公倍数

[错例]

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 12 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

[正解]

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 12 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

同学们，往往错误地认为 12、18、24 的最小公倍数是 2×2×3×3×4=144，事实上商 2、3、4 并不是两两互质，应该用 2、4 的公约数 2 继续去除。

所以，12、18 和 24 的最小公倍数是 2×2×2×3×3=72。

（平川）

## 为什么不求最小公约数和最大公倍数

数学兴趣小组活动时，张强同学说：“书上总是让我们求几个数的最大公约数和最小公倍数，为什么不求最小公约数和最大公倍数呢？”这个问题一提出，立即引起了同学们极大的兴趣，大家你一言，我一语，可说来说去弄不清这究竟为什么。

数学课代表林宽同学经过认真思考，这样回答说：“第一，由于任何一个数的约数是有限的，所以几个数的公约数也是有限的，那么其中必然有一个最小的公约数。我们知道：任何一个自然数最小的约数是 1，所以几个数的最小公约数一定也是 1。因此，求几个数的最小公约数也就没有什么意义。第二，因为任何一个自然数的倍数有无限多个，所以几个数的公倍数也有无限多个。因此，它们就不存在最大公倍数，我们也无法找到它们的最大公倍数。第三，最大公约数和最小公倍数的知识在实际生活中有着广泛的应用，我们必须掌握求最大公约数和最小公倍数的方法。”

林宽同学的这一番话，打消了大家心中的疑团，同学们对这个问题理解得更深刻了。（魏茂春）

## 用“翻倍法”求最小公倍数

求几个数的最小公倍数除了用短除法，还可以用下面介绍的“翻倍法”来计算。

“翻倍法”就是求几个数的最小公倍数时，用其中较大的那个数依次乘以自然数 2、3、4、5……，求得的这些积中，最先是其它各数的倍数的那个积，就是要求的最小公倍数。

例如：求 12、15 和 30 的最小公倍数。

在 12、15 和 30 中，30 最大。把 30 乘以 2，积为 60，60 是 12 和 15 的倍数，60 就是 12、15 和 30 的最小公倍数。

又如：求 12 和 16 的最小公倍数。

在 12 和 16 中，16 最大。用 16 乘以 2 积为 32，32 不是 12 的倍数；再用 16 乘以 3 积为 48，48 是 12 的倍数，48 就是 12 和 16 的最小公倍数。

“翻倍法”简便易学，便于心算，是一种比较好的求最小公倍数的方法。（晓松）

## 怎样理解分数意义中的单位“1”

我们知道，把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或者几份的数，叫做分数。怎样理解其中的单位“1”呢？

1．单位“1”可以表示一个物体（或计量单位）。例如：一个桔子，我们可把它作为单位“1”，如果把它平均分成3份，每份是这个桔子的$\frac{1}{3}$。

2．单位“1”也可以表示一个物体的一部分。例如：如果把半个西瓜平均分成4份，每份就是半个西瓜的$\frac{1}{4}$，那么这半个西瓜就是单位“1”。

3．单位“1”还可以表示由一些物体组成的整体。例如：把 18 支铅笔看作一个整体，单位“1”就代表 18 支铅笔。如果把它平均分成 2 份，每份是这个整体的$\frac{1}{2}$，就是9支铅笔；如果平均分成6份，每份是这个整体的$\frac{1}{6}$，就是3支铅笔；如果平均分成18份，每份是$\frac{1}{18}$，取其中的7份，就是$\frac{7}{18}$。

4．单位“1”所代表的数量不同，平均分成若干份后其中每份的大小（或多少）也就不一样。例如：把 15 只乒乓球平均分成 5 份，每份 3 只，是单位“1”的$\frac{1}{5}$；把5只乒乓球平均分成5份，每份1只，也是单位“1”的$\frac{1}{5}$。但由于单位“1”的数量不同，所以$\frac{1}{5}$各表示的数量也不一样。

5．分数中的单位“1”比整数里的“1”范围更广泛。整数 1 是自然数的计数单位，它只表示某一具体事物，而分数中的单位“1”既可以表示一个事物，也可以表示一个整体。

正确理解单位“1”，可以帮助同学们更好地理解分数的意义。

（王聿松）

## 不要忘记“平均分”

今天是小强的生日，晚上爸爸为他买回来一只蛋糕。在切蛋糕吃前，爸爸对小强说：“小强，我们家共 5 口人，把这个大蛋糕分给我们 5 个人，每人该分得$\frac{1}{5\backslash}$，对吧。”

“对！”小强答应道。

“那该怎么分呢？”爸爸又问。

小强回答：“这还不容易，只要把这块蛋糕分成5份，其中的一分就是$\frac{1}{5}$。”

“那好！现在就照你说的来分蛋糕。”爸爸说着，就把这个大蛋糕切成五块，但其中有一块特别小。爸爸把那块最小的给了小强，并故意逗他说：“喏，你也拿$\frac{1}{5}$。”

小强看着那块小蛋糕，急忙说：“不对！不对！我拿的这块太小了，不是$\frac{1}{5}$。”

爸爸说：“怎么不对？我是照你说的，把蛋糕分成 5 份，你拿其中的 1 份，不就是$\frac{1}{5}$吗？”

小强理直气壮地说：“应该平均分才行！”

“可你刚才的回答并没说要平均分成 5 份呀？”

小强恍然大悟。原来自己在理解分数的意义时把“平均分”这个重要的条件忘记了，才闹出这样的笑话来。（魏茂春）

## 比较分数大小的几种方法

1．把分数化成同分子分数进行比较。

例如，要比较$\frac{4}{15}$和$\frac{3}{11}$的大小，可以这样：

$$\frac{4}{15}=\frac{4\times3}{15\times3}=\frac{12}{45}$$

$$\frac{3}{11}=\frac{3\times4}{11\times4}=\frac{12}{44}$$

因为$\frac{12}{45}<\frac{12}{44}$，所以$\frac{4}{15}<\frac{3}{11}$。

2．把分数扩大成整数后进行比较。

用两个分数分母的乘积分别去乘这两个分数，使分数都扩大同样的倍数，变成整数。整数大的，原分数较大。

例如，要比较$\frac{2}{3}$和$\frac{5}{8}$的大小，可以这样：

$$\frac{2}{3}\times3\times8=16 \quad \frac{5}{8}\times3\times8=15$$

因为$16>15$，所以$\frac{2}{3}>\frac{5}{8}$。

3．用 1 进行比较。

用 1 分别减去要比较的分数，通过对剩余数的大小比较，来比较原分数的大小。

例如，要比较$\frac{17}{18}$和$\frac{20}{21}$的大小，可以这样：

$$1-\frac{17}{18}=\frac{1}{18} \quad 1-\frac{20}{21}=\frac{1}{21}$$

因为$\frac{1}{18}>\frac{1}{21}$，所以$\frac{17}{18}<\frac{20}{21}$。

4．用分子、分母交叉相乘的积进行比较。

比较两个分数的分子、分母交叉相乘的积，积大的那个分子所在的分数比较大。

例如，要比较$\frac{3}{7}$和$\frac{4}{9}$的大小，可以这样：

$$\frac{3}{7}\times\frac{4}{9} \qquad 3\times9=27 \quad 4\times7=28$$

因为$27<28$，所以$\frac{3}{7}<\frac{4}{9}$。

上面四种比较分数大小的方法，同学们可以根据题目的具体情况灵活地选用。（刘子辉）

## 这种判断方法的依据是什么

六年制小学数学课本第十册第 79 页有这样一段话："一个最简分数，如果分母中除了 2 和 5 以外，不含有其他的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有 2 和 5 以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。"不少同学要问，这是为什么呢？请大家看下例：

把 $\frac{7}{10}$、$\frac{13}{100}$、$2\frac{57}{1000}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{11}{25}$、$\frac{7}{20}$ 化成小数。

前 3 个分数分母是 10、100、1000，可以直接去掉分母进行改写，$\frac{7}{10}=0.7$　$\frac{13}{100}=0.13$　$2\frac{57}{1000}=2.057$，这是大家都很熟悉的，

它们都能化成有限小数。对于后 3 个分数，分母不是 10、100、1000……但分母中除了 2 和 5 以外，不含有其它质因数，所以它们也能化成有限小数，这是因为：

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{2\times2}=\frac{1\times5\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{25}{100}=0.25$$
$$\frac{11}{25}=\frac{11}{5\times5}=\frac{11\times2\times2}{5\times5\times2\times2}=\frac{44}{100}=0.44$$
$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2\times25}=\frac{7\times5}{2\times2\times5\times5}-\frac{35}{100}=0.35$$

由上面例子可见，分数分母中只含 2、5 的质因数，就一定能化成分母是 10、100、1000……的分数，而这样的分数是能化成有限小数的。

如果分母中含有2和5以外的质因数，如 $\frac{4}{15}=\frac{4}{3\times5}$，$\frac{9}{28}=\frac{9}{2\times2\times7}$，那么，它们是不可能化成分母是 10、100、1000……的分数，所以这样的分数也就不能化成有限小数。（沈长生）

## 异分母分数相加减，为什么要先通分

学习分数加减法时，有的同学提出了这样的问题："异分母分数相加减，为什么要先通分？"为了说清楚这个问题，先让我们来看看已学过的名数加减法的计算。

我们知道，在名数的加减法里，必须把名数的单位统一后才能相加减。例如：计算"3 元-2 角"，就不能直接用 3 减去 2，而先应当把单位都化成"角"或"元"以后才能相减。可以统一化为"角"为单位，用 30 角-2 角-28 角，或者统一化为"元"为单位，用 3 元-0.2 元=2.8 元。

在整数加减法中，强调"数位对齐"，在小数加减法中，强调"小数点对齐"，这些要求都说明一点：单位相同，才能直接相加减。所以，在异分母分数加减法中，也必须使单位相同后，才能直接进行计算。例如：计算 $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$，由于 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{4}$ 的分母不同，也就是分数单位不同，所以它们不能直接相加。在这种情况下，我们必须先把这两个分数通分（化成同分母分数）后再相加，也就是：

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$$

**将$\frac{2}{5}$化成$\frac{8}{20}$，$\frac{3}{4}$化成$\frac{15}{20}$，这两个分数的分数单位都是$\frac{1}{20}$，分数单位相同了，就可以进行加减运算了。（刘子辉）**

## 陈红的五种算法

**李老师在教完带分数退位减法后，提出了这样一个问题，叫同学们思考，计算$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}$还有没有与课本上不同的方法呢？**

**第二天一上课，陈红就把自己想到的五种算法给李老师看：**

（1）$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=6+\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=6-2\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=3\frac{2}{7}+\frac{1}{7}=3\frac{3}{7}$

（2）$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=6\frac{1}{7}-\left(2\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\right)=6\frac{1}{7}-2\frac{1}{7}-\frac{4}{7}=4-\frac{4}{7}=3\frac{3}{7}$

（3）$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=\left(6\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\right)-\left(2\frac{5}{7}-\frac{1}{7}\right)=6-2\frac{4}{7}=3\frac{3}{7}$

（4）$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=\left(6\frac{1}{7}+\frac{2}{7}\right)-\left(2\frac{5}{7}+\frac{2}{7}\right)=6\frac{3}{7}-3=3\frac{3}{7}$

（5）$6\frac{1}{7}-2\frac{5}{7}=(6-2)-\left(\frac{5}{7}-\frac{1}{7}\right)=4-\frac{4}{7}=3\frac{3}{7}$

**同学们，你能说出陈红这五种算法的算理吗？想一想还有没有别的算法？（贲友林）**

## 怎样进行分数、小数加减混合运算

**一、确定把分数化成小数还是把小数化成分数进行计算**

**例1、$5\frac{7}{8}+2.42+3\frac{9}{10}$ 这道题里的两个分数都能化成有限小 数，把两个分数化成小数计算比较简便。**

**例2、$4.25+3\frac{5}{6}-2\frac{7}{9}$这道题里的两个分数不能化成有限小数，如果不允许取近似值，一定要把小数化成分数计算。**

**二、改变运算顺序巧妙计算**

**例3、$3\frac{9}{14}+0.179-\frac{1}{7}$这道题里的两个分数都不能化成有限小数，应把 0.179 化成分数计算，但分母较大，通分时麻烦，可改变运算顺序计算：**

$$3\frac{9}{14}+0.179-\frac{1}{7}$$
$$=\left(3\frac{9}{14}-\frac{1}{7}\right)+0.179$$
$$=3.5+0.179$$
$$=3.679$$

**三、运用减法性质优化计算**

例4、$6\frac{3}{5}-\left(2\frac{3}{5}+0.418\right)$

$6\frac{3}{5}-\left(2\frac{3}{5}+0.418\right)$
$=6\frac{3}{5}-2\frac{3}{5}-0.418$
$=4-0.418$
$=3.582$

例5、$11\frac{8}{9}-6.71-3.29$请同学们自己动脑筋想一想，能不能简便计算？

**四、根据运算定律简便运算**

例6、$5.62+4\frac{5}{6}+3.38+6\frac{1}{6}$这道题可以运用加法的交换律和结合律使计算简便。

$5.62+4\frac{5}{6}+3.38+6\frac{1}{6}$
$=(5.62+3.38)+\left(4\frac{5}{6}+6\frac{1}{6}\right)$
$=9+11$
$=20$

（陈日铭）

## 要注意得数的单位名称

同学们计算整数、小数加减法应用题时一般在求出的和或差后面都要写上单位名称。如：小红有 8 朵红花、4 朵黄花，小红一共有几朵花？

8＋4=12（朵）

答：小红一共有 12 朵花。

但是，分数加、减法应用题的情况就不一样了，有的结果要写单位名称，有的结果不要写单位名称，这就要根据具体题目来决定。题目里条件中的分数如果是表示具体数量，如$\frac{3}{4}$米、$\frac{1}{8}$吨，结果又是求具体数量，在求出和或差的数后面就要写上单位名称；题目里条件中的分数如果是表示占总数的几分之几，结果又是求占总数的几分之几，就不要写单位名称。

例如：一根木料，第一次截去$\frac{7}{20}$米，第二次截去$\frac{11}{20}$米，两次共截去多少米？

又如：一根木料，第一次截去全长的$\frac{7}{20}$，第二次截去全长的$\frac{11}{20}$，两次共截去全长的几分之几？

$\frac{7}{20}+\frac{11}{20}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$（米）

答：两次共截去全长的$\frac{9}{10}$。

（徐礼华）

## 怎样学好分数乘法

一、全面理解分数乘法的意义。

1．分数乘以整数，是求几个相同加数和的简便运算。

例如：$\frac{4}{5}\times100$，是求100个$\frac{4}{5}$是多少。

2．一个数乘以真分数，是求这个数的几分之几是多少。例如，$\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}$，是求$\frac{3}{5}$的$\frac{1}{6}$是多少。

3．一个数乘以带分数，是求这个数的几又几分之几倍是多少。

例如：$\frac{1}{4}\times1\frac{4}{5}$，是求$\frac{1}{4}$的$1\frac{4}{5}$倍是多少。

二、全面掌握分数乘法的计算法则。

分数乘法的计算法则是根据分数乘法的意义推导出来的。

1.分数乘以整数。例如，

计算$\frac{4}{5}\times100$。因为$\frac{4}{5}\times100$表示求100个$\frac{4}{5}$是多少，

所以$\frac{4}{5}\times100=\underbrace{\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\cdots\cdots+\frac{4}{5}}_{100个}=\frac{4+4+\cdots\cdots+4}{5}=\frac{4\times100}{5}=80$，

由此得出分数乘以整数的计算法则是：用分数的分子和整数相乘的积作为分子，分母不变。

2．一个数乘以分数。

①整数乘以分数。例如，计算$100\times\frac{4}{5}$。因为$100\times\frac{4}{5}$表示求100的$\frac{4}{5}$是多少，也就是求把100平均分成5份，取其中4份的数，

所以$100\times\frac{4}{5}=\frac{100}{5}\times4=\frac{100\times4}{5}=80$。由此可知整数乘以分数的计算法则是：用整数和分数的分子相乘的积作分子，分母不变。

②分数乘以分数。例如。计算$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}$。因为$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{2}\times$（$\frac{1}{5}\times4$）=（$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$）$\times4$，而（$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$）$\times4$表示先求$\frac{1}{2}$的$\frac{1}{5}$是多少，再求（$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$）的4倍是多少。$\frac{1}{2}$的$\frac{1}{5}$是$\frac{1}{10}$，所以$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=$（$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$）$\times4=\frac{1\times4}{2\times5}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，

于是可得出分数乘以分数的计算法则是：用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母。由于整数可以看作分母是1的分数，带分数可以化成假分数，所以，无论是整数与分数相乘，还是分数与分数相乘，都可以用分数乘以分数的法则来计算。（夏恩威）

## 计算法则相同意义不同

六年制小学数学课本第十一册第12页有这样一道题：“$\frac{2}{5}\times3$和$3\times\frac{2}{5}$在意义上有什么不同？计算法则呢？”我们这样来回答这个问题。

根据分数乘法法则我们知道$\frac{2}{5}\times3$和$3\times\frac{2}{5}$的计算方法都是用整数与分数的分子相乘作积的分子，分母不变，得数都是$1\frac{1}{5}$。但$\frac{2}{5}\times3$与$3\times\frac{2}{5}$所表示的意义是不同的。$\frac{2}{5}\times3$表示求3个$\frac{2}{5}$是多少，也表示$\frac{2}{5}$的3倍是多少。它与整数乘法的意义相同。$3\times\frac{2}{5}$表示求3的五分之二是多少，也表示把3平均分成 5 份取了其中的 2 份，它是分数乘法意义的新的扩展。

为了更好地理解、掌握它们各自不同的意义，请同学们动手做一做下面的两道题：

1．下列哪些算式是表示求一个数的几分之几是多少。

$16\times4$，$16\times\frac{1}{4}$，$\frac{1}{16}\times\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}\times16$。

2．用直线把下列题目和算式连起来。

| | |
|---|---|
| 15个$\frac{1}{6}$ | $15\times\frac{1}{6}$ |
| $\frac{1}{6}$的$\frac{1}{15}$ | $\frac{1}{15}\times\frac{1}{6}$ |
| 15的$\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}\times\frac{1}{15}$ |
| $\frac{1}{15}$的$\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}\times15$ |

（唐坚东）

## 找规律

数学课上，李老师出了这样一道题：看谁填得又对又快。

（1）$\frac{1}{4}\times$（ ）$=\frac{1}{5}\times$（ ）$=\frac{1}{6}\times$（ ）$=\frac{1}{7}\times$（ ）

（2）$\frac{1}{4}\div$（ ）$=\frac{1}{5}\div$（ ）$=\frac{1}{6}\div$（ ）$=\frac{1}{7}\div$（ ）

思维敏捷的张芳立刻举手说出了解法：

（1）$\frac{1}{4}\times$（4）$=\frac{1}{5}\times$（5）$=\frac{1}{6}\times$（6）$=\frac{1}{7}\times$（7）

（2）$\frac{1}{4}\div$（$\frac{1}{4}$）$=\frac{1}{5}\div$（$\frac{1}{5}$）$=\frac{1}{6}\div$（$\frac{1}{6}$）$=\frac{1}{7}\div$（$\frac{1}{7}$）

高敏也不示弱马上报出自己的解法：

（1）$\frac{1}{4}\times$（8）$=\frac{1}{5}\times$（10）$=\frac{1}{6}\times$（12）$=\frac{1}{7}\times$（14）

（2）$\frac{1}{4}\div$（$\frac{1}{8}$）$=\frac{1}{5}\div$（$\frac{1}{10}$）$=\frac{1}{6}\div$（$\frac{1}{12}$）$=\frac{1}{7}\div$（$\frac{1}{14}$）

像开火车一样，连续五、六个同学说了自己的解法，还有很多同学举着手，等着发言。这时，李老师叫同学们暂停一下，请大家想一想解答这道题有什么规律？

肯动脑筋的李翔马上举手发言：这两道题的答案很多，我们只要仔细观察题目，并且联系分数乘、除法各部分之间的关系，就会发现解这两道题的规律：假定式子的积（或商）为1（或2、$\frac{1}{2}$、3……），再用积1（或2、$\frac{1}{2}$、3……）分别除以式中的一个因数，（或用式中各个被除数除以1（或2、$\frac{1}{2}$、3……），就可以得到结果。同学们，请你运用这个规律，再填出几组不同的解。（王竹泉）

## 学习“倒数”要注意五点

一、要正确理解倒数的意义

什么叫“倒数”呢？乘积是1的两个数互为倒数。例如$4\times\frac{1}{4}=1$，4和$\frac{1}{4}$就是互为倒数，也就是4的倒数是$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}$的倒数是4；$\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=1$，$\frac{3}{5}$和$\frac{5}{3}$就是互为倒数，也就是$\frac{3}{5}$的倒数是$\frac{5}{3}$，$\frac{5}{3}$的倒数是$\frac{3}{5}$。可见，倒数是互相依存的两个数，不能孤立地说一个数是倒数。

二、要掌握求倒数的方法

求一个数的倒数（0 除外），只要把这个数的分子、分母调换位置。例如求$\frac{5}{6}$的倒数，只要把$\frac{5}{6}$的分子、分母调换位置，$\frac{5}{6}$的倒数是$\frac{6}{5}$；求7的倒数，把7看作$\frac{7}{1}$，7的倒数是$\frac{1}{7}$；求$2\frac{2}{3}$的倒数，把$2\frac{2}{3}$化成假分数$\frac{8}{3}$，$2\frac{2}{3}$的倒数是$\frac{3}{8}$；求0.15的倒数，把0.15化成$\frac{3}{20}$，0.15的倒数是$\frac{20}{3}$。

三、要注意特殊数的倒数。

1 的倒数是 1，0 没有倒数。1 的倒数是 1，是因为 1×1=1；0 没有倒数，是因为 0 乘以任何数都是 0，不可能是 1。

四、要注意倒数的书写。如求$\frac{2}{3}$的倒数，应写成“$\frac{2}{3}$的倒数是$\frac{3}{2}$”，千万不能写成“$\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$”。

五、要注意倒数“倒”字的读法。

倒数的“倒”应读成“dào”，不能读成“dǎo”（金明）

## 为什么要“颠倒相乘”

分数除法的计算法则是：甲数除以乙数（0 除外），等于甲数乘以乙数的倒数。这个法则通常被称为“颠倒相乘”。为什么要“颠倒相乘”呢？我们可以从以下几个方面来理解其中的道理。

一、根据分数除法的意义来理解

例如，一个数的$\frac{5}{6}$是25，求这个数。我们根据分数除法的意义列式

为：$25\div\frac{5}{6}$。另一方面，从字面上理解，这道题目的意思是：把这个数平均分成 6 份，取其中的 5 份是 25，求 6 份是多少。因此可以先求出 1 份是多少，再求 6 份是多少。

1 份是：25÷5=5

6 份是：5×6=30

所以 $25\div\frac{5}{6}=25\div5\times6=\frac{25}{5}\times6=\frac{25\times6}{5}=25\times\frac{6}{5}$

二、根据商不变性质来理解

例如：$\frac{2}{15}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{4}{15}\times\frac{3}{2}\right)\div\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{15}\times\frac{3}{2}\div1=\frac{4}{15}\times\frac{3}{2}$

三、根据乘除法的运算性质来说明

例如：$\frac{2}{15}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{15}\div(3\div4)=\frac{2}{15}\div3\times4=\frac{2}{15}\times(4\div3)=\frac{2}{15}\times\frac{4}{3}$

可见，由于引进了分数，乘法和除法的意义都扩大了，除法和乘法可以在一定的条件下相互转化。（李化）

## 计算分数乘除法要注意些啥

计算分数乘除法除了要正确理解它们的意义和掌握计算方法外，还应该注意以下几点。

1．在计算时能约分的要先约分，然后再乘，这样比较简便。如，$\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{\cancel{3}_1\times\cancel{5}_1}{\cancel{5}_1\times\cancel{6}_2}=\frac{1}{2}$。如果算式中不含有带分数，也可以不把相乘的两个分数改写成分子、分母分别相乘的形式，直接约分。如上例 $\frac{\cancel{3}_1}{\cancel{5}_1}\times\frac{\cancel{5}_1}{\cancel{6}_2}=\frac{1}{2}$。

2．三个或三个以上的分数相乘，可以先把有的分数的分子和分母约分，再把约简后的分子、分母分别相乘，这样计算比较简便。

如，$2\frac{2}{3}\times6\times1\frac{3}{8}=\frac{\cancel{8}_1}{\cancel{3}_1}\times\cancel{6}_2\times\frac{11}{\cancel{8}_1}=22$。

3．在分数连除或分数乘除混合运算中，遇到除以一个数时，只要乘以这个数的倒数就可以了。如 $4\div\frac{7}{20}\times\frac{7}{10}=4\times\frac{\cancel{20}_2}{\cancel{7}_1}\times\frac{\cancel{7}_1}{\cancel{10}_1}=8$。

4．整数乘法的运算定律，对于分数乘法同样适用；整数除法的运算性质，对于分数除法也同样适用。如，$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{8}\right)\times8=\frac{1}{10}\times8+\frac{1}{8}\times8=1\frac{4}{5}$。又如，$\frac{5}{12}\div\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\div\frac{3}{4}=\left(\frac{5}{12}+\frac{7}{12}\right)\div\frac{3}{4}=1\div\frac{3}{4}=1\frac{1}{3}$。

（凌国伟）

## 怎样解答简单的分数乘、除法应用题

解答简单的分数乘、除法应用题，关键是要掌握以下几个步骤：

1．确定题目中谁是单位“1”的量（通常占“谁”的，是“谁”的，就

把“谁”看作单位“1”的量）；

2．分析已知量或未知量与单位“1”之间的关系；

3．根据分数乘、除法的意义列算式或方程解答。

现举两例说明。

[例1]育红中学有男生240人，女生人数占男生人数的$\frac{7}{8}$。育红中学有女生多少人？

[分析]①这里是女生人数占男生人数的$\frac{7}{8}$，男生人数是被比量，所以把男生人数看作单位“1”；②女生人数占男生人数的$\frac{7}{8}$，也就是说女生占240人的$\frac{7}{8}$；③求女生有多少人，就是求240人的$\frac{7}{8}$是多少，用乘法计算：$240\times\frac{7}{8}=210$（人）。

[例2]一个炼钢厂九月份上半月炼钢57000吨，完成了全月计划的$\frac{3}{5}$。九月份计划炼钢多少吨？

[分析]①根据题意，57000吨是全月（九月份）计划的$\frac{3}{5}$，所以我们把九月份计划炼钢吨数看作单位“1”；②九月份计划炼钢吨数的$\frac{3}{5}$是57000吨，也就是九月份计划炼钢吨数$\times\frac{3}{5}=57000$（吨）；③求九月份计划炼钢多少吨，列方程解：设九月份计划炼钢X吨，$X\times\frac{3}{5}=57000$，也可以直接用除法计算：$57000\div\frac{3}{5}=95000$（吨）。

（夏恩威）

## 学习分数、小数四则混合运算要细心、灵活

学习分数、小数四则混合运算，一要细心，二要灵活。

一、确定运算顺序要细心

遇到一道式题，不要急急忙忙去计算，要把题目多看几遍，弄清楚应该先算哪一步，再算哪一步。特别要防止被一些特殊的数和运算法则所干扰。例如：

（1）$\frac{3}{5}\times5\div\frac{3}{5}\times5$

这道题容易被约分所干扰，认为前两数相乘和后两数相乘都得3，产生先算乘、后算除的错误：$\frac{3}{5}\times5\div\frac{3}{5}\times5=3\div3=1$

（2）$129-129\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)$

这道题容易被同数相减得0所干扰，产生错误：

$129-129\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)=0\times\frac{1}{3}=0$

所以，看清运算顺序是非常重要的。

二、选择计算方法要灵活

俗话说，“磨刀不误砍柴工”。要先花一些时间全面观察题目结构和数字特征，灵活运用运算定律、性质，选择简便的方法。例如：

（1）$12\frac{1}{8}\div1.2125+1\frac{1}{5}$

观察一下，把$12\frac{1}{8}$化成12.125，不难看出12.125是1.2125的10倍，这样算就很简便。

（2）$4.65\times2\frac{3}{5}+4.35\times2\frac{3}{5}+2\frac{3}{5}$分析一下，两次运用乘法分配律，变成：（4.65＋4.35＋1）×（$2+2\frac{3}{5}$），计算起来，既快又方便。

（钟新）

## 算得快的几个窍门

同学们进行分数、小数四则混合运算时，怎样才能算得又对又快？要“一看二想”。所谓“看”就是观察式题特点和数字特征；“想”就是如何依据运算定律和性质，针对题目特点进行简便计算。这里，告诉人家算得快的几个“窍门”：分、合、转、略。

分将数分解，再按简算的需要重新组合。

例 1　4.8×125

解 因为 8×125=1000，4×25=100，所以将 4.8 分解成

0.6×8 或 1.2×4 这样原式可以变化成：

0.6×（8×125）=600

或 1.2×（4×25×5）=600

合——把两个或几个数凑成整十、整百……的数，可使计算简化，迅速地心算出结果。

例2　$12.875-1.17-8\frac{83}{100}-2\frac{7}{8}$

分析：根据数的特征，$0.875=\frac{7}{8}$，$\frac{83}{100}$可化成0.83，再运用减法运算性质，将原式变化成：

$\left(12.875-2\frac{7}{8}\right)-\left(1.17+8\frac{83}{100}\right)$

$=10-10$

$=0$

转——将分数、小数互相转化，可以提高计算速度。

例3　$3\frac{3}{4}\div\frac{10}{23}+1\frac{1}{4}\times2.3$

分析：先把$3\frac{3}{4}\div\frac{10}{23}$变为$3\frac{3}{4}\times\frac{23}{10}$，再将$\frac{23}{10}$化成2.3，再运用乘法分

配律进行计算。原式变化为：

$3\frac{3}{4}\times 2.3+1\frac{1}{4}\times 2.3$

$=2.3\times(3\frac{3}{4}+1\frac{1}{4})$

$=11.5$

略——计算过程中出现 1 或 0 的计算结果时可以省略某些计算步骤。

例4 $[(11\frac{1}{5}\times 1.7+0.25)\times(1\frac{1}{8}-1.125)]+1.25$

分析：中括号内一因数为零，整个中括内计算结果就为 0。所以，得数是：

0＋1.25=1.25（李英哲）

## 怎样确定单位“1”的量

解答分数应用题，首先要找出题中单位“1”的量。怎样确定单位“1”的量呢？

一、根据分数的意义确定单位“1”的量

例如：从“种小麦的面积占全部耕地面积的 $\frac{5}{8}$”这句话中，我们知道，这里 $\frac{5}{8}$ 的意义是：把“全部耕地面积”平均分成8份，种小麦的面积占其中的 5 份。所以，“全部耕地面积”是单位“1”的量。

请同学们根据分数的意义，从下面两句话中分别找出单位“1”的量。

1．汽车的速度是火车速度的 $\frac{3}{5}$。

2．二月份生产的吨数相当于一月份的 $\frac{10}{11}$。

二、被比较的量往往是单位“1”的量

例如：从“甲仓库的存粮比乙仓库存粮多 $\frac{1}{5}$”这句话中，我们知道，这里是“甲仓库”和“乙仓库”相比，“乙仓库”是被比较的量。根据分数的意

的意义，$\frac{1}{5}$ 表示把“乙仓库存粮”平均分成5份，“甲仓库存粮”比“乙仓库存粮”多其中的 1 份。所以，被比较的量——“乙仓库存粮”是单位“1”的量。

请同学们从下面两句话中分别找出单位“1”的量。

1．某厂今年用电比去年节约 $\frac{1}{10}$。

2．实际产煤量比计划增加 $\frac{1}{12}$。

三、部分与整体比较，整体是单位“1”的量

例如：“学校有学生560人，六年级学生占 $\frac{1}{5}$，六年级学生有多少

人？”这道题是“六年级学生”（部分）和“全校学生”（整体）相比，$\frac{1}{5}$表示把“全校人数”平均分成5份，“六年级学生”占其中的1份。所以，整体——“全校学生”是单位“1”的量。

我们从上面三种情况中不难看出，要正确找出题目中单位“1”的量，关键是要理解分数的意义。（舍林）

## 要正确理解分率的意义

正确理解分数应用题中出现的分率概念，是解答分数应用题的重要基础。如这样一道题：“食堂买来100千克白菜，吃了$\frac{4}{5}$，吃了多少千克？”可以这样想：吃了$\frac{4}{5}$，是吃了100千克的$\frac{4}{5}$，也就是把100千克平均分成5份，吃了其中的4份，用整数乘除法可以这样计算：100÷5×4=80（千克），也可以这样想：吃了$\frac{4}{5}$，是吃了100千克的$\frac{4}{5}$，所以把100看作单位“1”，要求100的$\frac{4}{5}$是多少，根据一个数乘以分数的意义，直接用乘法计算：$100\times\frac{4}{5}=80$（千克）

要能正确地用第二种方法解答分数乘法应用题，就必须先弄清以哪个数量为标准，也就是把哪个数量看作单位“1”，然后再根据分率的具体意义来分析数量关系列式解答。

例如：根据“白兔的只数是黑兔的$\frac{3}{4}$”这一句话，我们可以知道，把黑兔的只数看作单位“1”，数量关系是：黑兔的只数$\times\frac{3}{4}=$白兔的只数。如果已知黑兔有24只，要求白兔有几只，只要用$24\times\frac{3}{4}$。

表示单位“1”的几分之几的叙述方式是多种多样的，因此对一个数的几分之几的数量关系不能按照固定模式，仅仅依靠一些“关键词”来判断，还可以通过作图、对比等各种练习正确理解以哪个数量为标准，把谁看作单位“1”。下面请同学们完成一组练习：说出下面每组中的两个量，应该把谁看作单位“1”：

1．黑兔是白兔的$\frac{4}{7}$

2．白兔的$\frac{5}{6}$是黑兔

3．黑兔的$\frac{2}{3}$相当于白兔

4．白兔是黑兔的$2\frac{1}{2}$倍

（周建东）

## 沟通分数乘、除法应用题之间的联系

同学们在进行分数乘、除法应用题的混合练习时，往往难以判断一道题是用乘法解答还是用除法解答，其实，分数乘、除法应用题的解题思路是一致的，我们只要沟通分数乘、除法应用题之间的联系，重视对数量关系的分析，就不难区别。如有这样两道题：

1．校园果种了24棵松树，杨树的棵数是松树的$\frac{3}{4}$，种了多少棵杨树？

2．校园里种了24棵杨树，杨树的棵数是松树的$\frac{3}{4}$，种了多少棵松树？

这两题第二个已知条件都是“杨树的棵数是松树的$\frac{3}{4}$”，根据这个条件可以知道：把松树的棵数看作单位“1”，数量关系是：松树的棵数$\times\frac{3}{4}=$杨树的棵数。第1题是已知松树有24棵，求杨树有多少棵，用$24\times\frac{3}{4}$。第2题是已知杨树有24棵，求松树有多少棵，可以设松树有X棵，列方程式$X\times\frac{3}{4}=24$，根据积除以一个因数等于另一个因数，也可以用$24\div\frac{3}{4}$。

从以上两题的解答过程中，我们可以看出：分数乘、除法应用题的分析方法，解题思路是一致的，都是根据条件先判断哪个数量是单位“1”，并分析它是已知的还是未知的，再根据数量关系式确定用乘法还是用除法来解答。下面请同学们进行一组分析数量关系的练习。

1.一堆煤，已经烧了$\frac{1}{4}$

（　）$\times\frac{1}{4}=$（　）

2.第一天用去的是第二天的$\frac{4}{5}$

（　）$\times\frac{4}{5}=$（　）

3.男生人数占总人数的$\frac{2}{3}$

（　）$\times\frac{2}{3}=$（　）

4.男生人数是女生人数的$\frac{2}{3}$

（　）$\times\frac{2}{3}=$（　）

（周建东）

## 作图能帮助你正确理解数量关系

在解答稍复杂的分数乘、除法应用题时，把哪个数量看作单位“1”，怎样把“一个数量比另一个数量多几分之几或少几分之几”转化为“一个数量是另一个数量的几分之几”我们可以通过作图来理解并掌握。

例如：商店运来苹果400千克，梨的重量比苹果多$\frac{1}{4}$，运来的梨有多少千克？

怎样理解“梨的重量比苹果多$\frac{1}{4}$”这句话呢，可以先假设梨和苹果同样多，画出图 1：

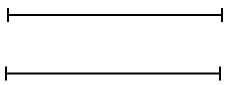


图 1

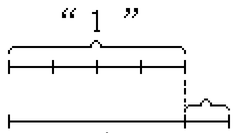
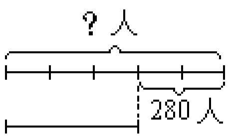



图 2

“梨比苹果多$\frac{1}{4}$”，就是梨比苹果多的重量是苹果的$\frac{1}{4}$，因此是把苹果的重量看作单位“1”，梨比苹果多的部分应与苹果的$\frac{1}{4}$相等，将图1改成图 2。再根据题目在图上添上已知条件和问题，就不难看出梨的重量相当于苹果的（$1+\frac{1}{4}$），要求梨有多少千克，就是求400千克的（$1+\frac{1}{4}$）是多少，用400×（$1+\frac{1}{4}$）。

又如：“男工人数是女工的$\frac{3}{5}$，男工比女工少280人，女工有多少人？”

根据题意作图：



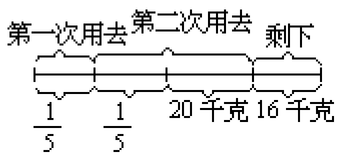

从图上可以看出，把女工人数看作单位“1”，男工比女工少的 280 人相当于女工人数的（$1-\frac{3}{5}$），数量关系式是：女工人数×（$1-\frac{3}{5}$）$=280$，因此，可以列方程，设女工有 X 人，

X×（$1-\frac{3}{5}$）$=280$或直接用280÷（$1-\frac{3}{5}$）

对于一些较复杂的分数应用题，通过作图也能帮助你正确理解题中数量之间的关系。如：

一桶油，第一次用去$\frac{1}{5}$，第二次比第一次多用去20千克，还剩16千克，这桶油有多少千克？

根据题意作图：




从图上可以清楚地看出：油的总量×（$1-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}$）$=20+16$这样就

不难求出这桶油的重量了。（周建东）

## 教你一种简便的解题方法

“学校田径队有35人，其中女生人数是男生人数的$\frac{3}{4}$，女生有多少人？”这是一道较复杂的分数应用题。一般我们都是这样思考：“把男生人数看作单位“1”，女生人数是男生人数的$\frac{3}{4}$，男女生总人数相当于男生人数的（$1+\frac{3}{4}$）。”先用35÷（$1+\frac{3}{4}$）求出男生人数是20人，再用20×$\frac{3}{4}$或用 35-20 求出女生有 15 人。

解答这道题有没有更加简便的方法呢？我们可以把总人数看作单位“1”,把女生人数是男生人数的$\frac{3}{4}$,转化成女生人数占总人数的$\frac{3}{4+3}$，用总人数×女生人数占总人数的几分之几，直接求出女生的人数，也就是：

$35\times\frac{3}{3+4}=15$（人）

这一种解法的思路是：根据已知条件和问题，先求出所求数量是已知数量的几分之几，再根据一个数乘以分数的意义用分数乘法进行解答。掌握了这种解题方法，可以使一些稍复杂的分数应用题变得比较简单。

再如这样一道题：“小华读一本书，已经读了全书页数的$\frac{2}{5}$，还剩下 60 页，已经读了多少页？”根据上面的解题思路，已知剩下的页数，要求已经读的页数,先求出已经读的是剩下的几分之几，根据已经读了全书的$\frac{2}{5}$，可以知道已经读的是剩下的$\frac{2}{5-2}$,求读了多少页,用$60\times\frac{2}{5-2}=40$（页）。

要熟练掌握这种解题方法，必须先掌握分率转化的规律，请同学们练一练：

①黑兔的只数是白兔的$\frac{4}{5}$，黑兔占总只数的$\frac{()}{()}$，白兔占总只数的$\frac{()}{()}$。

②男生人数占总人数的$\frac{5}{6}$，女生人数是男生人数的$\frac{()}{()}$，男生人数是女生人数的$\frac{(\quad)}{(\quad)}$。

如果给第①题加上条件“黑兔白兔共有 36 只”，求“黑兔有几只”；给第②题加上条件“女生有 18 人”求“男生有多少人”。你能用上面讲的方法解答吗？（周建东）

## 转化条件 变难为易

转化已知条件，抓住不变的量并把它看作单位“1”，是解答比较复杂的

分数应用题的一种特殊的思考方法，常常能起到变难为易的效果。比如：

有两种糖果放成一堆，其中软糖占$\frac{9}{20}$，再放入16块硬糖以后，软糖只占两种糖总数的$\frac{1}{4}$。那么，这堆糖果中软糖有多少块？在这道题中，不难看出软糖的块数是不变的量，把软糖的块数看作单位“1”，将“其中软糖占$\frac{9}{20}$”转化成“糖的总数是软糖的$\frac{20}{9}$”，增加了16块硬糖说明总数也增加了16块，这时软糖只占两种糖总数的$\frac{1}{4}$，转化成“这时糖的总数是软糖的4倍”。根据转化以后的条件，可以列出这样的算式：$16\div(4-\frac{20}{9})$=9（块）

请你看下面几题，想一想，先找出那一个是不变的量，再转化已知条件，进行解答。

①学校合唱队原来女生占总人数的$\frac{2}{5}$，后来又有2名女生参加，这样女生人数就占总人数的$\frac{3}{7}$。合唱队有男生多少人？

②某校六年级有甲乙两个班，甲班学生人数是乙班的$\frac{5}{7}$，如果从乙班调3人到甲班，甲班学生人数就是乙班的$\frac{4}{5}$。原来甲、乙两个班各有多少人？”

③校办厂有职工若干人，其中女职工比男职工人数多$\frac{1}{2}$，新招聘35名男职工后，女职工人数就占男职工的$\frac{4}{5}$。现在男职工比女职工多几人？

（周建东）

## 妙用假设　巧解疑难

在解答一些稍复杂的分数应用题时，我们可以根据题目中的数量关系，巧妙地作出一种假设，再根据算出的一个新的数量与原有条件的关系，解答出所求问题。比如：

学校有皮球和足球共64个，借出皮球个数的$\frac{1}{4}$和足球个数的$\frac{1}{3}$后，还剩下46个。学校这两种球各有多少个？

解答这一题,可以假设皮球和足球都借出$\frac{1}{4}$,应借出$64\times\frac{1}{4}=16$（个），实际借出了$64-46=18$（个），多借出的2个就是足球个数的$\frac{1}{3}$减去$\frac{1}{4}$的差，用$(18-16)\div(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})=24$（个），这就是足球的个数，$64-24=$ 40（个）就是皮球的个数。

请同学们想一想：下面两题，应假设什么？怎样解答？

①金放在水里称，重量减轻$\frac{1}{19}$，银放在水里称，重量减轻$\frac{1}{10}$。一块金银合金重 770 克，放在水里称减轻了 50 克，这块合金含金、银各多少克？

②某体育用品商店，从批发部购进 100 个足球和 80 个篮球共花去 2800 元。在商店零售时，每个足球加价$\frac{1}{2}$，每个篮球加价$\frac{1}{10}$，这样全部卖出后共收入 3520 元，原来批发时足球和篮球的单价各是多少元？（周建东）

## 要掌握多种验算方法

当你做完一道题目后，应当通过验算来检验解答是不是正确。验算的方法通常有两种，一种是依照原来的题意，依次检查列式和计算是不是对；另一种是把得数当作已知数，根据题目里的数量关系，算一算得数是不是符合原来的已知条件。

用第二种方法来对分数应用题进行验算，不仅可以保证题目解答正确，而且能帮助你进一步搞清三类分数应用题之间的联系，提高解分数应用题的能力。

如这样一道题：“学校科技组有男生30人，比女生人数多$\frac{1}{4}$，女生有多少人？”应该这样解答：$30 \div (1+\frac{1}{4}) = 24$（人），求出女生有24人后怎样进行验算呢？可以把女生有 24 人当作已知条件，根据题目算一算比女生人数多$\frac{1}{4}$是不是正好等于男生人数，方法是：①$24 \times (1+\frac{1}{4}) = 30$（人）②$24 + 24 \times \frac{1}{4} = 30$（人）。也可以算一算男生人数是不是比女生多$\frac{1}{4}$，方法是：①$(30-24) \div 24 = \frac{1}{4}$②$30 \div 24 - 1 = \frac{1}{4}$

对于一些较复杂的分数应用题，同样可以通过寻找数量间相等关系，运用多种方法来验算。如这样一道题：“一根钢条长10米，第一次用去$\frac{1}{4}$，第二次用去$\frac{1}{5}$，还剩多少米？应该这样解答：$10 \times (1-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}) = 5.5$（米），可以这样验算：

①算一算两次用去的米数加上剩下的米数是不是等于总米数。

$10 \times (\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) + 5.5 = 10$（米）

②算一算剩下的 5.5 米占 10 米的几分之几，再看它加上前两次用去几分之几，是不是等于单位“1”。

$5.5 \div 10 = \frac{11}{20}$

$\frac{11}{20} + (\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) = 1$

通过多种方法验算，你一定会感到解题思路更加开阔。

（古建东）

## 为什么可以把工作总量看作“1”

数学课上，沈老师讲解了这样一道题：一项工程，由甲工程队修建，需要 20 天，由乙工程队修建，需要 30 天。两队合修需要几天？同学们听了以后，觉得解这类题目并不难，只是有一个问题大家想不透。这就是：为什么可以把工作总量看作“1”呢？于是，由小越代表大家向沈老师请教。

沈老师：我们解工程问题时把工作总量看作“1”，就是把它假设为“1”。同学们想一想，把它假设为其它的数行不行呢？

小越：这倒没试过。

沈老师：那么我们来试试。如果把工作总量看作“7”，就应该这样列式计算：

$$7\div\left(\frac{7}{20}+\frac{7}{30}\right)=7\div\left[7\times\left(\frac{3}{60}+\frac{2}{60}\right)\right]=1\div\frac{5}{60}=12\text{（天）}$$

计算结果与假设为“1”时是一样的。

小越：照这样看来，假设全工程为其它的任意一个数，结果也一样吧？

沈老师：你假设全工程为一个任意的数 a，试一试。

小越：那就应该这样列算式：

$$a\div\left(\frac{a}{20}+\frac{a}{30}\right)=a\div\left[a\times\left(\frac{3}{60}+\frac{2}{60}\right)\right]=1\div\frac{5}{60}=12\text{（天）}$$

结果还是一样的！

沈老师：你算得很好。用字母 a 表示工作总量后，仍不影响计算结果，这说明把工作总量设为任意一个数结果都是一样的。为了解题方便，我们通常选“1”作为全工程的工作总量，当然，根据题目数据的特点也可以把工作总量设为其它数，只要计算简便就行。

沈老师的一番话打消了大家的疑问，同学们脸上都露出了满意的微笑。

（杨平权　祝正平）

## 百分数与分数的区别

百分数与分数的区别主要有以下三点：

1．意义不同。百分数是“表示一个数是另一个数的百分之几的数。”它只能表示两数之间的倍数关系，不能表示某一具体数量。如：可以说 1 米是 5 米的 20%，不可以说“一段绳子长为 20%米。”因此，百分数后面不能带单位名称。分数是“把单位‘1’平均分成若干份，表示这样一份或几份的数”。分数不仅可以表示两数之间的倍数关系，如：甲数是 3，乙数是 4，甲数是乙数的 $\frac{3}{4}$；还可以表示一定的数量，如：$\frac{1}{6}$千克、$\frac{2}{5}$米等。

2．应用范围不同。百分数在生产、工作和生活中，常用于调查、统计、分析与比较。而分数常常是在测量、计算中，得不到整数结果时使用。

3．书写形式不同。百分数通常不写成分数形式，而采用百分号“%”来表示。如：百分之四十五，写作：45%；百分数的分母固定为 100，因此，

不论百分数的分子、分母之间有多少个公约数，都不约分；百分数的分子可以是自然数，也可以是小数。而分数的分子只能是自然数，它的表示形式有：真分数、假分数、带分数，计算结果不是最简分数的一般要通过约分化成最简分数，是假分数的要化成带分数。（贲友林）

## 怎样解答百分数应用题

我们知道，表示一个数是另一个数的百分之几的数，叫做百分数。百分数是两个成倍比关系的量相比的结果，就是：“一个数÷另一个数=百分数。”解答求百分数的应用题时，关键要弄清题目中谁是“一个数”谁是“另一个数”。

例 1 育才小学六年级有学生 160 人，其中三好学生有 34 人。三好学生占六年级学生人数的百分之几？

这道题是求三好学生是六年级学生人数的百分之几，三好学生是“一个数”，六年级学生是“另一个数”。

34÷160=0.2125=21.25%

答：略。

解答较复杂的求百分数的应用题，要抓住“增加了”、“减少了”、“提高了”、“降低了”等语句进行分析，弄清是求哪个量是哪个量的百分之几。

例 2 拖拉机厂去年生产拖拉机 2000 台，今年计划生产 2400 台。今年计划比去年增产百分之几？

要求今年计划比去年增产百分之几，就是求今年计划比去年增产的台数（未知）是去年生产台数（2000 台）的百分之几。所以，先求今年比去年增产多少台，再求增产的百分数。

（2400-2000）÷2000=0.2=20%答：略。

解答求“发芽率”、“合格率”、“出勤率”等百分率应用题时，先要把题目中所求的百分率改说成求一个数是另一个数的百分之几，明确百分率的意义。

例 3 光明配件厂一车间日产零件 2100 个，合格的产品达 2058 个。求产品的合格率。

求“合格率”就是求“合格的产品数”占“生产零件总数”的百分之几。这样就把题目转化成一般的求百分数的应用题。

2058÷2100=0.98=98%

或 $\frac{2058}{2100}\times 100\% = 0.98\times 100\% = 98\%$

答：产品的合格率是 98%。（任雪三）

## 抓住应用题的问句分析数量关系

解答“求一个数是另一个数的百分之几”的应用题，要注意从题目的问句入手，通过分析，找出已知条件与所求问题之间的数量关系，再把已知的数据代入数量关系式中，列出解题的算式。例如：

某村去年计划造林 160 公亩，实际造林 200 公亩。实际造林比原计划增加了百分之几？

分析这道题的问句，我们知道，求“实际造林比原计划增加了百分之几”，就是求“实际造林比原计划增加的公亩数”是“原计划造林公亩数”的百分之几。列出数量关系式．

增加的公亩数÷原计划的公亩数=增加的百分数

这道题已知原计划造林的公亩数（160 公亩）和实际造林的公亩数（200 公亩），根据这两个条件可以求出实际造林比原计划增加的公亩数：200-160=40（公亩）。把这些数据代入上面的数量关系式中，就可以列出解题的算式：

（200—160）÷160=40÷160=25%答：略。

当应用题的问句比较完整时，我们可以直接从问句中找出数量关系。例如：

根据应用题的问句“先进生产者占全厂职工总数的百分之几？”列出数量关系式：

先进生产者人数÷全厂职工人数=先进生产者占的百分数

根据问句“男生比女生多百分之几？”列出数量关系式：

男生比女生多的人数÷女生人数=男生比女生多的百分数

当应用题中出现缩简的问句时，要联系应用题的内容，把问句扩成比较完整的句子，再找出数量关系。例如：

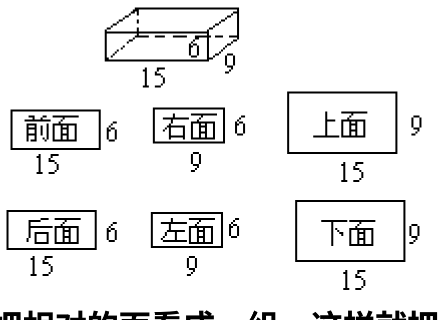
把应用题的问句“节约了百分之几？”扩句为“实际比计划节约了百分之几？”再列出数量关系式。

把问句“还剩百分之几？”扩句为“还剩的数量占总量的百分之几？”再列出数量关系式。（东海）

## 把长方体的六个面“揭”下来

长方体或者正方体六个面的总面积，叫做它的表面积。怎样计算长方体的表面积呢？

我们把一个长 15 厘米、宽 9 厘米、高 6 厘米的长方体的前面、后面、左面、右面、上面、下面这六个面从长方体的实物上“揭”下来（如下图）：




如果按竖的方向把相对的面看成一组，这样就把长方体的六个面分成了三组。根据长方体相对的面的面积相等的特征，可以求出第一组前、后的两个面的面积是 15×6×2；第二组左、右的两个面的面积是 9×6×2；第三组上、下的两个面的面积是 15×9×2。把三个组六个面的面积相加，就得到这个长方体的表面积。

15×6×2+9×6×2+15×9×2

=180+108+270

=558（平方厘米）

如果按横的方向把六个面分成两组，那么，第一组是：前面、右面、上面；第二组是：后面、左面、下面。因为，第一组的三个面的面积之和与第二组的三个面的面积之和相等，所以，用第一组或第二组三个面的面积之和乘以 2，就得到这个长方体的表面积。

（15×6+9×6＋15×9）×2

=279×2

=558（平方厘米）

很明显，计算长方体表面积的第二种方法比较简便。（魏敏）

## 长方体五个面的面积的求法

五年制小学数学课本第九册第 89 页第 9 题：利民白铁制品厂制做一种长方体不带盖的桶，长 2.5 分米，宽 2.5 分米，高 3.5 分米。制做一个这样的桶，至少需要白铁皮多少平方分米？这道题一般有两种解法：

解法一：把铁皮桶假设成有盖的，先求 6 个面的面积，然后减去盖子的面积，得到无盖铁皮桶的五个面的面积。列式是：（2.5×2.5+2.5×3.5+3.5×2.5）×2-2.5×2.5

解法二：由于铁皮桶不带盖，直接计算 5 个面的面积。列式是：2.5×2.5+（2.5×3.5+3.5×2.5）×2。

除了以上两种解法，这道题还有两种比较简便的解法。

解法三：铁皮桶长 2.5 分米，宽 2.5 分米，表明铁皮桶的底面是一个正方形，那么它的四个侧面一定是面积相等的长方形。用底面积加上四个长方形面积等于无盖铁皮桶的五个面的面积。列式是：2.5×2.5+2.5×3.5×4。

解法四：把铁皮桶的侧面展开，是一个长方形。长方形的长是铁皮桶的底面周长，宽是铁皮桶的高，用底面积加上侧面积，也得到铁皮桶的五个面的面积。列式是：2.5×2.5+2.5×4×3.5。

（蔡致明）

## 容积与体积的区别

由于容积与体积的计算方法相同，所以，不少同学认为容积就是体积，其实，容积和体积是两个不同的概念，它们是有区别的。

（1）含义不同。如一只铁桶的体积是指它所占空间部分的大小，而这只铁桶的容积却是指它容纳物体的多少。一种物体有体积，可不一定有容积。

（2）测量方法不同。在计算物体的体积或容积前一般要先测量长、宽、高，求物体的体积是从该物体的外部来测量，而求容积却是从物体的内部来测量。一种既有体积又有容积的物体，它的体积一定大于它的容积。

（3）单位名称不完全相同。体积单位一般用：立方米、立方分米、立方厘米；固体、气体的容积单位与体积单位相同，而液体的容积单位一般用升、毫升。（廖良国）

## 解题后发现的规律

数学课上，张老师在小黑板上出了两道思考题：

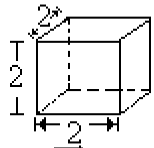


图 1

（1）有两块积木（如图 1、图 2，单位：厘米），请分别计算出它们的表面积和体积。如果把它们粘在一起（如图 3），那么这块组合积木的表面积和体积是多少？

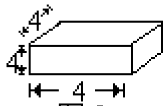


图 2

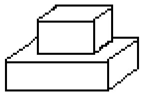


图 3

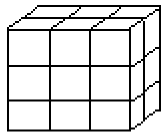


图 4

（2）有一个正方体（如图 4），棱长 3 分米，求它的表面积，如果把它截成体积相等的 27 块小正方体，每块小正方体的表面积、体积各是多少？27 块小正方体表面积的和、体积的和是不是与原来大正方体的表面积、体积分别相等？

王向群同学运用刚学到的长方体、正方体表面积与体积计算公式做完这两道题后，把计算结果进行了比较，并又举例进行计算分析，结果发现了有关几何体分解与组合后计算表面积与体积的两条规律：

（1）几个相同的或不同的几何体通过重叠组合成一个新的几何体，它的体积等于原来几个几何体体积之和，而表面积却比原来几个几何体表面积之和减少了，如果重叠部分面积为 S，那么减少的表面积就是 2×S。

（2）把一个几何体分截成若干部分，分截后各块体积的和等于原几何体体积；分截后各块表面积之和比原几何体表面积增加了。如果所有截面的面积加起来是 S，那么，增加的表面积就是 2×S。

读者小朋友，请你再举几个几何体分解、组合后求表面积、体积的例子来验证一下王向群同学发现的这两个规律。再请你回忆一下：几何图形分解、组合后求周长和面积时，是不是也有类似的规律。（周庆莲）

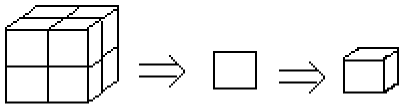
## 求不出棱长也能算

数学兴趣小组活动，老师给同学们出了一道题：

一个正方体木块，表面积是 12 平方分米。把它截成 8 个体积相等的小正方体，求每个小正方体的表面积。

明明想了一会儿，说：“这道题无法做。因为，根据已知条件可以求得大正方体一个面的面积 12÷6=2（平方分米），可是，2 是由哪两个相同的数相乘得到的呢？求不出棱长，无法计算表面积。”

“求不出棱长也能算，”聪聪说，“把一个正方体截成 8 个大小一样的小正方体，增加的面积等于大正方体 6 个面的面积。所以，8 个正方体的表面积总和是大正方体表面积的 2 倍，因此，每个小正方体的表面积是 12×2÷8=3（平方分米）。”



明明受到启发，他根据题意作图，也想出一种解法。先求出大正方体一个面的面积，再求出小正方体一个面的面积，最后求出一个小正方体的表面积。

12÷6÷4×6=3（平方分米）

答：每个小正方体的表面积是 3 平方分米。

同学们，这道题的解法很多，你能想出几种？（缑绎功）

## 学好“圆的认识”掌握周长公式

**一、通过画圆认识圆心、半径、直径**

用圆规画圆时，先定好两只脚之间的距离，一只脚固定在一点上，装有铅笔的另一只脚旋转一周，就画出一个圆。固定的那一点叫圆心（o）。圆心到圆上任意一点的线段叫做半径（r）。半径的长也就是圆规两脚间的距离。通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径（d）。在同一圆里，所有的半径都相等,所有的直径也都相等,直径等于半径的2倍（$d=2r$或$r=\frac{d}{2}$）。圆心决定圆的位置，半径（或直径）的长短决定圆的大小。

**二、通过认识圆周率掌握圆周长的计算方法**

实验告诉我们，任何一个圆的周长总是它的直径的 3 倍多一点。这个倍数是个固定的数，我们把它叫圆周率（π），π是无限不循环小数，它的值在 3.1415926 和 3.1415927 之间。我们在计算时，一般把π保留两位小数，取 3.14。

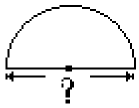
因为，圆的周长是直径的π倍，也就是圆的周长÷直径=π，所以，圆周长的计算公式是 C=πd 或 C=2πr。如果已知圆周长，也可以求出圆的直径或半径$d=\frac{C}{p}$或$r=\frac{C}{2p}$。

**练一练**

1．一个圆的半径是 4 厘米，它的直径是（）厘米，周长是（）厘米。

2．一个圆的周长是 50.24 分米，它的半径是（）分米，直径是（）分米。

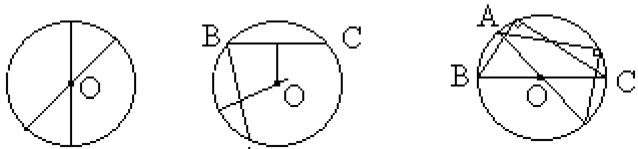
3．一个半圆（如图）的周长是 20.56 厘米，它的直径是（）厘米。




（徐礼华）

## 怎样找圆心

如果画在一张纸上的一个圆的圆心没有标出来，我们怎样找到这个圆的圆心呢？这里向同学们介绍三种简单的方法。




图(1)　图(2)　图(3)

一、折选法。先将圆面对折，使两个半圆重合，再把圆展开，圆中出现一条折痕。换一个角度，再对折一次，使两个半圆重合，展开后又出现一条折痕。这两条折痕（实际上就是圆的两条直径）的交点就是圆心。（见图 1）

二、垂直平分线法。在圆上任意选三点（不要靠得太近），如图 2 中的 A、B、C。连接 AB、BC（连接 AC 也行），用刻度尺找出 AB、BC 的中点，再过这两个中点作 AB、BC 的垂线。这两条垂线就是 AB、BC 的垂直平分线。这

两条垂直平分线的交点就是圆心。（见图 2）

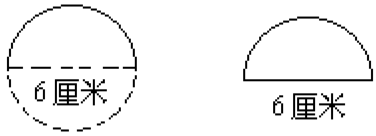
三、直角法。把一个三角板的直角的顶点放在圆周上某一点处（如图 3 中的 A 点），直角板的两个直角边与圆上交于 B、C 两点，连 BC，BC 就是一条直径。用同样的方法换一个位置又可以找到一条直径。这两条直径的交点就是圆心（见图 3）。

同学们可以先用圆规画一个圆，再用上面讲的三种方法来找圆心，看找到的圆心和原来画圆时定的圆心是不是重合。同学们在动手操作时还要动脑筋想想每一种方法的道理是什么？

最后给同学们出一道思考题：如果在一张纸上任意点三点（注意：这三点不在同一条直线上），你能不能画出一个圆，使这三点都在圆上。（徐礼华）

## 圆周长的一半和半圆的周长相等吗

同一个圆，圆周长的一半和半圆的周长是完全不相等的。




例如，求圆周长的一半，（图中实线部分）。是先求出整个圆的周长，再求它的一半。3.14×6÷2=18.84÷2=9.42（厘米）。

求半圆周长，是先求出圆周长的一半，再加上一条直径，实际上是求整个半圆图形的周长。3.14×6÷2+6=18.84÷2+6=9.42+6=15.42（厘米）。

由此可见，“圆周长的一半”与“半圆周长”是完全不相等的。

（张洛银）

## 已知圆的直径求圆面积的三种算法

已知圆的直径求圆面积有三种算法：

例如：一个直径为 12 米的圆形鱼池，它的面积是多少平方米？

方法一 $S=\pi r^2$

$=3.14\times(12\div2)^2$

$=3.14\times36$

=113.04（平方米）

方法二 $S=\frac{\pi d^2}{4}$

$=\frac{3.14\times12\times\cancel{12}^{3}}{\cancel{4}}$

$=3.14\times36$

$=113.04$(平方米)

方法三 $S=0.785d^2$

$=0.785\times12\times12$

=113.04（平方米）

答：它的面积是 113.04 平方米。

方法一是同学们熟悉的一种方法。方法二和方法三计算圆面积公式是怎样推导出来的呢？

$S = \pi r^2 = \pi \times r \times r$

$= \pi \times \frac{d}{2} \times \frac{d}{2} \quad (r = \frac{d}{2})$

$= \frac{pd^2}{4}$

又因为$\frac{p}{4} = 3.14 \div 4 = 0.785$，所以已知圆的直径求圆面积还可以按下面的公式进行计算：$S=0.785d^2$

方法一是同学们常用的一种方法，方法二在分数的分子分母能够约分的情况下比较简便，方法三计算比较麻烦。（张建新）

## 环形面积的简便计算

[题目]一个环形铁片，外圆半径是 0.65 米，内圆半径是 0.35 米。这个铁片的面积是多少平方米？

[一般解法]用环形铁片的外圆面积减去内圆面积，就得到铁片的实际面积。

$3.14\times0.65^2-3.14\times0.35^2$

$=3.14\times（0.65^2-0.35^2）$

$=3.14\times0.3$

=0.942（平方米）

答：这个铁片的面积是 0.942 平方米。

[巧妙解法]

上面的解法，在计算过程中已经运用乘法分配律使计算简便。但是，还有更简便的计算方法。我们用 R 表示环形外圆半径，r 表示内圆半径，那么，环形的面积是：

$S_{圆环}=\pi R^2-\pi r^2$

=π（R2-r2）

怎样计算 $R^2-r^2$ 呢？请

同学们看右图：

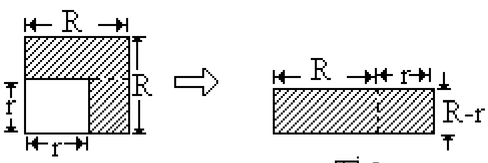



图 1　　图 2

图 1 中阴影部分的面积等于大正方形面积减去小正方形面积，就是 $R^2-r^2$。把图 1 的阴影部分沿图中虚线割开，再拼合成一个长方形（如图 2），阴影部分的面积也可以这样计算：

（R+r）×（R-r）。

所以，$R^2-r^2$=（R+r）×（R-r）

这样，我们就得到了环形面积的简便算法：

S 圆环=π（R+r）（R-r）

用这个公式计算题目中环形铁片的面积：

3.14×（0.65+0.35）×（0.65-0.35）。

=3.14×1×0.3

=0.942（平方米）

答：这个铁片的面积是 0.942 平方米。（许怀诚）

## 把“π”留到最后取值计算

计算有关圆、圆柱的周长或面积时，总会碰到圆周率“π”参与计算。如果直接把π取近似值（3.14）进行计算，往往使计算变得复杂而且容易出错。如果把π的值最后代入计算，就会简便得多。例如，把一根 8 分米长的铁丝围成一个圆，围成圆面积是多少平方分米？（得数保留一位小数）

一般方法

8÷3.14÷2≈1.27（分米）

3.14×$1.27^2$≈5.1（平方分米）

答：圆的面积约是 5.1 平方分米。

简便方法

$S = \pi r^2$

$= \pi \times (\frac{8}{p2})^2$

$= \pi \times \frac{8}{2p} \times \frac{8}{2p}$

$= \frac{16}{p}$

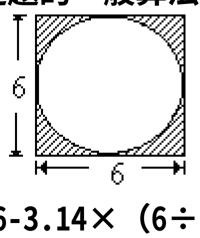
≈5.1（平方分米）

答：圆的面积约是 5.1 平方分米。（肖瑞文）

## 你能找出规律吗

六年制小学数学课本第十二册第 10 页有这样一道题 计算下图中阴影部分的面积。（单位：厘米）

这道题的一般算法是：用正方形的面积减去圆的面积，就得到阴影部分




的面积。

6×6-3.14×$（6÷2）^2$

=36-28.26

=7.74（平方厘米）

答：阴影部分的面积是 7.74 平方厘米。

这道题看起来不难，但其中隐藏着一个规律。你能找出规律吗？

我们分别设这个图形中的正方形边长为 1 厘米、2 厘米、3 厘米、4 厘米……然后分别计算正方形的面积、圆的面积、圆面积占正方形面积的百分之几（如下表）。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 正方形的边长（厘米） | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 正方形的面积（平方厘米） | 1 | 4 | 9 | 16 |
| 圆的面积（平方厘米） | 0.785 | 3.14 | 7.065 | 12.56 |
| 圆面积占正方形面积的百分率 | 78.5% | 78.5% | 78.5% | 78.5% |

规律找到了，无论正方形的边长是多少，正方形里最大圆的面积占正方形面积的百分率不变，是 78.5%。

运用这个规律去解答上面那道题就比较容易了。因为圆面积占正方形面积的 78.5%，所以，阴影部分的面积占正方形面积的（1-78.5%）。

（6×6）×（1-78.5%）

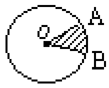
=36×21.5%

=7.74（平方厘米）

答：阴影部分的面积是 7.74 平方厘米。（张俊元）

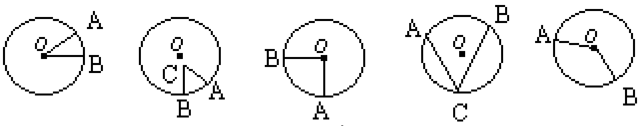
## 帮助你学习“扇形面积”

一、认清特征。我们先在图 1 的圆里来弄清几个与扇形有关的概念。认准扇形特征：①圆上任意两点（如 A、B）之间的部分叫做“弧”，弧是圆周的一部分，是一条曲线，读作“弧 AB”；②顶点在圆心上的角叫做“圆心角”。请你判断下面的角哪些是圆心角？哪些不是？为什么？



图(1)

你一定还发现，每一个圆心角都与一条弧对应着。③由圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形叫做“扇形”，扇形总是整个圆面的一部分。还要注意图（1）的圆里，阴影部分与空白部分都是扇形。



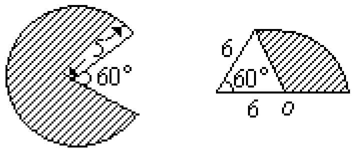
图(2)

二、灵活计算。计算扇形面积，可以像课本里那样，先求整个圆面积，再求圆心角是 1°的扇形面积，最后求圆心角是 n°的扇形面积，公式是 $S=\frac{\pi r^2}{360}\times n$；也可以先求整个圆面积，再求扇形是整个圆面的几分之几（即扇形圆心角度数是 360°的几分之几）最后求圆心角是 n°的扇形面积，公式是 $\pi r^2\times\frac{n}{360}$；具体计算时，注意不要急于把其中的 $r^2$ 算出来，可以改写成 r×r，以便约分，使计算简便。

三、综合运用。学习扇形面积的计算，不仅要根据扇形半径与圆心角的度数，认真进行课本后的基本练习，达到熟练程度，还要能综合运用所学的知识，灵活地分析问题和解决问题。请你练习下面的题目：

1．计算下面图形中阴影部分的面积（单位：分米）

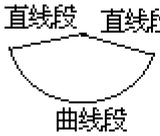
2．一个扇形的圆心角是 72°，顶点在周长为 9.42 分米的圆的圆心上。求这个扇形的面积。



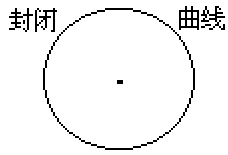

3．一个扇形的面积为 144 平方厘米，圆心角为 54°，求整个圆的面积。（张兴华）

## 圆和扇形的区别

圆和扇形是两个不同的概念，它们既有区别，又有联系。



图(1)



图(2)

扇形是由圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形。形象地说，就是两条线段和一段弧（曲线）围成了扇形（如图 1）。而圆是一条封闭曲线，圆上每一点到圆心的距离（半径）都相等（如图 2）。这就是圆和扇形本质上的区别。

圆和扇形有怎样的联系呢？当扇形的圆心角 n=360°时，扇形变成了圆，扇形的面积公式变成了圆面积公式：

$$S=\frac{p r^{2}}{360}\times n=\frac{p r^{2}}{360}\times 360=p r^{2}$$

所以，圆可以看成圆心角是 360°的扇形。注意：这里只是说“可以看成”，如果认为“圆是特殊的扇形”那就错了。（孙海鹰）

## 用旋转法巧求图形面积

有的图形阴影部分面积的求法使用旋转法以后，就能找到较为简捷的求积方法。

例如：求下面各图形阴影部分的面积（长度单位是厘米）。

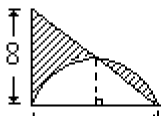


图 1

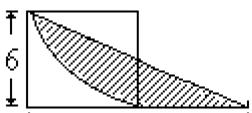


图 2

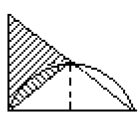


图 3

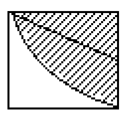


图 4

解：图 1 如果以半圆的圆心做中心点，把右半图向左旋转，就能转化成图 3，原图左右两边的阴影部分合并成一个三角形，空白部分三角形的底是 8 厘米，高是（8÷2）厘米，面积是：$8\times(8\div 2)\times\frac{1}{2}=16$（平方厘米）。

阴影部分面积是：8×8÷2-16=16（平方厘米）

图 2 如果以正方形的右边边长与大三角形的斜边的交点为中心点，把图右下部分小三角形阴影沿逆时针方向往上旋转，就成为图 4，阴影部分是一个扇形，半径是6厘米，圆心角是90°，它的面积是：$3.14\times6^2\times\frac{1}{4}$ $=3.14\times\cancel{36}^{9}\times\frac{1}{\cancel{4}_{1}}=28.26$（平方厘米）。如果用一般方法求阴影部分的面积，就要用大三角形的面积减去图中左下方空白部分的面积，而空白部分的面积又是正方形的面积减去扇形面积。用这种方法解答如下：

$(6+6)\times6\times\frac{1}{2}=12\times6\times\frac{1}{2}=36$（平方厘米）。

$6\times6-3.14\times6^2\times\frac{1}{4}=36-28.26=7.74$（平方厘米）。

36-7.74=28.26（平方厘米）。

可见，用旋转法比用一般方法简便得多。（董世春）

## 找出图形中的隐蔽条件

同学们都知道组合图形是由几个相关联的基本图形所组成，计算组合图形的面积时，首先必须把它分解成若干个简单图形，然后，分别求出它们的面积，从而探索出解题途径。可是在求解的过程中，不少同学由于找不到隐蔽在图形中的计算条件而束手无策，现举出两例使同学们从中能受到启发。

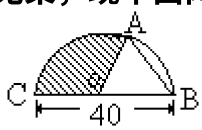


图 1

例 1 求图 1 中阴影部分的面积（AB=20，单位：厘米）。

本题阴影部分及空白部分都为扇形，因此分解图形比较容易。可用 $S_{半圆}-S_{空白扇形}$求解，也可直接求阴影部分的扇形面积。根据图 1 中条件可知半径为 40÷2=20（厘米），但是，图中并没有圆心角的度数，而求扇形的面积必须知道这一条件。这一条件隐蔽在题中需要运用有关图形的性质，逐步推得：

因为 CB=40 厘米，所以 OB=40÷2=20（厘米）

因为 AB=20 厘米

OB=20 厘米

OA=OB=20 厘米

所以三角形 AOB 是正三角形

∠AOB=60°

∠AOC=180°-60°=120°

请同学们自己计算图 1 中阴影部分的面积。

例 2 求图 2 等腰梯形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

先将图 2 分解成几个基本图形，如，

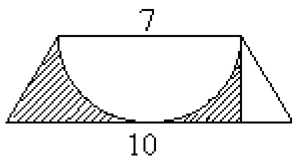


图 2

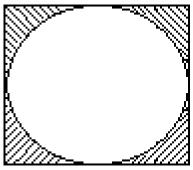
**分解①：**$S_{阴影部分}=S_{直角梯形}-S_{半圆}$

**分解②：**$S_{阴影部分}=S_{梯形}-S_{半圆}-S_{直角三角形}$**再根据分解出的基本图形，分析计算面积时所缺少的条件：已知半圆直径是 7 厘米，可知半径为 3.5 厘米，它又是梯形的高及三角形的高（公用条件）。从等腰梯形的特点出发，通过计算转化而得，三角形底边为（10-7）÷2=1.5（厘米），直角梯形下底边长为 10-1.5=8.5（厘米），这样找出了隐蔽的条件，求解就不困难了。**

**（沈长生）**

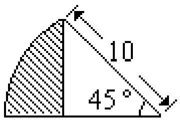
## 利用“扩大法”巧求阴影部分面积

**[例 1]已知右图中正方形的面积是 8 平方分米，求阴影部分的面积。**



**许多同学一看到图形就想到先求正方形边长，再求阴影部分的面积。但是，由于没有学过开平方的知识，所以正方形的边长无法求出来，整个题目也就无法计算。**

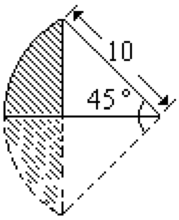
**我们如果利用“扩大法”，问题便迎刃而解了。**




**先把正方形面积扩大 2 倍，得到扩大后的正方形面积为 16 平方分米，由此推出扩大后的正方形边长（圆的直径）**

**是**4**分米。从而求出扩大后的图形阴影部分面积是**$16-3.14\times(\frac{4}{2})^2=3.44$**（平方分米），然后再缩小 2 倍便得到实际图形阴影部分面积，就是 3.44÷2=1.72（平方分米）。**

**[例 2]如图，扇形的半径为 10 厘米，圆心角为 45°，求阴影部分的面积。很显然，这道题中阴影部分的面积等于扇形面积减去三角形面积，而求三角形的面积缺少条件不好进行计算。我们也可利用“扩大法”解。**




**把原图扩大 2 倍后变为右图，根据图形列算式为：**

$\frac{1}{2}\times(\frac{3.14\times10^2}{360}\times90-\frac{1}{2}\times10\times10)$

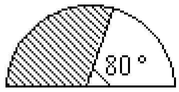
$=\frac{1}{2}\times(78.5-50)$

$=14.25$**（平方厘米）**

**（缑绎功）**

## 要善于联想学过的知识

题目：如下图，空白部分的面积是 7.2 平方厘米，求阴影部分的面积。




解这道题如果用公式来求扇形面积，就需要知道圆心角的度数和半径的长，但是根据同学们现有的知识很难求出半径，这样就使解题陷入了困境。如果我们能联想学过的知识，比如扇形面积公式的推导过程，一些应用题的解法等，解题思路便豁然开朗。

一、从“归一”角度去思考。“归一”就是求单一量，这是推导扇形面积公式的基本思路。因为图中圆心角是 80°的扇形面积是 7.2 平方厘米，所以圆心角是 1°的扇形面积是“7.2÷80”平方厘米，所以，阴影部分圆心角是 100°（180°-80°）的扇形面积是：

7.2÷80×（180-80）=9（平方厘米）

二、从倍比角度去思考。因为在同一圆中半径相等，所以阴影部分的扇形圆心角是空白部分扇形圆心角的几倍，它的面积就是空白部分扇形面积的几倍。由此可知，阴影部分的扇形面积可以这样计算：

$7.2\times\frac{180-80}{80}=9$（平方厘米）

三、从分数角度去思考。扇形的圆心角是周角的几（百）分之几，它的面积就是所在圆的面积的几（百）分之几。由此可知，扇形所在的圆面积是：$7.2\div\frac{80}{360}=3.6\times9$平方厘米。而阴影部分扇形面积占圆面积的$\frac{180-80}{360}$，所以阴影部分扇形面积还可以这样计算：

$3.6\times9\times\frac{180-80}{360}=9$（平方厘米）

四、从列方程角度去思考。因为在同一个圆中，圆心角是 1°的扇形面积是一定的。所以，就可以利用这一不变量列方程来解。

解：设阴影部分的扇形面积是 x 平方厘米。

列方程得：x÷（180-80）=7.2÷80

x=9

从上面的分析我们可知，解几何题，切不可死套公式，要善于联想学过的知识，认真分析和充分利用题中隐含的数量关系，灵活地运用公式。（王友义）

## “圆柱体”与“圆柱形”有什么区别

学生：老师，我在学习“圆柱体”这一内容时，看到有些题目里讲“圆柱形”，“圆柱形”与“圆柱体”在概念上有什么区别？

老师：要回答这个问题，首先要弄清楚什么叫做圆柱体。现在请你用一块长方形纸板，绕它的一边旋转一下，边转边想，旋转一周得出来的是什么？

学生：旋转一周得出来的就是课本上讲的圆柱体。

老师：对，这种圆柱体叫做直圆柱。对直圆柱体，在中学课本中是这样

说的：“一个矩形（长方形）围绕它的一边旋转一周，形成的几何体叫做直圆柱。”根据这种说法，请你想一想，圆柱体有什么特点？

学生：圆柱体有一个侧面和两个底面，把它展开，侧面是一个长方形，两个底面是面积相等的两个圆。

老师：对了。如果只有一个底面和一个侧面（展开只有一个圆和一个长方形）或只有一个侧面（展开只有一个长方形），这只能说像圆柱体形状，应该称为圆柱形。

学生：那么，“圆柱形油桶、圆柱形木块”也各有两个底面，为什么还说是“圆柱形”？

老师：对于油桶、木块等具体物体，虽然也有两个底面，但是你只要仔细地观察一下，就会发现这些物体与“圆柱体”概念不完全相符合。事实上，对于一个具体的物体来说，与圆柱体的概念完全相符合是很少见的，因此，习惯上我们把具有圆柱体形状的物体都称为“圆柱形”，而“圆柱体”只是一个抽象的概念。（王云昌）

## 巧求圆柱体的体积

题目：一个圆柱体的底面半径是 2 分米，侧面积是 12.56 平方分米。求这个圆柱体的体积。

一般解法：

（1）圆柱体的高是多少分米？

12.56÷[3．14÷（2×2）]=1（分米）

（2）圆柱体的体积是多少立方分米？

$3.14\times2^2\times1=12.56$（立方分米）

答：圆柱体的体积是 12.56 立方分米。

巧妙解法：

12.56÷2×2=12.56（立方分米）

答：圆柱体的体积是 12.56 立方分米。

为什么可以这样计算呢？我们知道，在推导圆柱体的体积公式时，是把圆柱的底面分成许多相等的扇形，然后把圆柱切开，拼成一个近似的长方体（如图 1）。

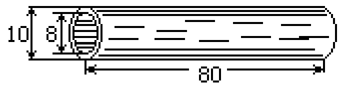
如果把拼成的长方体放“倒”（如图 2），那么，长方体的底面积相当于圆柱体侧面积的一半，长方体的高相当于圆柱体的半径。所以，圆柱体的体积，也可以这样计算：

圆柱体的体积=圆柱体的侧面积÷2×底面半径，或圆柱体的体积 = 侧面积×底面半径×$\frac{1}{2}$。

（熊士一）

## 怎样求钢管的体积

六年制小学数学课本第十二册第 22 页有这样一道题：下面是一根钢管，求它的体积。（单位：厘米）

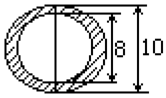


**解法一：把这根钢管看作一个实心的圆柱体，求出它的体积：3.14×（**$\frac{10}{2}$**）**$^2$×80＝6280**（立方厘米）。把钢管中间的空心部分也看作一个圆柱体，求出它的体积：**3.14×**（**$\frac{8}{2}$**）**$^2$×80＝4019.2**（立方厘米）。用大的圆柱体积减去空心部分的体积就得到这根钢管的体积：6280-4019.2=2260.8（立方厘米）。**

**列综合算式解答：**

3.14**（**$\frac{10}{2}$**）**$^2$×80－3.14×**（**$\frac{8}{2}$**）**$^2$×80
＝6280－4019.2
＝2260.8**（立方厘米）（答略）**

**解法二：先求出这根钢管的横截面（如图所示的环形）的面积：3.14×（**$\frac{10}{2}$**）**$^2$－3.14×**（**$\frac{8}{2}$**）**$^2$＝28.26**（平方厘米），再用横截面面积乘以钢管的长就得到钢管的体积：28.26×80=2260.8（立方厘米）。**



**列综合算式解答：**

[3.14×**（**$\frac{10}{2}$**）**$^2$－3.14×**（**$\frac{8}{2}$**）**$^2$]×80
＝28.26×80
＝2260.8**（立方厘米）（答略）**

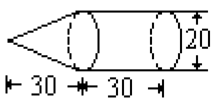
**请同学们比较一下，两种解法哪一种容易理解，哪一种计算简便。（张国智）**

## 三种思路 三种解法

**例：求下面零件的体积。（单位：厘米）**

**第一种思路：把零件分解为圆锥体和圆柱体两个部分，根据条件和公式来求解。**

**解法一：**



**（1）圆锥的体积：**

$\frac{1}{3}$×3.14×**（**$\frac{20}{2}$**）**$^2$×30
＝3140**（立方厘米）**

**（2）圆柱的体积：**

3.14×**（**$\frac{20}{2}$**）**$^2$×30＝9420**（立方厘米）**

**（3）零件的体积：9420+3140=12560（立方厘米）第二种思路：因为**

零件中圆锥部分的体积相当于圆柱体积的$\frac{1}{3}$，所以这个零件的体积是圆柱的（$1+\frac{1}{3}$）。

解法二：

$3.14$×（$\frac{20}{2}$）$^2$×$30$×（$1+\frac{1}{3}$） $=9420$×$\frac{4}{3}=12560$（立方厘米）

第三种思路：假设零件的圆锥部分锻压成底面积相同的圆柱，高就是圆锥高的$\frac{1}{3}$，这样，整个零件的体积就等于一个高为（$30+\frac{30}{3}$）厘米的圆柱的体积。

解法三：

$3.14$×（$\frac{20}{2}$）$^2$×（$30+\frac{30}{3}$）

3.14×100×40=12560（立方厘米）（钟新）

## 怎样画条形统计图

要画好条形统计图，关键是要掌握好画图的几个步骤：

1．为了使图形大小适当，先要确定横轴和纵轴的长度，画出横轴和纵轴。

2．确定单位长度，根据要表示的数据的大小和数据的种类，分别确定两个轴的单位长度，在横纵、纵轴上从零开始等距离分段。

3．用长短（或高低）不同的直条来表示具体的数量，直条的宽度要适当，每个直条的宽度要相等，直条之间的距离也要相等。

4．要注明各直条所表示的统计对象、单位和数量，写上统计图的名称、制图日期，复式条形图还要有图例。

例如 黄河乡农科站试验田 1989 年至 1992 年水稻和花生产量情况如下：

1989 年：水稻 500 千克，花生 300 千克

1990 年：水稻 550 千克，花生 320 千克

1991 年：水稻 580 千克，花生 360 千克

1992 年：水稻 620 千克，花生 410 千克

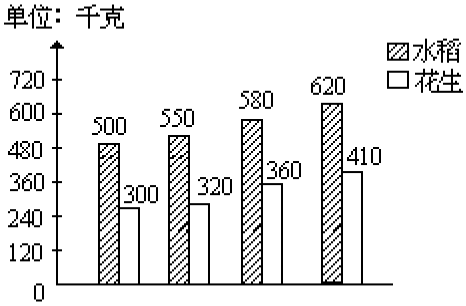
根据上面的数据制成条形统计图。

（1）画纵轴的长为 6.5 厘米（题目中统计的量，大数据为 620 千克，620÷6≈103（千克），纵轴的单位长度确定为 1 厘米表示 120 千克。用直尺将纵轴自下而上截每段 1 厘米的 6 段，在每一小段等分点旁（包括起点）注明它所代表的产量，并在图的左上方写上“单位：千克”；（2）画横轴长为 8.5 厘米（题目中有 4 个年份，8÷4=2（厘米），横轴的单位长度确定为 2 厘米表示 1 个年份，用直尺将横轴从左到右截每 2 厘米的 4 段，顺次在 4 个等分点的左下方写上 4 个年份。（3）在横轴的各等分点左边，根据题中的数据以及上面所讲的第 3 个步骤画出直条。（4）按上面所讲的第 4 个步骤完成全图。

黄河乡农科站试验田水稻和花生产量统计图

黄河乡农科站试验田水稻和花生产量统计图

（1989 年— 1992 年）　1993 年 1 月




## 怎样绘制扇形统计图

什么叫扇形统计图？用整个圆表示统计的总数，而用这个圆里的几个扇形，分别表示各部分所占总体的百分数，像这样的统计图叫做扇形统计图。绘制扇形统计图一般有以下三个步骤：

1．算。就是先算出各部分占整体的百分数，再算出与各部分相对应的扇形的圆心角的度数。

2．画。就是先用圆规画一个圆，再用量角器按各个扇形圆心角的度数依次画出相应的扇形。

3．写。就是写出各扇形所代表的项目占整体的百分数，并用不同的标记把各个扇形区别开来，写上统计图的名称和制图日期。

请同学们看下面的一个例子。

例：和桥村今年各种作物的计划种植面积是：粮食作物 504 公亩，棉花 144 公亩，油料作物 72 公亩。各占总面积的百分之几？制成扇形统计图。

1．先算出各种作物占总面积的百分数，再算出表示三种作物的三个扇形的圆心角的度数。

①504+144+72=720（公亩）……总面积。

②504÷720=0.7=70%，

360°×70%=252°……粮食作物

③144÷720=0.2=20%，

360°×20%=72°……棉花

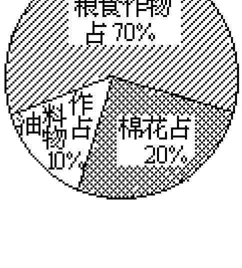
④1-70%-20%=10%，

360°×10%=36°……油料作物

2．先用圆规画一个圆，表示总种植面积是“1”，再用量角器在这个圆里量出上面计算出来的三个扇形的圆心角的度数，就得到三个扇形，如下图。（想一想：一次使用量角器最多只能量 180°的角，252°怎么量呢？）

和桥村今年各种作物计划种植面积统计图

1992 年 3 月



3．在圆心角是 252°的扇形里写上粮食作物所占的百分数，并用单剖面线把它标出来；在圆心角是 72°的扇形里写上棉花所占的百分数，并用双剖面线把它标出来；在圆心角是 36°的扇形里写上油料作物所占的百分数。因为它已有别于其它两个扇形，所以不用打剖面线了。最后，写上这个统计图的名称和绘制的日期。

（夏恩威）

## 怎样理解比的意义

正确理解和掌握比的意义对学好《比和比例》这一单元的知识十分重要。怎样理解比的意义呢？课本上是这样写的，“两个数相除又叫做两个数的比”。具体地讲比包括以下三种情况：

（1）两个同类量相比。例如，一块长方形木板长 20 分米、宽 15 分米。长和宽的比是 20：15，宽和长的比是 15：20，这里两个同类量相比（两个量都是表示物体长度）。两个同类量相比相当于除法中的包含除，表示两个数的倍数关系。大数作为比的前项，小数作为比的后项时，相当于求大数是小数的几倍（20：15 相当于求长是宽的几倍）。当小数作为比的前项，大数为比的后项时，相当于求小数是大数的几分之几（15：20 相当于求宽是长的几分之几）。

（2）两个不同类量相比。例如，一辆汽车 4 小时行 200 千米，汽车行驶路程和时间的比是 200：4，汽车行驶时间和路程的比是 4：200。路程和时间是两个不同的量，两个不同类量相比相当于除法中的等分除，比的结果产生一个新的量。200：4 表示把 200 千米平均分成 4 份，每份是 50 千米，表示汽车 1 小时行 50 千米，也就是汽车的速度。4：200 表示把 4 小时平均分成 200 份，得数表示汽车每行 1 千米需要多少小时。

（3）几个数量间的连比。例如，一种混凝土是由水泥、沙子和石子按 2：3：5 组成。这里的 2：3：5 是几个数量间的连比，表示水泥、沙子和石子这几个部分量分别在整体（混凝土）中所占的份数。就是在混凝土总量（2+3+5=10 份）中，水泥占 2 份，沙子占 3 份，石子占 5 份。几个数量间的连比，只用于几个同类量相比，一般不能用于不同类量相比。（张连成）

## 区别情况　正确化简

为了正确、迅速地化简比，同学们应该根据不同的比所具有的特点，区别情况，选用恰当的方法。

1．化简整数比的方法：把比的前项和后项都除以它们的最大公约数，化成最简整数比。

例如：16：20=（16÷4）：（20÷4）=4：5

2．化简小数比的方法：先把比的前项和后项都同时扩大 10 倍、100 倍、1000 倍……把它化成整数比，然后再按整数比的化简方法化简。

例如：0.125：0.75=（0.125×1000）：（0.75×1000）=125：750=1：6

又如：1：0.25=（1×100）：（0.25×100）=100：25=4：1

3．化简分数比的方法：先把比的前项和后项都乘以它们分母的最小公倍数，变成整数比，再把整数比化成最简整数比。

例如：$\frac{3}{11}:\frac{2}{5}=(\frac{3}{11}\times55):(\frac{2}{5}\times55)=15:22$

4．化简分数、小数混合比的方法：先把比的前项和后项都化成小数或分数，然后按小数比或分数比的化简方法进行化简。

例如：$0.12:\frac{7}{10}=0.12:0.7=12:70=6:35$

又如：$\frac{2}{3}:0.75=\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=(\frac{2}{3}\times12):(\frac{3}{4}\times12)=8:9$

5．化简带有名数的两个同类量比的方法：如果比的前项和后项的名数相同，就按照整数比的化简方法化简，并将结果去掉名数。如果名数不相同，要先化成同名数，然后再化简。

例如：$\frac{2}{3}$千米：250米

$=\frac{2}{3}$千米：$\frac{1}{4}$千米$=\frac{2}{3}:\frac{1}{4}$

$=(\frac{2}{3}\times12):(\frac{1}{4}\times12)$

$=8:3$

（巢洪政）

## 求比值和化简比

许多同学在学习《比和比例》这一章内容时，很容易把“化简比”和“求比值”混淆起来。其实，这是两个不同的概念，不能混为一谈。那么，它们的主要区别是什么呢？

1．目的不同。求比例就是求比的前项除以后项所得的商；而化简比是把两个数的比化成最简单的整数比，也就是化简后的比要符合两个条件，一是比的前、后项都应是整数；二是前、后项的两个数要互质。

2．方法不同。求比值用的是除法；而化简比一般是运用比的基本性质，当然这不是绝对的，有些求比值的题目可以先化简比，再求比值；而有些化简比的题目，可以先当作求比值做，然后写成比的形式。

例如：（1）求比值3∶2

$3:2=3\div2=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

（2）求比值0.36∶7.2可以这样做：

$0.36:7.2=\frac{0.36}{7.2}=\frac{36}{720}=\frac{1}{20}$

（3）化简比1.35∶9

$1.35:9=\frac{1.35}{9}=\frac{135}{900}=\frac{3}{20}$

（4）化简比$7\frac{4}{5}:\frac{13}{15}$可以这样做：

$$7\frac{4}{5}:\frac{13}{15}=\frac{39}{5}:\frac{13}{15}$$

$$=\frac{\cancel{39}^{3}}{\cancel{5}_{1}}\times\frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{13}_{1}}=\frac{21}{1}$$

**3．结果不同。求比值的结果是一个数，这个数可以是整数，也可以是小数或分数（如果是假分数，就要化成整数或带分数）。而化简比最后的结果仍然是一个比，要写成比的形式，不能得整数或小数。例如，上面第（4）题化简比的结果就不能写成21，应写成$\frac{20}{1}$。**

**4.读法不同。如，第（2）题求比值结果是$\frac{1}{20}$，应读作，二十分之一。第（3）题化简比结果是$\frac{3}{20}$，应读作：3比20，如果读作：二十分之三，就错了。（沈路得　沈常青）**

## 怎样选择比例尺

**数学课上，王老师要同学们按一定的比例尺，把一个长 120 米、宽 60 米的长方形操场画在自己的纸上。**

**小兵一连画了好几张纸，还是没画好。他不是画得太小很难看，就是画得过大画不下。**

**按比例尺画图形，究竟怎样才能画得大小适当，美观大方呢？小兵的同桌——灵灵说，关键在于选择合适的比例尺。那么，怎样才能选择到合适的比例尺呢？灵灵说：**

**只要画图前，先量出图纸的长和宽，再根据要画图形的实际的长和宽，就可确定合适的比例尺。**

**例如，图纸的长是 30 厘米，宽是 20 厘米。就是：**

30**厘米**：120**米** $=30:12000=\frac{1}{400}$

20**厘米**：60**米** $=20:6000=\frac{1}{300}$

**这里有两个比例尺，但画图时不能选这两个比例尺。因为如果选比例尺$\frac{1}{300}$，操场的长就画不下；如果选比例尺$\frac{1}{400}$，图形能画下，但画出的长靠在纸边，不美观。因此，只要选择比上面两个比例尺适当小一点，例如$\frac{1}{500}$，就合适了。**

**王老师听了，称赞灵灵的办法好。（郑审机）**

## 比例尺是比还是比值

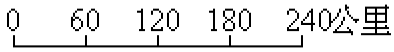
**我们知道，图上距离与实际距离的比叫做比例尺。从这个定义上看，比例尺应该是比；但它也可以写成分数形式，比如$\frac{1}{150000}$，它似乎又是比**

值。其实，比与比值是两个不同概念，但它们又有着密切的联系。在“图上距离：实际距离=比例尺”中，一般要把前项或后项化成 1，可以认为比例尺是化简后的比；在求图上距离或实际距离时，用分数形式表示的比例尺可作为比值来使用。如果是求比例尺，还是应该写成“图上距离：实际距离”，并化成前项为 1 的比。

可见，比例尺在概念上属于比，但在具体解题过程中有时可作为比值来使用。（曹平）

## 线段比例尺

我们打开各种地图，常常可以看到在图上附有一条注有数目的线段，用它来表示和地面上相对应的实际距离，这就叫做线段比例尺。例如：




它表示地图上 1 厘米的距离，相当于地面上实际距离 60 公里。把它换成数字比例尺，那就是 1： 6000000。

一般来说，应用线段比例尺求两地间的实际距离，要比数字比例尺来得方便。

例如，在比例尺是 1：6000000 的地图上量得南京到北京的距离是 15 厘米，要求南京到北京的实际距离大约是多少公里。我们无论是用求比的后项的方法（即用图上距离÷比例尺=实际距离），还是用解比例的方法，求出来的实际距离是用“厘米”作单位的，还要把它聚成“公里”。这样就比较麻烦，还容易把单位名称写错，或在聚的过程中发生错误。

如果在地图上附有像上面那样的线段比例尺，我们一眼就看出：图上 1 厘米的距离相当于地面 60 公里的实际距离。那么，在图上量得的 15 厘米，实际距离就是 15 个 60 公里，就可以直接用乘法计算，列算式为 :60×15=900（公里）。

因此，一般地图上都附有线段比例尺，以便人们在量出地图上两点之间的距离时，能直接算出地面上实际距离。（宇华）

## 怎样解答较复杂的“按比例分配”应用题

“按比例分配”问题的基本结构是：由分配量、分配比两个部分作条件，问题是求各个部分量是多少。基本解法是：先把几个部分量的比转化成各占分配量的几分之几，再用乘法求出各个部分量的值。较复杂的“按比例分配”问题，通常不直接给出分配量或分配比。因此，解题的关键是：通过转化使题目中的“量”和“比”相对应，把较复杂的题转化为基本题。1．把间接的分配量转化为直接的分配量

例如，新华书店运来3000本新书，把其中的$\frac{4}{5}$按3：5分给甲、乙两个门市部，每个门市部分到多少本 ？

分析：题中的“3000 本”是间接分配量，与 3：5 对应的直接分配量是“3000本的$\frac{4}{5}$”。

解：$3000\times\frac{4}{5}=2400$（本）

$3+5=8$

$2400\times\frac{3}{8}=900$（本）

$2400\times\frac{5}{8}=1500$（本）

答：略。

2．把隐蔽的分配量转化成明显的分配量

例如，一块长方形的麦田，长与宽的比是 5∶3。已知这块地的周长是 320 米，它的长和宽各是多少米？

分析：题中周长“320 米”貌似分配量，然而真正的分配量却隐藏在后面。5∶3 是长与宽的比，与它对应的分配量是“长与宽的和”，也就是长方形地周长的一半。

解：320÷2=160（米）

5+3=8

$160\times\frac{5}{8}=100$（米）

$160\times\frac{3}{8}=60$（米）

答：略。

3．把已知比转化成与分配量相对应的比

例如，等腰三角形的一个顶角与一个底角的比是 8∶5，它的顶角和底角各是多少度？

分析：“三角形的内角和是 180°”，题目中一般不出现，解题时要先把它揭示出来。由于题目中没有 8∶5 对应的分配量，因此要设法把已知比转化成“三个内角的比”，使得与 180°相对应。根据等腰三角形的两个底角相等的性质，可知顶角与另一底角的比也是 8∶5。所以，三个内角的比是 8∶5∶5。

解：8+5+5=18

$180°\times\frac{8}{18}=80°$

$180°\times\frac{5}{18}=50°$

答：略。（孙海鹰）

## 可以这样去判断

同学们知道，表示两个比相等的式子叫做比例。在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。由此，我们可以这样来判断已知的 4 个数是不是组成比例。首先把已知的 4 个数按照从大到小（或从小到大）的顺序排列，然后看一看最大数和最小数的积是不是等于另外两个数的积，如果相等，这 4 个数就能组成比例，如果不相等，这 4 个数就不能组成比例。例如：

判断下列各题中的 4 个数能不能组成比例。

（1）6、3、5、4

（2）1.6、7.5、2.5、4.8

将第（1）题中的 4 个数按照从大到小的顺序排列：6、5、4、3

因为，6×3≠5×4

所以，这 4 个数不能组成比例。

将第（2）题中的 4 个数也按照从大到小的顺序排列：7.5、4.8、2.5、1.6 因为，7.5×1.6=12，4.8×2.5=12 所以，这 4 个数能组成比例，也就是：7.5：4.8=2.5：1.6。

将第（3）题中的4个数按照从大到小的顺序排列是：$\frac{9}{10}$、$\frac{4}{5}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{2}{3}$

因为，$\frac{9}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$

所以，这4个数也能组成比例，也就是：$\frac{9}{10}:\frac{4}{5}=\frac{3}{4}:\frac{2}{3}$

（任雪三）

## 逆用比例的基本性质解题

同学们知道：在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。反过来，如果有两个数的积等于另外两个数的积，那么这四个数可以组成比例。逆用比例的基本性质，对有些较复杂的分数乘除法应用题能找到巧妙解法。

例如，有三种水果共重960千克，已知桔子重量的$\frac{3}{4}$等于苹果重量的$\frac{7}{12}$，等于香蕉重量的$\frac{21}{32}$。三种水果各有多少千克？

这道题如果按分数应用题的方法来思考，需要两次转化单位“1”，解起来比较复杂。如果逆用比例的基本性质，把这道题转化为按比例分配的方法解答比较容易理解。

根据题意得，桔子的重量×$\frac{3}{4}$=苹果的重量×$\frac{7}{12}$。逆用比例的基本性质，得比例式：桔子的重量：苹果的重量$=\frac{7}{12}:\frac{3}{4}=7:9$。

根据“苹果的重量×$\frac{7}{12}$=香蕉的重量×$\frac{21}{32}$”得，苹果的重量：香蕉的重量$=\frac{21}{32}:\frac{7}{12}=9:8$。

所以，桔子、苹果、香蕉的重量的比是 7：9：8。

$960\times\frac{7}{7+9+8}=280$（千克）……桔子

$960\times\frac{9}{7+9+8}=360$（千克）……苹果

$960\times\frac{8}{7+9+8}=320$（千克）……香蕉

答：桔子有 280 千克，苹果有 360 千克，香蕉有 320 千克同学们，下面一道题请你按分数应用题和逆用比例的基本性质两种方法解答，看哪种解法好？

甲乙二人共有图书72本，甲的$\frac{1}{4}$与乙的$\frac{1}{5}$相等。甲、乙原来各有图

书多少本？（王聿松）

## 正、反比例的比较

先观察下面的两个表。

在表一中，路程随着时间的变化而变化，而速度是一定的，也就是路程和时间的比值一定，所以路程和时间成正比例关系。在表二中，速度随着时间的变化而变化，而路程是一定的，也就是速度和时间的乘积一定，所以速度和时间成反比例关系。

表一：

| 时间（小时） | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| 路程（千米） | 5 | 10 | 25 | 50 | 100 |

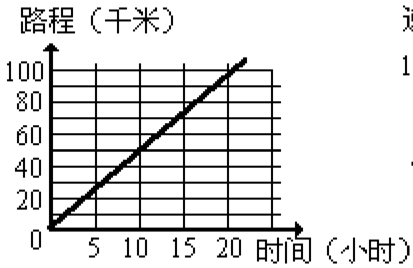
表二：

| 时间（小时） | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| 速度（千米／小时） | 100 | 50 | 20 | 10 | 5 |

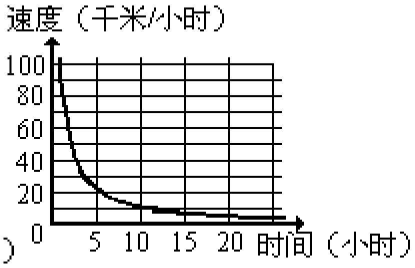
我们可以把成正比例关系和成反比例关系的联系与区别整理成下表：

| | 共同点 | 不同点 | |
|---|---|---|---|
| | | 特征 | 关系式 |
| 正比例关系 | 两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化 | 两种量中相对应的两个数的比值一定 | $\frac{X}{Y}=K$（一定） |
| 反比例关系 | | 两种量中相对应的两个数的积一定 | XY=K（一定） |

成正比例的量和成反比的量的变化规律，可以用图来表示。观察它们每组对应数值的点所连成的线，各是什么形状？



图一



图二

图一是根据表一绘成的，它反映了两个成正比例的量的变化规律；图二是根据表二绘成的，它反映了两个成反比例的量的变化规律。

原来，成正比例的图象是一条直线，成反比例的图象是一条曲线。

同学们想一想通过这一组题的比较，你发现“路程”、“速度”和“时间”这三种量之间有什么关系？（盛大启）

## 判断正反例的方法

判断正、反比例的方法概括起来有以下三步：

1．找“两种相关联的变量”和“定量”。

2．由“两种相关联的变量”和“定量”写出关系式（一般写出定量等于什么的关系式）。

3．根据正、反比例的定义，作出判断。

例如，判断下列各题中的两个量是不是成比例，成什么比例。（1）圆柱的高一定，它的体积和底面积。

分析：①变量是：“体积”和“底面积”，定量是“高”。

②关系式是：$\mathrm{h}=\frac{v}{s}$

③由第②步可知，体积与底面积的商一定，所以，体积与底面积成正比例。

（2）三角形的面积一定，它的底和高。

分析：①变量是“底”和“高”，定量是“面积”。

②关系式是：$s=\frac{1}{2}\mathrm{ah}$、$2s=ah$

③由第②步可知，底与高的积一定，所以，底与高成反比例。

（3）小华要写 100 个字，已写好的字数与剩下要写的字数。

分析：①变量是“已写好的字数”和“剩下要写的字数”，定量是“要写的总字数”。

②关系式是：100=已写好的字数+剩下要写的字数。

③由第②步可知，已写好的字数与剩下要写的字数的和一定，所以，已写好的字数与剩下要写的字数不成比例。（夏恩威）

## 找准对应　正确解题

同学们在学习比和比例的知识中，常常会碰到有关盐水、药水的配制问题，有些同学由于弄不清关系，找不准对应，往往会出现解题错误，例如，误认为把 10 克盐放入 40 克水中，盐与盐水的比就是 1∶4，又如这样一道题：“一种药水是用药粉与水按照 1∶100 配成的，现有 40 千克的药粉，可配制药水多少千克？”容易错解为：设可配制药水 X 千克，40∶X=1∶100

为了避免出现类似的错误，同学们一定先要弄清以下的关系：

盐水是由盐和水组成的，它们的重量关系是：盐水的重量=盐的重量+水的重量；药水是由药粉和水组成的，它们的重量关系是：药水的重量=药粉的重量+水的重量。

这样，当我们知道了盐水（药水）、盐（药粉）、水这三个量中的任意两个量的比，就可以求出另一个量分别与这两个量的比。

例如：盐与盐水的比是 1∶5。也就是盐是 1 份，盐水是 5 份，水占 4 份，水与盐水的比就是 4∶5，盐与水的比就是 1∶4。

又如：药粉与水的比是 3∶7。也就是药粉是 3 份，水是 7 份，药水是 10 份（3+7），药粉与药水的比就是 3∶10，水与药水的比就是 7∶10。

掌握了上面的知识，根据有关比，找出对应关系，就能正确地解答有关盐水、药水的一类题目了。

例 1 一种盐水中，盐与水的比为 2∶7，现有盐 50 千克，可配制这样的盐水多少千克？

解法一：设需加水 X 千克

50：X=2：7

$$X=\frac{50\times7}{2}\quad X=175$$

那么盐水重量为：50+175=225（千克）

解法二：设可配制盐水 X 千克

50：X=2：（2+7）

$$X=\frac{50\times9}{2}\quad X=175$$

答：可以配制盐水 225 千克。

例 2 一种药水中，药粉与药水的比为 3：53，要配制这种药水 1060 克，需要药粉和水各多少克？

解法一：设药粉为 X 克

X：1060=3：53

$$X=\frac{\cancel{1060}^{20}\times3}{\cancel{53}_{1}}\quad X=60$$

那么水为 1060-60=1000（克）

解法二：由已知比得，药粉与水的比为 3：50

那么药粉重量为：$1060\times\frac{3}{53}=60$（克）

水的重量为：$1060\times\frac{50}{53}=1000$（克）

（沈长生）

## 变换叙述方式 拓宽解题思路

在解答应用题时，可以把所给的条件变换成各种意思相同而叙述方式不同的新条件。这样可以拓宽我们的解题思路，从而获得多种解题方法。

例如：工农兵小学五（1）班有男生 20 人，男生人数与女生人数的比为 4：5，五（1）班有女生多少人？

解：设有女生 X 人。

20：X=4：5

X=25

将原条件“男生人数与女生人数的比为 4：5”作如下各种不同的变换叙述方式，便可得到各种不同的解法。

（1）女生人数与男生人数的比为 5：4。

解：设女生有 X 人。

X：20=5：4

X=25

（2）男生人数是女生人数的$\frac{4}{5}$。可列式为：

$20\div\frac{4}{5}=25$（人）

女生人数是男生人数的$1\frac{1}{4}$倍。可列式为：

$20 \times 1\frac{1}{4} = 25$（人）

（3）男生人数比女生人数少$\frac{1}{5}$。可列式为：

$20 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 25$（人）

女生人数比男生人数多$\frac{1}{4}$。可列式为：

$20 \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 25$（人）

（4）男生人数占全班人数的$\frac{4}{9}$。可列式为：

$20 \div \frac{4}{9} - 20 = 25$（人）

女生人数占全班人数的$\frac{5}{9}$。可列式为：

$20 \div \left(1 - \frac{5}{9}\right) - 20 = 25$（人）

从上例中可以看出，“比”和“分率”是可以互相转化的。通过变换叙述方式，沟通了比的应用题与分数应用题之间的内在联系，培养了学生思维的灵活性，提高了复习效率。（周胜发）